BOSTON COLLEGE SCIENCE LIBRARY

NIELS HENRIK ABEL

N. H. Abel

Hel. u. impr. Meisenbach Riffarth & Co. Berlin.

381 a.

NIELS HENRIK ABEL

MEMORIAL

PUBLIE

A L'OCCASION DU CENTENAIRE

DE SA NAISSANCE

BOSTON COLLEGE LIBRARY
CHESTNUT HILL, MASS.

ACADEMY OF NATURAL SCIENCES
JUL
OF PHILADELPHIA

MATH. DEPT.

KRISTIANIA
JACOB DYBWAD

PARIS
GAUTHIER-VILLARS

LONDRES
WILLIAMS & NORGATE

LEIPZIG
B. G. TEUBNER

QA 29
.A 207

IMPRIMERIE A. W. BRØGGER
KRISTIANIA 1902

160119

Par décision du storthing en date du 15 février 1902, décision qui a reçu force de loi par décret royal du 8 mars suivant, on a voté les fonds pour la célébration du centenaire de la naissance de Niels Henrik Abel.

Pour célébrer cette solennité, le conseil académique a dans sa séance du 22 février 1902 nommé un comité de professeurs de l'Université sous la présidence du professeur Fridtjof Nansen. Ce comité décida dans sa première séance, le 3 mars, de publier comme Mémorial du Centenaire ce qui nous reste des lettres d'Abel. Ce travail a été confié à deux des membres du comité, les soussignés L. Sylow et Elling Holst. Le premier s'est chargé d'exposer la marche des études et des travaux d'Abel, en s'aidant de ses lettres et de ses manuscrits; le second, d'écrire comme introduction au livre une biographie d'Abel servant de commentaire à ses lettres. Au cours du travail, on a en outre découvert toute une série de documents officiels concernant Abel; cette collection a été insérée dans le Mémorial par les soins de M. Carl Størmer, soussigné, chargé de cours à l'Université et secrétaire du comité, qui à cette occasion est entré dans le comité de rédaction.

Bjørnstjerne Bjørnson nous a autorisés à placer en tête de l'ouvrage la cantate qu'il a composée à l'occasion du jubilé.

Le texte des lettres originales a été collationné sur les manuscrits par M. A. Kjær, bibliothécaire de l'Université. M. Andr. M. Hansen, docteur ès-sciences, a collaboré aux notes et éclaircissements sur les lettres. Les renseignements sur les personnes citées sont dûs pour la plus grande partie à M. E. A. Thomle, archiviste.

La traduction est l'œuvre de M. P. G. la Chesnais, de Sèvres; mais en raison du manque de temps, les notes et éclaircissements ont été traduits par M. Ch. Delgobe, ingénieur à Kristiania, qui a bien voulu se charger aussi de la correction des épreuves; quelques-unes ont été lues par M. J. Lescoffier, de Nancy.

Le comité de rédaction se permet d'adresser ici ses remercîments à ces messieurs pour leur précieuse collaboration.

Nous devons également, au nom de l'Université, remercier bien respectueusement madame Thekla Lange, nièce d'Abel et veuve de l'ancien ministre, de la bienveillance avec laquelle elle a mis à la disposition du comité les lettres d'Abel qu'elle possède et l'original du portrait d'Abel par le peintre Gørbitz, reproduit en tête du présent ouvrage. En ce qui concerne cette reproduction, on n'a pas cru devoir supprimer par retouche les taches produites par le temps, de crainte d'altérer ainsi la finesse de l'original. La vue du presbytère de Finnø, où est né Abel, est reproduite ici d'après un lavis original du peintre Th. Fearnley, fait du vivant même d'Abel, et qui nous a été obligeamment prêté par Mme Frederikke Kielland, Melby, Skedsmo; nous remercions vivement aussi Mme Marie Bergesen, qui a attiré notre attention sur l'existence de ce dessin et nous en a facilité l'emprunt.

La vue du tombeau d'Abel a été dessinée d'après une photographie d'amateur prise en août 1901 par C. Størmer.

Nous avons joint à cette publication six fac-simile, tant de lettres d'Abel, que d'autres manuscrits laissés par lui et datant de différentes époques.

Kristiania, août 1902.

Elling Holst Carl Størmer L. Sylow

TABLE DES MATIÈRES

Niels Henrik Abel. Par Bjørnstjerne Bjørnson

Introduction historique. Par Elling Holst

Correspondance d'Abel comprenant ses lettres et celles qui lui ont été adressées

Lettres relatives a Abel

Notes et éclaircissements sur la correspondance

Texte original des lettres écrites par Abel en norvégien

Documents. Publiés par Carl Størmer

Eclaircissements sur les documents

Les études d'Abel et ses découvertes. Par L. Sylow

MEMORIAL

Niels Henrik Abel

I

Un esprit est près de nous.
Sous l'étoile qui présida
au réveil de la Norvège,
il s'est allumé ici.

Son chemin le mena tout droit
vers les plus hautes régions
qu'atteignent les pensées,
et là, jusqu'aux plus hautes.

Un esprit est près de nous.
De ses pensées lumineuses,
foule frémissante,
notre demeure est maintenant remplie.
Telle une grande vague
lointaine, au mugissement rythmé,
elles chantent des victoires, des victoires. —

Silencieuses les suivent
d'autres pensées, suite des premières,
mais qui n'ont pas été pensées.
Lorsqu'elles sont venues,
la barrière était close.
On était encore au matin;
mais lorsqu'elles sont venues,
la barrière était close.

Impassible comme le temps
est la science des nombres.
Leurs combinaisons sont
dans une éternelle aurore
plus pures que la neige,
plus subtiles que l'air;
mais plus fortes que le monde,
qu'elles pèsent sans balances,
qu'elles éclairent sans rayons.

Et les siennes ont
enfoncé de profondes racines
dans la loi de la connaissance.
Là où il a été
on ne pense plus sans lui.

Lorsqu'il s'aperçut
que la mort venait le chercher,
il la pria d'attendre.
Il fit des calculs, des calculs,
et posa sa signature,
la dernière,
sous ce que personne ne savait encore,
et qu'à peine l'on comprit, —
aujourd'hui base des recherches.

L'étoile sous laquelle il est né
brille au berceau
des savants, de loin.
Cent ans
sont ici comme un jour.

II

Là où la solitude s'accroît
de la brume de la mer et de l'obscurité,
elle rejette vers la pensée intérieure,
laissant le jeu et le travail,
pour la contemplation du ciel,
de la mer et des pierres; —
Sur cent qui rêvent
un devient un penseur.

Pour celui-là tout est questions
qui trouvent en lui un écho;
un livre qui veut répondre
ne fait qu'en poser de nouvelles.
Le vide a des yeux
qui questionnent sans repos,
les étoiles même parlent
de distance et de mesure.

Lorsqu'à un de ceux-là il vient des ailes,
et qu'il s'envole librement,
il répond pour le monde
à des énigmes millénaires. —
C'était un gamin du Vestland,
d'une vingtaine d'années.
Maintenant il appartient au monde;
mais le gamin était à nous.

Bjørnstjerne Bjørnson

TH. FEARNLEY 1826 LJUSTRYCK AF C. WESTPHAL, STOCKHOLM

VUE DU PRESBYTÈRE DE FINNÖ OU EST NÉ N. H. ABEL

ELLING HOLST

INTRODUCTION HISTORIQUE

Niels Henrik Abel

INTRODUCTION HISTORIQUE A SA CORRESPONDANCE

PAR

ELLING HOLST, Dr.

Les compatriotes d'Abel, en publiant à l'occasion du centenaire de sa naissance la collection complète de ses lettres, ont un double motif. D'une part, ses lettres ont certes été souvent citées, mais jamais publiées entièrement, ce que l'on eût eu toutes raisons de faire depuis longtemps, puisqu'il s'agit d'un homme dont la pensée, malgré sa jeunesse, fut si originale et initiatrice. D'autre part, elles seules donnent l'image vraie, digne de foi, de sa personne, de son entourage, de ses malheurs et de sa misère, bref, de toute sa vie misérable, qui contraste d'une manière si saisissante avec son génie incomparable.

Ses lettres forment en réalité un supplément nécessaire aux œuvres universellement connues, qui, dans les quelques années de sa vie, lui ont assuré l'immortalité. Et l'on ne saurait lui tendre, en mémoire de sa brève existence, pleine de gloire et de soucis, une plus belle couronne que celle qui est formée des feuilles modestes où lui-même, sans le savoir, a tracé son portrait. Personne ne pourra les lire dans leur ensemble, et avec la connaissance de l'histoire de sa vie, sans être ému. Elles donnent de son être intérieur une image qui précise nettement, au plus profond de son âme, sa tendresse enfantine. C'est un enrichissement de se trouver avec elles en face de sentiments simples et primitifs, chez un esprit aux pensées profondes et créatrices, que depuis longtemps on admire et dont on poursuit l'application. Leur publication est un acte de justice envers lui, et c'est seulement par elles que son action pourra être pleinement comprise et appréciée.

Mais pour comprendre les lettres, il faut que sa vie soit brièvement racontée. Et pour comprendre sa vie, il faut la situer dans les conditions extérieures où il est né, a grandi et agi.

Abel est né, et son enfance s'est écoulée à l'époque de la guerre. Il est venu au monde quelques mois après la bataille dans la rade de Copenhague, et il avait dix ans lorsque sévit en Norvège la grande famine de „l'année du pain d'écorce" Deux ans plus tard, comme par miracle, son pays devint un royaume indépendant.

Mais le nouvel état n'était pas seulement le plus jeune d'Europe, il était aussi à tous égards le plus faible. Notre seule force avait été notre fureur patriotique contre le traité de Kiel, et notre courage à tout risquer pour la liberté et l'indépendance. Au milieu de notre misère il y eut de la grandeur et un noble esprit de sacrifice dans la nation. En 1811, tous, riches et pauvres, d'une manière qui n'a jamais été imitée depuis, avaient réuni l'argent nécessaire pour organiser l'université de Kristiania nouvellement instituée, et un patriotisme tout aussi spontané, profond et sérieux anima les hommes d'Eidsvold en 1814. Une seule pensée les avait saisis tous, haut et bas placés, jeunes et vieux. Le sujet même de la composition norvégienne de l'*Examen artium* cette année-là fut inspiré par le même esprit patriotique, et cette question fut posée aux futurs étudiants: „Comment un savant peut-il être utile à sa patrie dans la lutte pour la liberté et l'indépendance?"

Tout cet enthousiasme et ce dévouement obtinrent leur récompense méritée. Si sombres que parussent les circonstances, elles nous furent plus favorables que nos hommes les plus résolus n'avaient peut-être osé l'espérer. Même la jalousie des tout-puissants diplomates européens se tourna en notre faveur, et l'union de la Norvège avec la Suède sous un seul roi, mais comme royaume indépendant, traversa sans dommage les âpres désirs du congrès de Vienne de tout ramener à l'état de choses ancien. Nous fûmes presque les seuls à éviter les ravages de ce déluge universel.

Mais la liberté et l'indépendance nouvellement conquises imposaient au dedans et au dehors des devoirs que nous n'étions guère en état de remplir, et le nouveau royaume se trouvait à cet égard impuissant comme un nouveau-né. En tant qu'état, nous n'avions pas même de quoi vivre au jour le jour. Le blocus, prolongé pendant des années, de toute l'étendue de nos côtes, pendant la guerre maritime avec l'Angleterre, à laquelle nous avait contraints la politique aventureuse du roi dano-

norvégien, avait interrompu notre production, amené la famine, et nous avait réduits à la besace du mendiant. Il fallait tout reconstruire depuis les fondements, avec les mains vides.

Notre considération au dehors était nulle, ou moindre encore, nos ressources étaient si faibles que nous eûmes la plus grande peine à régler la partie de la dette de la monarchie dano-norvégienne qui nous incomba par traité. Et ce n'était pourtant pas une forte somme; nous n'y pensons maintenant qu'avec un sourire. Si pauvre était alors la Norvège.

Et c'est au milieu de cette pauvreté qu'il fallait chercher les moyens de créer les institutions intérieures et extérieures par lesquelles nous devions vivre comme nation indépendante, les formes de gouvernement autonome que nous nous étions promises, mais avant tout il fallait ranimer notre production, la base économique de tout progrès, notre croissance physique et intellectuelle au dedans et notre crédit au dehors. Ce dont il s'agissait alors, c'était le crédit purement financier, le crédit pour un emprunt d'état avec garantie sur une prospérité nationale bien établie.

Personne, ni dans cette Norvège à ses débuts, ni au dehors, n'aurait guère pu se douter que nous étions déjà à la veille de manifester un capital intellectuel, qui devait soutenir notre droit à une place parmi les nations cultivées infiniment plus haut que notre situation économique ne pouvait alors le faire supposer.

Ce fut le nom de Niels Henrik Abel que cette Norvège, le pays le plus jeune et le plus pauvre d'Europe, grava le premier parmi les grands noms auxquels est lié l'avenir de la civilisation, et que la postérité cite avec une respectueuse reconnaissance.

Jeune et pauvre lui-même, il apparut, et il fut sans le savoir notre premier avocat au dehors. Mais nous étions dans le premier travail de défrichement d'un pays nouveau, et nous n'avions ni l'esprit assez mûr pour comprendre notre premier génie, ni les moyens de le posséder et de nous en servir. C'est pourquoi son histoire fut aussi courte et triste qu'elle fut éclatante dans le cercle de sa science et capitale pour nous, à qui de si bonne heure il fit une place parmi les nations qui ont fondé quelque chose d'éternel.

La famille Abel parait être originaire de la paroisse d'Abild, district de Tønder, dans le Slesvig. Le premier ancètre norvégien, Mathias Abel, mourut en 1664 comme employé de l'intendance à Throndhjem, et de lui descendent plusieurs

branches puissantes, dont une en ligne directe a, jusqu'à notre époque, fourni à notre corps de fonctionnaires, particulièrement dans la carrière ecclésiastique, une série d'hommes distingués et estimés. L'arrière petit fils du premier Abel, Hans Mathias Abel né en 1738, mort en 1803 comme prêtre de paroisse à Gjerstad (que l'on écrivait alors généralement Gjerrestad), avait une forte nature, un caractère ferme, et sa femme Elisabeth Knuth, née Normand, le secondait admirablement. Pour combattre l'ivrognerie et la vie relâchée de ses paroissiens, il renonça lui-même, contrairement aux mœurs de cette époque, à l'usage des boissons fortes, et l'on raconte, comme preuve de sa fermeté, un voyage extraordinaire qu'il fit à l'église annexe de Vegaarsheien, où il avait promis de consacrer un mariage. C'était le jour de Noël, et le chemin paraissait impraticable à cause de la neige, mais le prêtre prit des raquettes, et, soutenu de chaque côté par un coureur sur patins de neige, s'avança à grand peine. „Une promesse est une dette", dit-il. C'était en 1791. Il est vrai qu'il était habitué aux excursions de montagne par ses fonctions précédentes de prêtre de paroisse à Mo dans le haut Telemark et plus tard à Aamli.

C'est à Mo, en 1772, que naquit son fils, Søren Georg, père de Niels Henrik Abel. Lui aussi fut à plusieurs égards un homme distingué. Il avait du talent, de l'activité, et une certaine ambition, mais il ne montra pas toujours la juste mesure, ni la fermeté de caractère qui avaient signalé son père. Il fut envoyé à Helsingør (Elseneur) où il eut pour proviseur le philosophe Niels Treschow, plus tard professeur d'université et ministre, et celui-ci apprécia vivement ses remarquables facultés. En 1788, il devint étudiant à Copenhague avec d'excellents examens, en 1792 licencié en théologie, et deux ans plus tard vicaire chez son père à Gjerstad. En 1799 il fut nommé prêtre dans la petite paroisse de Finnø près de Stavanger, et y débuta avec un zèle et une habileté qui attirèrent l'attention sur lui, fonda des bibliothèques populaires, et, à l'époque de la guerre, se mit à la tête d'une organisation pour la défense des côtes, ce qui plus tard lui valut l'ordre du Dannebrog. A la mort de son père, le poste de Gjerstad devint vacant, et, malgré sa jeunesse, il le demanda et l'obtint, et il trouva dans le registre paroissial le paisible soupir par lequel son père avait terminé l'esquisse de sa vie: „La providence de Dieu sait qui me remplacera." Mais l'esprit du fils n'était pas le même que celui du père. Il appartenait tout-à-fait à l'époque nouvelle, la période des prêtres dévoués à la

cause de l'instruction. Il poursuivit à Gjerstad ses efforts de Finnø dans l'intérêt général, institua une société de lecture, fonda des magasins de provisions, travailla au „Livre de psaumes évangélique et chrétien“ et lui-même écrivit des livres d'enseignement religieux dans cet esprit. Avec la même ardeur il s'occupa de l'organisation générale de l'assistance, et essaya aussi de reprendre l'œuvre de son père en vue de propager un genre de vie plus frugal parmi ses paroissiens. Cependant son caractère n'était pas assez ferme pour exercer la forte influence de son père. On n'avait pas en lui la même confiance absolue. Notamment dans l'annexe de Vegaarsheien il n'était pas très bien vu. Mais la multiplicité des choses auxquelles il s'intéressait lui avait fait une notoriété dans le département. Aussi fut-il envoyé comme délégué au storting extraordinaire de 1814, et au deuxième storting ordinaire en 1818. Ses espérances de trouver là un nouveau champ d'activité furent cependant une nouvelle et plus grande déception, et comme en même temps la réduction du cours de la monnaie mit sa situation de fortune, qui n'avait jamais été bonne, dans l'état le plus précaire, les deux années qu'il vécut encore furent assez amères. Il mourut en 1820 après une longue et pénible maladie, et laissa sa veuve et six enfants, dont le plus jeune avait alors six ans, dans une position très gènée.

Le second des fils était Niels Henrik; il était né à Finnø le 5 août 1802. Selon une tradition, transmise par feu le prof. L. C. M. Aubert, il était venu au monde si longtemps avant terme qu'il fallut le mettre dans du coton et le traiter avec la plus extrême prudence (Jæger: „Histoire illustrée de la littérature norvégienne“, III, „Littérature scientifique“ p. 75).

Sa mère, Anne Marie, née Simonsen (née en 1780), ètait fille d'un négociant de Risør, Niels Henrik Saxild Simonsen; elle était, parait-il, d'une très grande beauté, mais (d'après S. H. Finne-Grønn: „La famille d'Abel, le grand mathématicien“* Christiania 1900), „elle manquait absolument de caractère“ et n'a nullement exercé, parait-il, une bonne influence dans la famille, en sorte que son mari ne trouva pas le solide appui que son père avait eu dans sa femme.

L'enfant grandit dans sa famille au presbytère de Gjerstad, et le père lui donna des leçons, ainsi qu'à son frère ainé, tous deux étant destinés à faire des études,

* Ce précieux et définitif travail généalogique dû au zèle infatigable de son auteur, a pu paraître grâce à un descendant de l'une des autres branches de la famille, M. Carl Abel, brasseur, qui a fait les frais de la publication.

A cette époque la maison semble avoir été encore heureuse. Le père était gai et avait l'esprit vif, bien que les revenus fussent assez maigres.*

Abel passa encore dans sa famille la grande année 1814, si riche en événements, mais l'année suivante il fut envoyé à Kristiania et placé au lycée, qui était alors déjà pourvu largement, eu égard à notre situation, de subventions et de legs, et qui était par suite un bon et sûr port de refuge pour beaucoup de fils de fonctionnaires pauvres.

Le proviseur était Jacob Rosted, homme habile et estimé, mais âgé de 65 ans à l'époque où Abel entra au lycée, et parmi les professeurs qu'eut Abel, il y en avait certainement plusieurs fort distingués, entre autres surtout Hans Riddervold, plus tard ministre, mais la plupart n'étaient ni très capables ni très recommandables. Cependant il apportait de chez lui des connaissances sérieuses et pour la première année les registres de notes** encore conservés donnent les meilleurs témoignages de travail et de progrès. A la fin de l'année il eut même comme prix de travail les Sciences physiques et naturelles de Helmuth. Il est tout à fait caractéristique qu'un prix de travail, consistant en un livre mathématique classique, ait été simultanément attribué à l'un de ses camarades de classe. Les aptitudes d'Abel pour les mathématiques étaient encore absolument latentes. Il obtint d'ailleurs une bourse entière, plus une subvention, qu'il conserva jusqu'à la fin de ses études. Mais déjà l'année suivante le niveau baisse.

---

* Derrière des silhouettes de lui-même et de sa femme, il a écrit les vers suivants, datés du 4 juillet 1806.

Derrière le sien:

„Je prêche, j'aime, je mange, je bois, je ris,
Je suis orné d'un chapeau râpé et d'un habit de même.
Ne demande, lecteur, rien de plus sur ce que je suis et fais.
Car je ne crois guère que l'on puisse en dire plus avec vérité,“

et derrière celui de sa femme:

„Unie à un si plaisant patron,
J'ai ma part en ce monde;
Mais, belles lectrices, remerciez le Seigneur,
Si la vôtre n'est pas pire.

** Ces renseignements sur son séjour à l'école sont dus aux communications obligeantes de M. le professeur Kr. Lassen, qui a fait dans les archives du lycée des trouvailles intéressantes; celles-ci seront sans doute déjà publiées avant que ceci soit imprimé, et nous y renvoyons le lecteur.

Le travail de l'école était d'ailleurs soumis à des conditions assez défavorables. On devait quitter le local (maintenant le ministère de l'instruction publique et des cultes) chaque fois qu'il y avait session du storting, pour laisser la place à celui-ci, et aller s'installer le mieux qu'on pouvait dans quelque autre endroit de la ville et pas même toujours toute l'école au même endroit. Dans une pareille situation, et avec des maîtres incapables, et même pour la plupart ivrognes, l'école était en décadence marquée, et le cas d'Abel signifie moins mollesse et indifférence de sa part qu'entrainement avec toute l'école qui glissait sur un plan incliné. Ses talents étaient encore inconnus et au maillot; on n'avait pas encore su éveiller son ambition et son désir d'apprendre, et à cela s'ajoutait sa manière d'être timide et craintive, qui souvent l'a désigné comme cible à la malice de ses camarades plus délurés d'esprit et de corps. Peu à peu il semble qu'il ait eu recours au moyen habituel des faibles: hurler avec les loups qui l'entouraient. Bref, il baissait de plus en plus.

Cependant, sur le tableau de ses notes, dès 1816—17, les notes de mathématiques, sans être précisément brillantes, forment un heureux contraste avec la grise uniformité des autres. Il parait que son maître pour cette partie avait été exceptionnellement doué, mais il était alors tombé au rang des nombreux êtres équivoques de l'école.

Les leçons de mathématiques étaient peu nombreuses, 3 en moyenne sur environ 40 leçons hebdomadaires, et l'enseignement était donné dans cette partie d'après la dictée du maître. On peut signaler comme un fait digne de remarque que, jusqu'à l'époque où Abel était élève, on donnait en outre un enseignement très insuffisant en physique et en histoire naturelle, mais il cessa l'année même où Abel quitta l'école. „Le temps des leçons était pris sur les diverses autres branches.“ Il a fallu un demi siècle avant que les branches mathématiques, physiques et naturelles fussent réintégrées dans cette école classique. D'après les registres de notes de l'école, Abel a reçu l'enseignement du latin (l'étude principale, avec un cinquième de l'ensemble des cours), à qui s'ajoutaient les antiquités romaines dans la classe supérieure, le grec, la langue maternelle, avec la rhétorique, le français, l'allemand les deux dernières années, l'anglais la dernière année. En outre la religion, l'histoire, la géographie, l'arithmétique et la géométrie. L'enseignement de l'histoire naturelle, de l'anthropologie, de la calligraphie et du dessin cessait avant la dernière année.

On n'était pas interrogé à *l'examen artium* dans ces dernières facultés, ni en anglais.

A la fin de 1817 se produisit à l'école, un incident qui eut les conséquences les plus importantes, du moins pour Abel. Le professeur de mathématiques avait été si loin dans une punition, que le coupable en était mort, et le professeur dut être immédiatement suspendu. A sa place, Abel eut pour maître l'homme qui découvrit son génie et devint son premier bienfaiteur, Bernt Michael Holmboe. Holmboe (né en 1795, † 1850) avait été lui-même élève de l'école quatre ans auparavant, et formait avec le gros du corps dans lequel il entrait le contraste le plus absolu par sa jeunesse et ses tendances humaines, idéalistes. Il avait de solides connaissances dans sa spécialité — le professeur Hansteen l'avait pris, dès 1815, comme secrétaire — et s'intéressait aussi à beaucoup d'autres choses. Il était ardent patriote; son temps d'école terminé, en 1814, il avait avec les autres répondu à l'appel enflammé de la composition citée plus haut pour *l'examen artium* puis aussitôt après il s'était inscrit dans le corps des volontaires étudiants qui fut organisé, lorsque les troupes suédoises envahirent la Norvège sous les ordres de Bernadotte, et plus tard, dans les luttes parmi les étudiants et les luttes politiques, il fut du parti de Wergeland, à qui il resta fidèle même lorsque tous les amis de celui-ci se dispersèrent, et que Wergeland fut devenu le suspect et le réprouvé. Il aimait la littérature et cultivait la musique avec succès.

Cette nature jeune, ardente, sympathique, fit sortir Abel de l'inaction. Holmboe sut voir les dons merveilleux de son élève, et le mit sur le chemin qui l'a conduit à sa grandeur; si modeste que soit d'ailleurs sa position dans la science, son nom est indissolublement lié à celui d'Abel. Abel avait aussi pour lui une affection profonde, qui se fait jour dans ses lettres par les expressions les plus chaleureuses.

Ce fut donc avec l'année 1818 que commença cette nouvelle période. L'enseignement de Holmboe fut aussitôt plus jeune, plus vivant que l'enseignement habituel de cette époque, en ce qu'il laissa s'exercer la réflexion de ses élèves en leur proposant des problèmes variés, et ainsi apparut soudain un jour ce que renfermait l'esprit d'Abel. Au bout de peu de temps, Holmboe dut lui donner des exercices à part, et dès cette année Abel, qui avec cet enseignement eut achevé les éléments en un tour de main, et était avide d'en apprendre davantage, demanda des leçons particulières. Holmboe ne demandait pas mieux, bien qu'il dût prévoir que son élève serait par

là encore plus détourné des autres parties du programme.* Mais il était absolument fixé sur le génie d'ABEL. L'aiglon veut être libre; s'il s'élève, ce n'est jamais par les chemins battus. Il est réconfortant, dans les vieux registres de notes déjà cités, de lire les exclamations enthousiastes de Holmboe dans les appréciations annuelles des professeurs, au milieu des jugements insignifiants ou maussades portés sur ABEL par les autres. Ainsi en 1819: „Génie mathématique remarquable", et il confirme dans les rubriques particulières: „Travail à l'école: Parfait. Travail à la maison: Parfait. Progrès: Parfait" (cette dernière appréciation est soulignée), et en 1820 „Au génie le plus remarquable il joint un goût et une ardeur insatiables pour les mathématiques, et certainement il deviendra, s'il vit, un grand mathématicien." Les trois derniers mots sont une correction, il y avait tout d'abord autre chose. Sous les traits qui barrent les mots ou peut peut-être lire „le plus grand mathématicien du monde."

Les leçons particulières que Holmboe donna à ABEL amenèrent, cela se conçoit, une chaude amitié réciproque inébranlable. Toute la postérité mathématique doit à Holmboe la plus grande reconnaissance pour la manière attentive et intelligente dont il dirigea le développement d'ABEL, en le mettant tout de suite, sans hésitation, en présence des grands classiques, principalement EULER dont il lut entièrement avec lui „l'*Introductio*", les „*Institutiones calculi differentialis*" et les „*Institutiones calculi integralis*". Ainsi armé, ABEL continua facilement tout seul, et étudia d'un bout à l'autre LACROIX, FRANCŒUR, POISSON, GAUSS, GARNIER, mais surtout LAGRANGE.**

---

* En 1818 et 1819 ABEL ne passa d'une classe à l'autre que „à condition".

** M. le professeur Lassen a encore fait à ce sujet une trouvaille intéressante dans les anciens registres de prêts de la bibliothèque du lycée où nous pouvons suivre, dans une certaine mesure, les études d'ABEL. Et la série des livres est tout à fait caractéristique. Tandis que pendant les années 1816—17 et jusqu'au commencement de 1818, il cherche sa distraction exclusivement dans les œuvres littéraires danoises de l'époque, les descriptions de voyages et ouvrages historiques, il survient ensuite un revirement soudain. En 1818 surgit tout à coup l'ouvrage de NEWTON: *Arithmetica universalis.*

1819 NEWTON: *Opuscula mathematica;* LA LANDE: *Astronomie;* NEWTON: *Philosophiæ naturalis principia mathematica.*

1820 SCHERFFER: *Institutiones mathematicæ;* CHASTILLET: *Principes mathématiques de la philosophie naturelle;* D'ALEMBERT: *Traité de dynamique;* PRONY: *Mécanique philosophique.*

Une fois qu'il a commencé à emprunter des livres de mathématiques, on ne rencontre plus un seul livre de littérature.

A cette époque remonte „le cahier gris“ cahier de 192 pages, avec le titre „Udarbeidelser i den høiere Mathematik af Niels Henrik Abel“ („Exercices de mathématiques supérieures par Niels Henrik Abel“). Si ce livre, comme tout le fait penser, indique l'étendue de ses études et de son savoir au moment où il en écrit les différentes parties, il est allé étonnamment loin dans les méthodes de la théorie des fonctions d'alors, et sait déjà se retourner dans cet élément avec une jeune intrépidité qui présage le temps où il devait s'en rendre maître plus qu'aucun homme de son temps. Le cahier, à la fin duquel sont étudiées des questions purement géométriques sur des sujets relativement élementaires, mais dont l'élégance est attrayante, est intéressant par la reproduction de l'ancienne solution classique des équations du troisième et du quatrième degré, vers laquelle l'attention fut immédiatement attirée; il appartient donc visiblement à une époque qui précéda ses essais pour résoudre l'équation du cinquième degré. Nous pouvons donc assigner au cahier la date de 1820. Il a autrefois appartenu au professeur O. J. Broch et il est conservé maintenant dans la collection des manuscrits de la bibliothèque de l'université. Il présente encore cet intérêt qu'il confirme, ce que l'on sait aussi d'autre part, qu'Abel a commencé dès l'école à produire quelque peu par lui-même, ou, comme on dit, „à cultiver diverses branches des mathématiques.“ Mais, comme on vient de voir, il n'y a pas trace de la recherche la plus célèbre, à laquelle il s'est adonné à la fin de son temps d'école, c'est à dire l'essai de résolution de l'équation du cinquième degré. Cet essai échoua, comme on sait, mais fut pour lui d'une conséquence durable à plusieurs égards. Nous allons y revenir dans un instant.

Ses occupations mathématiques n'étaient pas seulement le résultat d'un puissant besoin de sa nature qui commençait à s'affirmer, elles étaient sûrement aussi pour lui une consolation et un refuge contre les tribulations dont sa vie commençait alors déjà à être assiégée.

En 1820, l'année qui devait précéder son entrée à l'Université, il fut frappé, on se le rappelle, d'un coup inattendu, très pénible, par la maladie et la mort de son père. La famille survivante avait devant elle un sombre et âpre avenir, sans avoir en perspective même les moyens d'existence les plus nécessaires, et Abel sut qu'il ne pourrait compter que sur ce qu'il obtiendrait par des subventions d'école ou la bienfaisance privée, en même temps qu'il se sentit chargé de nouveaux devoirs. Comme son frère ainé ne témoignait ni goût ni dispositions pour les études, Abel vit tout de suite, et de plus en plus par la suite, que de lui dépendrait surtout

la prospérité de la famille. Les épines des soucis matériels qui tout le long de sa courte vie furent jointes si nombreuses au laurier que lui tendait son génie, lui firent déjà sentir leurs blessures avant qu'il eût quitté l'école, lorsqu'il était encore, en somme, un enfant.

Il conserva jusqu'à sa mort quelque chose de faible et d'enfantin. Ce n'était pas une nature vigoureuse, qui pût lutter contre les rigueurs de la vie. Pour lui, les moments lumineux, en dehors de la grande joie profonde qu'il éprouva dans son travail scientifique, émanèrent surtout de sa nature douce et mobile, tantôt sous l'influence d'une fierté naïve, presque étonnée, lorsqu il lui arrivait d'être cité d'une manière glorieuse, tantôt dans la gaie insouciance joyeuse au milieu de ses camarades et de ses amis. Il était de tempérament sanguin, et glissait aisément, selon les variations de la fortune, d'une humeur gaie à une profonde mélancolie. Mais dans une réunion animée d'amis, il était bientôt redevenu le joyeux parmi les joyeux. Dans sa lettre à Hansteen datée de Dresde, le 29 mars 1826 (lettre X) il écrit à propos d'un changement dans ses projets de voyage afin d'éviter de voyager seul: "... Or je suis ainsi fait que je ne supporte pas du tout, ou du moins très difficilement d'être seul. Je deviens alors tout triste, et je ne suis pas alors dans la meilleure disposition pour travailler." Il n'est pas rare que des idées de ce genre soient exprimées directement, et sous forme indirecte les mêmes dispositions transparaissent à chaque instant. Rien d'ailleurs ne donne une idée plus nette de cet aspect de sa nature que ses lettres, dont le ton varie entre un laisser-aller malicieux et une noire mélancolie, et porte la marque d'une naïveté ingénue, qui forme parfois le contraste le plus étrange avec les pensées profondes et décisives qui viennent souvent quelques lignes plus bas, lorsqu'il entre dans ses sujets mathématiques. Mais nous touchons ici à ce qu'il y a de particulier dans la physionomie intellectuelle d'Abel, à ce qui lui donne son plus grand charme: un grand génie original, créateur, uni à une nature ingénue, faible, et à beaucoup d'égards, inculte. L'image que nous nous formons d'après cette opposition saisissante entre sa jeunesse et son génie initiateur est absolument d'accord avec l'impression que nous éprouvons devant la délicatesse et la noblesse des traits de son visage dans le portrait de Gørbitz.

Tel nous le trouvons précisément au milieu de ses soucis, une demi année avant son examen d'entrée à l'université, occupé de l'équation générale du cinquième degré, qu'il croyait avoir réussi à résoudre. On ne sait pas exactement quelle

position prit Holmboe vis-à-vis de cette découverte supposée. Mais il y a certainement cru. Même le professeur de mathématiques pures à la petite université de fondation récente, Rasmusen, pensait qu'elle était correcte. Søren Rasmusen (né en 1768, † 1850) professeur de mathématiques et de physique de 1813 à 1825, plus tard caissier du Trésor, n'était pas un mathématicien remarquable, mais il mérite un souvenir dans la biographie d'Abel par la bienveillance qu'il lui témoigna. C'était un homme très cultivé, qui tenait une place importante dans la haute société de la petite capitale. Mais le professeur Hansteen, la plus haute autorité de l'université comme mathématicien, et à tous égards, ne trouve pas davantage de motif pour mettre en doute la correction de la résolution. La critique de ce travail dépassait manifestement les forces du monde savant de cette époque à Kristiania, et Hansteen envoya de confiance le mémoire au professeur Degen, de Copenhague, pour être présenté à la société royale des sciences de Danemark.

Carl Ferdinand Degen, dont l'influence sur le développement d'Abel fut éphémère, il est vrai, mais n'en fut pas moins remarquable et importante, était né en 1766 à Braunschweig, mais arriva dès l'âge de cinq ans à Copenhague, où son père avait été nommé maître de chapelle. Malgré la situation précaire de sa famille, comme il était doué pour toutes sortes d'études, il devint étudiant, et, fidèle à cette universalité, il fut, au commencement de cette époque de spécialisation, une sorte d'encyclopédiste. Les mathématiques prirent pourtant peu à peu la première place parmi toutes les études auxquelles il s'intéressait. Après avoir longtemps activement exercé des fonctions d'enseignement secondaire, et être devenu recteur (proviseur), il fut nommé professeur à l'Université de Copenhague en 1814 (il avait près de cinquante ans), et fut le premier qui y introduisit un enseignement régulier des mathématiques supérieures. Il est vrai que d'autre part sa trop grande bienveillance aux examens a, parait-il, un peu affaibli l'influence qui il aurait sans cela exercée. Le prof. H. G. Zeuthen dit de ses travaux, dans le dictionnaire biographique danois de Bricka, qu'il „s'y montre familier avec les ouvrages d'Euler, de Lagrange, de Legendre et de Gauss", en même temps qu'il possédait lui-même imagination et finesse de conception. Il y est décrit comme „un homme modeste et aimable, mais en même temps un drôle d'homme"; ce dernier mot parait provenir de l'amusante expression d'Abel à son sujet, dans la lettre à Holmboe (lettre I). Zeuthen note parmi les traits les plus intéressants relatifs à Degen la prescience ingénieuse qui

lui fit indiquer à Abel, comme nous allons le voir, un champ d'études digne de son esprit.

La réponse de Degen du 21 mai 1821 (lettre XLV) exprime la plus vive admiration pour les connaissances du jeune Abel et son „cerveau exceptionnel". Il présenterait volontiers le mémoire, dont la rédaction était cependant trop concise pour qu'il pût répondre de la correction de la résolution, aussi demandait-il un raisonnement plus détaillé, et l'application à un exemple numérique. Il semble d'ailleurs avoir été surtout sceptique. Il conseille à Abel, par l'intermédiaire de Hansteen, d'abandonner ce „sujet stérile", et de consacrer plutôt son temps et ses forces aux „fonctions elliptiques" (par quoi l'on entendait alors les intégrales de Legendre), et, par un pressentiment qui lui fait le plus grand honneur, il présage dans cette étude de nouveaux „détroits de Magellan" conduisant à un immense océan analytique.

Abel ne suivit pas le premier conseil. Ce fut lui-même qui découvrit — et cela bientôt — le défaut de son raisonnement, et bien loin de s'effrayer de cette défaite, il aborda au contraire la question plus vigoureusement qu'il n'avait fait, soit pour trouver la solution, soit pour en démontrer l'impossibilité. — Comme on l'aura vu d'après ce qui précède, on n'avait alors dans les pays du nord aucune connaissance des recherches de Ruffini sur le même sujet, et les mathématiciens, sauf peut-être Gauss et les savants de Paris, ne comprenaient guère, comme on sait, la vraie nature de la question. Il était réservé à Abel lui-même de tracer la voie.

Il suivit le second conseil de Degen, et les fonctions elliptiques, considérées de son point de vue, devaient être le second domaine, nouveau et vaste, qu'il conquit aux mathématiques.

Tandis que l'influence sur lui de sa tentative pleine de promesses, bien qu'erronée, était encore le secret de l'avenir, cette petite circonstance eut en attendant des conséquences immédiates extrêmement heureuses. Son nom s'était répandu parmi les savants de l'université, où ses futurs professeurs de science se réjouissaient d'avoir en lui un tel élève, qui, dès les bancs de l'école, avait témoigné d'une intelligence si exceptionnelle, et s'était déjà posé de si hardis problèmes. Il eut notamment dès lors un protecteur ardent, et capable de suivre ses travaux, dans la personne du professeur Christopher Hansteen (né à Kristiania en 1784, † 1873). En cet homme

plein de feu et d'initiative, notre université avait, sa fondation, fait une grande acquisition. Il était professeur d'astronomie et de mathématiques appliquées, mais les services scientifiques qu'il a rendus concernent surtout la physique pure, où il est un des précurseurs pour les recherches sur le magnétisme terrestre, et jouissait d'une considération européenne, qui longtemps donna le premier rang à son nom dans notre université. C'était un homme plein de chaleur, impulsif, à qui rien d'humain n'était étranger, en outre pratique, plein de verve, fougueux dans la polémique, à la fois une capacité et un cœur chaud. S'il avait été plus profondément mathématicien, son nom eût certainement gardé sa célébrité à jamais. Ce fut Gauss, ensuite, qui poussa plus loin la théorie.

La maison de Hansteen devint peu à peu un lieu de refuge où Abel trouva sympathie et intimité. Mais surtout la femme de Hansteen, Johanne Cathrine Andrea, née Borch* (née en 1787, † 1840), danoise de naissance, femme aimable et d'une grande distinction, fut pour lui comme une seconde mère,** à qui librement

---

* Le père était né à Throndhjem et mourut en 1805, professeur à Sorø. La femme du professeur Borch était née Rosenstand-Goiske. Ils eurent trois fils et six filles. Comme cette famille joue un grand rôle dans la vie affectueuse d'Abel, il y a lieu de placer ici quelques indications tirées de la biographie du poëte Paludan-Müller par le Dr. Fr. Lange (Copenhague 1899). Les fils et le gendre Friderichsen se sont fait une situation dans les Indes occidentales. Abel n'a rencontré aucun d'eux. Les filles étaient toutes des natures exceptionnelles, sympathiques, et de plus fort jolies, et dans la maison de Sorø se réunissait constamment un cercle nombreux d'amis toujours bien accueillis. L'une des filles se fiança au comte Holstein-Rathlau, qu'elle épousa, et c'est comme précepteur de celui-ci, que Hansteen avait fait la connaissance de sa femme. Madame Friderichsen, dont le mari est déjà mentionné dans la première lettre d'Abel comme parti pour les Indes occidentales, était une personne aussi originale et charmante que Madame Hansteen, et entra comme celle-ci dans l'intimité du poëte Paludan-Müller. Ce que l'on sait en général de Paludan-Müller s'accorde parfaitement avec l'influence exercée sur Abel par les trois sœurs, Madame Hansteen, Madame Friderichsen et Charite.

** Ceci était déjà écrit, lorsque j'ai trouvé dans la lettre d'Abel à Hansteen (lettre X) datée de Dresde, qu'Abel l'appelle lui-même ainsi. Ce fut une surprise, car Hansteen, dans la reproduction bien connue de cette lettre, donnée dans „l'Illustreret Nyhedsblad", s'est permis de changer cela, de même que plusieurs expressions caractéristiques d'Abel. — Un joli détail (communiqué par Madame Mathilde Schjøtt) provient de la fille de Hansteen, aujourd'hui décédée, Mlle Thora Hansteen. Elle raconte la manière naïve et familière dont Abel, allait prendre un tabouret, s'asseyait aux pieds de Madame Hansteen, et jouissait de se sentir chez lui, comme enfant de la maison, près de sa „seconde mère". C'était la première fois depuis Gjerstad, qu'il connaissait la joie d'être chez lui. Et il n'avait jamais su de cette manière ce que c'est qu'une mère.

il pouvait confier ses soucis et ses joies, et dont on ne peut assez apprécier l'influence sur lui.

D'après tout ce que nous savons d'autre part, et ce que nous pouvons conclure de tant de détails dans ses lettres, elle s'est occupée de lui avec cette affection spontanée dont tant de nobles femmes de grand cœur et de haute distinction ont entouré des hommes de génie; elles les libèrent d'une certaine maladresse, elles élargissent leur esprit, et leur donnent le sens de la vie harmonieuse.

Abel était gauche et timide. Il n'avait pas l'urbanité que l'on acquiert par la fréquentation continue dans les familles cultivées, ni l'assurance que donne la fortune, ou simplement le fait de savoir que l'on est vêtu comme il faut. Et il sentait ce qui lui manquait. Sa pauvreté l'avait mis en dehors de la sociabilité conventionnelle, et l'avait presque réduit à la société de camarades bohêmes, dont la vie et la gaieté étaient souvent assez grossières, et pour qui les beuveries et les jeux de cartes jusqu'au matin étaient certainement parmi les plaisirs les plus innocents. A cette époque, la vie d'étudiant à Kristiania était turbulente, et les étudiants, comme corps, n'avaient pas bonne réputation. Nous avons des raisons de croire qu'Abel avait pris beaucoup des habitudes et des goûts qu'entrainait la vie avec ses camarades. On le dépeint peu soigneux dans son costume, ce que Madame Hansteen et ses sœurs, surtout Madame Friderichsen, s'attachèrent à corriger, non seulement, comme on peut le penser, par égard pour le milieu qu'il devait fréquenter dans ce cas, mais certainement aussi pour lui-même. Nous voyons l'effet de leur action dans la lettre à Madame Hansteen datée de Berlin 16 janvier 1826 (lettre VII), où très gaiement Abel s'amuse à décrire comme il est élégamment habillé pour un bal, même „avec des lunettes", et où il espère qu'il sera „complet" quand il arrivera à Paris. Mais ce n'est pas seulement en ce qui concerne sa tenue extérieure que nous notons l'influence de la vie de camaraderie, c'est encore sur d'autres points. Nous savons, par une tradition que confirment les lettres de son second séjour à Berlin, qu'il était devenu de bonne heure un joueur de cartes entrainé et passionné. Les problèmes de combinaisons du jeu de cartes ont tenté son sens mathématique, de même que les cartes et les échecs ont occupé beaucoup d'autres mathématiciens dans leurs loisirs.

Le sentiment du vif contraste entre la vie et le ton dans ces milieux, et le ton qui régnait là où il était maintenant introduit, lui fit d'autant plus craindre de n'être pas convenable. Mais il possédait en réalité amplement ce qui, non seulement

pouvait suppléer à ses insuffisances mondaines, mais qu'un esprit délicat devait immédiatement découvrir et aimer, une ingénuité malgré tout naturelle et aimable, connexe avec la même originalité d'où provenait sa grandeur scientifique. C'était une plante qu'il fallait cultiver et arroser, et émonder de ses sauvageons: elle promettait ample récompense, et la promesse fut tenue. Le ton de respect filial et d'intimité charmante en même temps, dans celles des lettres à Madame Hansteen qui sont conservées (lettres V, VII, XXVII, XXVIII, XXXII, XXXIII, XXXV, XXXVI, XXXVIII, XLI), témoigne aussi bien de la délicatesse et de la bonté de cœur avec lesquelles elle s'est occupée de lui, que de la confiance reconnaissante qui l'animait en retour. La puissance d'attraction que pouvait exercer la douceur féminine de Madame Hansteen nous est connue par un autre exemple remarquable, celui de la jeunesse de son cousin Paludan-Müller, qui, avec un abandon filial du même genre, lui ouvrit son âme; tantôt directement, lorsqu'elle se rendait dans sa famille en Danemark, tantôt par une correspondance qui dura de longues années, il lui confessa le bien et le mal. Paludan-Müller épousa sur le tard Charite, la sœur de Madame Hansteen, dont il est souvent question dans les lettres d'Abel, et qui, selon une tradition très nette dans la famille Hansteen, a exercé sur lui un attrait si puissant, que même, plus tard, il pensa un moment à rompre ses fiançailles à cause d'elle.

Combien la pensée de Hansteen lui-même — pour revenir à lui — était absorbée par Abel, et combien peu cela avait atteint son enthousiasme, que la résolution de l'équation du cinquième degré se fut trouvée incorrecte, on peut le lire dans le journal de l'évêque Pavels, où celui-ci raconte, à la date du 12 juillet 1821, qu'il a rencontré Hansteen dans le Hardanger en faisant une tournée pastorale. Hansteen y était allé faire des levés et mesurer des hauteurs de montagnes. L'évêque écrit: „Hansteen me raconta aussi qu'un fils du prêtre Abel, de Gjerrestad, suit les cours de l'école de Christiania,* et serait un des plus grands génies mathématiques que l'on puisse imaginer. Il avait fait récemment une découverte algébrique que Rasmusen et Hansteen considéraient tous deux comme la solution d'un problême non encore résolu. Il s'est lui-même rendu compte de l'incorrection de ses calculs, et travaille maintenant à les corriger. On veut, lorsqu'il sera étudiant, se cotiser pour qu'il puisse faire un

* Les mots soulignés, ici et trois lignes plus loin, le sont dans Pavels.

voyage à l'étranger, et l'on s'attend à voir en lui un jour un des plus grands mathématiciens du monde."

Ce même été, ABEL devint étudiant. Son certificat de l'école est rédigé avec une remarquable sécheresse, et ne contient rien sur ses talents mathématiques. Holmboe a dû avoir à lutter âprement à ce propos avec ses deux collègues, et il aura en le dessous. Il n'obtint que haud illaudabilis.* Parmi les notes uniformément médiocres brillent les deux „un avec serpent" pour l'arithmétique et la géométrie. La série de ses notes est insérée plus loin dans la section des documents sous le no. I.*

Comme nous le savons, sa renommée l'avait précédé, et l'Université s'efforça, dans la mesure de ses moyens, de soulager sa misère. Dès le commencement du semestre d'automne (12 septembre) une place lui fut donnéc, en même temps qu'à l'historien Rudolf Keyser, dans la fondation universitaire qui existait alors pour les étudiants pauvres, le Regentsen, comme on l'appelait, du nom de la célèbre ancienne fondation analogue de Copenhague. Elle était au coin de la rue Lakkegaden et du Grønland. Le vieux professeur Rasch, qui l'a habitée à la même époque, a raconté qu'ABEL et son frère (cf. doc. II) étaient si pauvres, qu'ils n'avaient à eux deux qu'une paire de draps, et étaient obligés de s'en passer quand elle était au lavage. Plusieurs professeurs de l'Université se cotisèrent pour lui venir en aide, afin de „conserver à la science ces rares dispositions, sollicitude dont son assiduité et sa bonne tenue le rendaient d'autant plus digne" (doc. VII, voyez aussi le compte-rendu de l'université après la mort d'ABEL, „Morgenbladet" du 15 décembre 1829, auquel nous reviendrons en son lieu).

Cette „assiduité" était, si possible, encore plus concentrée sur les mathématiques que pendant les dernières années d'école.** Cependant passa son *„examen*

* Les notes se comptent de 1 à 6, le 1 étant la meilleure note, et elles s'énoncent ainsi:

1 = remarquablement bien = laudabilis præ ceteris
2 = très bien = laud (laudabilis)
3 = bien = haud (haud illaudabilis)
4 = passable = non contemnendus
etc.

Autrefois, lorsqu'on voulait indiquer un examen exceptionnellement bon, on traçait sous le 1 „un serpent" c'est à dire un trait ondulé ∿∿

** Ici les vieux registres de prêts, ceux de la bibliothèque de l'université, cette fois, nous permettent encore, non seulement de voir l'étendue, constamment croissante, de ses lectures, mais de suivre celles-ci dans tout leur détail, et même de savoir, à chaque instant,

philosophicum" en temps normal, juin 1822, mais, cette fois encore, avec „*haud*" seulement.

Il n'y avait alors à l'université de Kristiania aucune préparation à des examens spéciaux dans les branches scientifiques. Cela ne vint que 30 années plus tard, et il n'est d'ailleurs pas vraisemblable que personne eût pu, au vrai sens du mot, être le maître d'Abel. Il en savait très certainement plus long dans sa partie, d'après ce que nous savons aujourd'hui qu'il avait étudié à fond, que le plus instruit à Kristiania. Il était donc ainsi réduit au travail et à la réflexion solitaires. La richesse bibliographique de Kristiania était très certainement alors en proportion du reste; pourtant Abel dans une lettre à Hansteen (lettre IV) établit la comparaison entre la bibliothèque de Kristiania et les bibliothèques de Berlin, qui ne tourne pas précisément à la confusion de la première. Mais c'est en lui-même qu'il avait une source intarissable, où il pouvait puiser, et si les idées qui déjà bouillonnaient en lui tumultueusement n'avaient pas encore atteint la parfaite clarté, le temps n'était pas éloigné où il pourrait commencer à répondre sérieusement aux brillantes espérances que ses amis et protecteurs fondaient sur son génie.

Ce fut au commencement de 1823 qu'Abel publia son premier mémoire, pour lequel Hansteen lui fit place dans le „Magazin for naturvidenskaberne", qu'il dirigeait, en s'excusant auprès des lecteurs de la revue d'y consacrer les pages d'une publication consacrée à la physique et à l'histoire naturelle. Il fut bientôt suivi de quelques autres. Ces premiers essais, insérés dans le „Magazin", débuts de la production d'Abel, dont les deux premiers mémoires parus se trouvent dans les ceuvres complètes (Holmboe, vol. II, p. 213 sqq. et Sylow-Lie, vol. I: I—II), se distinguent d'une manière essentielle de ses célèbres travaux ultérieurs.

Ils sont rédigés en norvégien et par suite ne s'adressent pas encore au monde scientifique international. Leurs sujets ne sont pas non plus d'une importance

---

ce qu'il avait chez lui sur sa table de travail. C'est le prof. Sylow qui a compulsé les vieux registres à cet effet, et en a retiré une riche moisson de faits intéressants. Les emprunts commencent après les vacances d'été de 1820, mais c'est surtout l'année de l'„*examen artium*" qui montre une étonnante masse de lectures, continuées avec une avidité, si possible, encore plus grande dans l'année de l'„*examen philosophicum*". Les années suivantes, les emprunts sont en décroissance sensible. Il semble s'être fait un chemin par sa soif insatiable de lecture, qui fit place ensuite à une production également active. (Ajouté pendant l'impression, ces renseignements ne m'étant parvenus qu'à ce moment. Note de l'auteur.)

aussi capitale. Si élégantes que puissent être les idées exprimées, et si grande que soit l'étendue des connaissances dont ils témoignent pour son âge, ces mémoires ne manifestent pas encore la pénétration extraordinaire qui fut plus tard sa caractéristique. Ils ne sont pas sans conclusions hâtives et résultats erronés. Lui-même a depuis désavoué le troisième. Outre ce qu'il avait fait imprimer lui-même, c'est à dire les trois études dont il vient d'être question, ainsi qu'une quatrième quiparut aussi dans le „Magazin", et enfin un mémoire dans „Det kongelige norske Videnskabers Selskabs Skrifter", de Trondhjem, on a encore de lui, de la même époque, une série d'autres recherches et travaux, dont Holmboe, dans l'édition de ses œuvres études complètes (1839), a inséré la série Tome II: I—VI, XIX—XXI. Trois de ces études ont été supprimées dans la deuxième édition (Sylow-Lie 1881). On a cru longtemps que les manuscrits originaux de cette série de mémoires avaient été perdus dans un incendie qui détruisit la maison de Holmboe; mais deux années après la publication de l'édition Sylow-Lie, fut découvert un cahier soigneusement tenu, auquel on n'avait pas fait attention jusqu'alors, avec le nom et l'écriture d'Abel, et qui contient précisément des travaux de cette époque, entre autres toute la série en question de l'édition Holmboe. Ce sont probablement ces travaux auxquels il est fait allusion dans une des lettres d'Abel à Holmboe, à qui la garde en fut confiée pendant le voyage à l'étranger. Holmboe désire y prendre ceci ou cela pour l'insérer dans le „Magazin." Abel donne son autorisation, mais voudrait que l'on n'en fit usage que modérément, car le contenu ne convient guère au „Magazin".

Mais de toute la production d'Abel à cette époque, rien n'attira davantage l'attention qu'un mémoire assez développé „sur l'intégration des formules différentielles" dont malheureusement nous ne connaissons plus le contenu, mais qui du moins n'a pas été écrit en vain. Il influa plus qu'aucun autre sur la destinée d'Abel, tant il fit sensation dans le milieu universitaire. Bien qu'il soit perdu, il nous faudra plusieurs fois y revenir.

C'est à mon énergique et infatigable collaborateur, M. Carl Størmer, que nous devons de connaitre l'époque de sa rédaction, que l'on fixait précédemment à l'automne de la même année, et de nous faire une idée un peu plus précise de son sujet que nous ne le pouvions jusqu'ici. En se livrant aux recherches les plus minutieuses dans les archives de l'université et d'autres établissements publics, M. Størmer a mis au jour la collection la plus complète de documents relatifs à Abel, que l'on ait réunie jusqu'à présent, et qui constitue l'importante section

de documents du présent mémorial, parmi lesquels deux pièces inconnues jusqu'à ce jour, concernant ce mémoire. La plus ancienne des deux (doc. IV) vient d'être découverte il y a quelques jours, et a nécessité par la surprenante nouveauté des éclaircissements qu'elle apporte, un remaniement assez considérable, sur ce point, dans cette partie déjà achevée de notre introduction. Elle raconte, avec une vivacité inaccoutumée dans un document officiel, comment Hansteen, le 22 mars 1823, se présenta devant le conseil académique, avec le mémoire d'Abel, et demanda l'aide de l'université pour le faire imprimer.

Le mémoire s'est certainement distingué de ses autres travaux contemporains sous plus d'un rapport. Il avait une étendue qui n'a pas permis à Hansteen de l'insérer dans le „Magazin", et en outre, évidemment pas seulement aux yeux de celui-ci, une importance qui rendait désirable de le publier sous une forme plus digne. Mais le conseil, que la situation financière de l'université obligeait à la plus grande réserve pour tout ce qui regardait les dépenses exceptionnelles, résolut provisoirement de charger Hansteen et Rasmusen d'examiner le travail de plus près. Leur jugement approfondi, second des documents trouvés par M. Størmer (doc. VI), ne parut que vers la fin de l'année.

Comme dans l'intervalle beaucoup d'évènements se sont passés, qu'il faut raconter dans l'ordre de leur succession, nous y reviendrons au moment voulu.

Il y a quelque lieu de penser que ce mémoire d'Abel, qui depuis fit chez nous des miracles en sa faveur, en lui procurant une bourse dans le pays, puis une bourse de voyage, a aussi été la raison déterminante du petit voyage rapide, mais fécond, qu'il fit à l'étranger pendant l'été. Le Prof. Rasmusen, qui, d'après tout ce que nous pouvons voir, lorsque le jeune mathématicien d'avenir a surgi, s'y est vivement intéressé, suit maintenant de la manière la plus obligeante l'exemple donné par Hansteen. Celui-ci, comme nous savons, avait ouvert sa maison à Abel, et le „Magazin" à ses premiers travaux, et alors Rasmusen lui donna une aide tout aussi chaleureuse en lui offrant 100 „speciedaler"* pour un voyage de vacances à Copenhague, afin qu'il pût profiter de la fréquentation des mathématiciens danois Degen et v. Schmidten.

Ce petit voyage, dont Abel donne avis au conseil académique le 2 juin 1823 (doc. V) lui a fait du bien de plusieurs manières. Il avait de la famille à Copen-

* Environ 550 francs.

hague, sa tante étant mariée au capitaine-commandant danois P. M. Tuxen, dont le nom avait été donné à l'un de ses plus jeunes frères. Il demeura chez eux et s'y plut beaucoup. Mais il trouva aussi d'autres amis. La sœur de Madame Hansteen, Madame Henriette Friderichsen, à qui tout de suite il rendit visite, le reçut avec toute la cordialité qu'il pouvait désirer et prévoir, comme un ami intime de la maison Hansteen et un protégé de sa sœur. D'avance on avait dit du bien de lui, et nous savons combien un voyageur était le bienvenu, à cette époque de service de poste médiocre, comme transmetteur direct de compliments et de correspondance.

Il ne fut pas moins enchanté de faire la connaissance du professeur Degen, dont la remarquable bibliothèque mathématique excita son enthousiasme, et dont la sincère admiration pour lui, et l'idée de vouloir apprendre beaucoup de lui, le rendit à la fois heureux et confus. Nous ne pouvons voir si Abel avait emporté son mémoire sur l'intégration, et s'il le lui a montré. Le mémoire était probablement resté au pays chez Hansteen ou Rasmusen.

Le voyage lui-même, son bonheur à Copenhague et ses impressions, on en a le récit gai et naïf dans ses lettres du 15 juin et du 4 août à Holmboe (lettres I et II).

Ces deux lettres sont extrêmement jeunes de style et de ton. Il est plein d'impressions soudaines, il écrit comme cela lui vient, et éclate en exclamations des plus naïves. Si l'on compare ces lettres avec celles de son grand voyage, dans ces dernières, bien qu'il soit plus âgé seulement de deux à trois ans, d'une part, il est vrai, on le voit tout aussi jeune et naïf, mais son esprit scientifique a acquis une maturité qui rayonne à travers cette naïveté même, de la manière la plus charmante. En même temps, son style est devenu d'une clarté transparente, remarquablement libre et facile, plein de vie, et de mots justes et de tournures saisissantes.

La seconde lettre à Holmboe raconte en détail ses travaux à Copenhague, et montre qu'il ne perdait pas son temps: il profitait de ce qu'il avait l'occasion d'étudier des ouvrages qu'il ne trouvait pas au pays, comme l'„*Application de l'Analyse à la géométrie*“ de Monge, et la „*Théorie des nombres*“ de Legendre, et il travaillait en même temps à des travaux personnels, entre autres à la démonstration du second théorème de Fermat. Mais l'importance de la lettre pour nous réside surtout dans le passage singulier où on le voit occupé de rien de moins que le problème de l'inversion des intégrales elliptiques, sur lequel il parait

qu'il s'était déjà creusé la tête avant son départ. Il dit: „Ce petit travail traitait, tu te le rappelles, des fonctions inverses des transcendantes elliptiques, et j'y avais démontré une chose impossible; j'ai prié Degen de le lire d'un bout à l'autre, mais il ne put découvrir aucune fausse conclusion, ni comprendre où était la faute; Dieu sait comment je m'en tirerai!".

Abel fit encore une autre connaissance à Copenhague, celle de la jeune fille, Christine (Stine, Crely ou Crelly) Kemp, qui fut plus tard sa fiancée. Elle était née à Copenhague en 1804, fille de l'intendant général Christian Kemp, et de sa femme Catharine Christiane, née Koch; ce n'était pas une beauté, mais elle était fraiche, vive et bien douée, tant pour l'intelligence que pour le cœur. Ils s'étaient rencontrés pour la première fois dans un bal, comme il l'a raconté lui-même. Il l'avait invitée pour une valse, mais, le moment venu, ni l'un ni l'autre ne savait danser. Comme il est arrivé plusieurs fois dans la vie d'Abel, cela commença par un arrêt. L'année suivante il la rencontra de nouveau en Norvège, et il se trouva qu'ils avaient gardé l'un de l'autre un souvenir fidèle.

Sauf cette connaissance, qu'Abel n'a pas jugé bon, ou n'a pas eu occasion de raconter à Holmboe, nous ne savons rien de son séjour à Copenhague en dehors de ce que les deux lettres nous apprennent; mais nous savons que tout cela a été pour lui mieux qu'un voyage de vacances, il en a tiré une bonne moisson, s'est fortifié et mûri à la fois comme homme et comme savant.

Si nous voulons désigner les étapes de la croissance de son développement mathématique par les noms des hommes qui, soit directement par leur enseignement, soit par leur approbation sincère, ou en stimulant son activité d'esprit et sa production à leur apogée, ont successivement influé sur sa vie, nous dirons que la première période, celle de Holmboe, des années d'écolier, est achevée, et que nous approchons de la fin de la seconde, celle de Hansteen et Degen. Il reste celles de Crelle et de Jacobi. La période dans laquelle nous nous trouvons va de 1821 jusqu'en 1824. Elle est caractérisée par: lecture décroissante, production croissante. Degen lui donna une nouvelle impulsion; celle-là était merveilleusement efficace, pour un homme de notre pays, qui se trouvait tout à coup face à face avec un ami sympathique d'âge mûr, à la fois connu et étranger, dont les encouragements, et sortout l'approbation, avaient une importance et une portée d'autant plus grandes, précisément parcequ'il ne faisait pas partie des plus proches, dont

l'autorité et l'influence est toujours affaiblie par la fréquentation quotidienne, qui peu à peu les transforme en d'autres valeurs, confiance, amitié, intimité confortable.

Après le retour de Copenhague, vient une période dont nous savons peu de chose. Nous avions cru jusqu'à présent qu'elle était occupée par son travail pour son mémoire sur l'intégration, mais la trouvaille de Størmer montre que celui-ci était déjà terminé en mars. Le vide qui en résulte est d'ailleurs rempli, si nous nous rappelons la longue série de mémoires dans le cahier dont il a été question.

Il peut nous sembler, de nos jours, que Hansteen et Rasmusen ont pris un temps bien long pour exprimer leur jugement sur le mémoire d'intégration d'Abel. Leur réponse (doc. VI) n'a été présentée que le 19 décembre, au bout de neuf mois. Mais par contre, elle est scrupuleusement pesée, et apporte des propositions fermes, qui sont en réalité à la base de tout ce qui a été fait en faveur d'Abel par les pouvoirs publics pendant la période suivante. La bonne volonté avec laquelle le conseil et les ministères accueillent ces propositions, prouve qu'en faveur d'Abel fut exercée une action personnelle dont la postérité doit être reconnaissante à ses deux protecteurs. Ils ont certainement employé cet intervalle à rechercher ce qu'ils pourraient avoir quelque chance d'obtenir, et ils lui ont préparé le terrain le mieux qu'ils ont pu. Et si tout s'était exactement passé comme Hansteen et Rasmusen l'auraient voulu, très certainement l'avenir d'Abel aurait été un peu moins sombre qu'il ne le fut. Sur un seul point, en effet, le conseil repoussa la proposition, comme nous le verrons dans le récit qui va suivre, aussitôt que nous aurons examiné ce document, curieux sous plusieurs rapports.

Car ce document offre encore un grand intérêt, outre qu'il désigne les véritables promoteurs de la subvention obtenue de l'état par Abel, en ce qu'il donne la seule source réelle de renseignements sur le mémoire lui-même. On y lit: „. . . . . le mémoire ci-joint, écrit par lui en français, sur l'Intégration des formules différentielles.“ Je ne crois pas me tromper en voyant dans les mots que j'ai soulignés le titre même du travail d'Abel. On lit plus loin: „Dans ce mémoire est exposée, pour toutes les formes principales de formules différentielles, la manière dont leur intégration peut être effectuée“, et que „cette exposition qui est différente de celle qui se trouve dans les ouvrages de nous connus, relatifs au calcul intégral* . . . . . .

* Le Prof. Bjerknes croit voir une allusion à ce travail dans la note au troisième théorème du grand mémoire inachevé, „Précis d'une théorie des fonctions elliptiques“, journal de Crelle, vol IV, 1829 (v. Sylow-Lie, vol I, p. 550). Abel s'exprime ainsi: „J'ai fondé sur ce théorème

Le mémoire mérite d'être répandu." Ils examinent ensuite s'il serait utile de donner à Abel une subvention pour que le travail pût être imprimé dans le pays, ce que, pour diverses raisons, ils ne croient pas pouvoir conseiller, car, à leur avis, le mémoire, par son contenu, convient mieux pour l'insertion dans „les publications de quelque Société scientifique, l'objet de ces recueils étant précisément de recevoir des vues scientifiques nouvelles, dont l'exposition suppose des lecteurs d'une compétence exceptionnelle, et qui par suite ne peuvent faire espérer une vente considérable." Au lieu de cela, ils proposent de donner à Abel une bourse de voyage, et ils rappellent en même temps sa pauvreté, qui est connue du conseil, et que son entretien à l'université a jusqu'ici été payé par souscriptions privées. „Maintenant il lui faut une subvention plus importante, afin qu'il acquière à son pays l'honneur que ses dons et ses progrès permettent d'espérer d'un tel savant . . . . . A Paris il trouvera probablement l'occasion de faire insérer son travail sur l'intégration dans les Mémoires de l'Institut national, ainsi publié sous la forme qui lui convient, et nous croyons que ce sera le moyen le plus rapide de le faire connaître."

Ainsi s'expriment Rasmusen et Hansteen sur le mémoire et son importance. Suit le détail de la proposition pour les études au pays, la bourse de voyage, la subvention d'équipement pour le voyage, et enfin une bourse provisoire après son retour.

La chaleur et la prudence dont cette pièce témoigne d'un bout à l'autre fait le plus grand honneur aux deux signataires, et il ne faudra pas l'oublier, lorsque plus tard nous verrons Hansteen lui-même, ainsi que Holmboe, se mettre en travers de l'avenir d'Abel.

La conséquence immédiate fut la communication du conseil académique au ministère de l'instruction publique du 11 janvier 1824 (doc. VII). Le conseil transmet le mémoire au ministère et demande pour Abel une bourse de voyage de 50 spd.

---

un nouvelle théorie de l'intégration des formules différentielles algébriques, mais que les circonstances ne m'ont pas permis de publier jusqu'à présent. Cette théorie dépasse de beaucoup les résultats connus, elle a pour but d'opérer toutes les réductions possibles des intégrales des formules algébriques à l'aide des fonctions algébriques et logarithmiques. On parviendra ainsi à réduire au plus petit nombre possible les intégrales nécessaires pour représenter sous forme finie toutes les intégrales qui appartiennent à une même classe." Il y a incontestablement dans les expressions qu'il emploie quelquechose qui rappelle les déclarations contenues dans le rapport cité plus haut. Mais on ne peut guère conclure de là rien de certain.

par mois pendant 18 mois, et jusqu'au départ une bourse de 20 spd. par mois, à dater du 1er janvier de l'année courante, et en outre, à cause de sa situation économique difficile, une somme spéciale de 150 spd. pour son équipement, le tout parfaitement conforme à la proposition de Rasmusen et Hansteen. Ceux ci avaient en outre, comme nous nous le rappelons, proposé d'assurer à Abel quelque chose provisoirement (30 spd. par mois pendant une demi-année) après son retour. A cela le conseil se refusa, laissant ainsi échapper une occasion qui ne devait plus se représenter, négligence dont les suites furent amères pour Abel.

La réponse du ministère (après négociations avec le ministère des finances, doc. VIII—IX), arriva le 19 février (doc. X), et invita le conseil à examiner s'il ne serait pas bon qu'Abel, avant de recevoir sa bourse de voyage, restât d'abord quelques années à l'université, avec une subvention convenable de l'Etat, en vue de „se perfectionner ici, à l'université, dans les langues et autres connaissances auxiliaires, lesquelles, vu son jeune âge, on peut supposer qu'il ne possède pas autant qu'il pourrait paraître désirable afin qu'il puisse tirer du séjour projeté près des universités étrangères tout le profit possible pour son étude principale.“ Le 23 du même mois le conseil déclara qu'il approuvait tout à fait cette manière de voir, et par décret royal du 29 mars, Abel se trouva en possession d'une bourse d'Etat de 200 spd. par an pour deux ans. La bourse comportait l'obligation d'étudier pendant ces deux années „les langues savantes et autres sciences importantes pour son étude principale, les mathématiques.“

Abel se vit obligé de suivre à la lettre cette disposition plutôt minutieuse, et ses déclarations dans sa pétition ultérieure du 1er juillet (doc. XVII) et dans la lettre consécutive au conseil (doc. XX), montrent qu'il s'y est conformé. Mais il ne semble pas, d'ailleurs, que cela lui ait pris tellement de temps qu'il n'ait pu, malgré cela, s'abandonner aux inspirations de sa vocation puissante, avec, en outre, cet attrait particulier, d'être mathématicien *ex officio*, relativement libre de gêne économique, et non plus exclusivement réduit à l'aide de bons amis et de protecteurs. Combien cette délivrance de tout ce qui jusqu'alors avait pesé sur lui, nature sensible et délicate, a contribué à lui donner cette vigueur de travail qui va le conduire à sa première grande manifestation, sa première victoire éclatante, personne, certes, ne pourra le dire au juste. Mais cette victoire, la démonstration de l'impossibilité de la résolution de l'équation du cinquième degré par des radicaux, qui est due avant tout, bien entendu, à sa pénétrante sagacité, et à son infatigable énergie qu'aucune

difficulté ne faisait céder, et ensuite à la science et à la maturité que lui avait acquises l'ardeur dont témoigne la trouvaille faite par le prof. Sylow à la bibliothèque. Mais en outre, elle suit la concession de la bourse comme l'écho répond à l'appel. Dès l'été suivant son petit mémoire, d'une rédaction très serrée, était publié: „*Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré.*" (Sylow et Lie, vol. I, III). C'était une vilaine plaquette* mal imprimée, dont il avait lui-même fait les frais. Pour réduire la dépense d'impression, raconte Hansteen („Ill. Nyhedsbl." 1862), il avait réduit le mémoire à une demi-feuille in-4°, et ni l'aspect extérieur, ni la rédaction étriquée exigée par la place ainsi limitée, ne pouvaient faire soupçonner l'importance de ce qu'il renfermait. Car c'est avec cette petite plaquette qu'il franchit le seuil qui le fait passer de la période de tâtonnements et de recherches de débutant à l'époque du grand Abel. Comme nous le verrons bientôt, ce fut, dans ce sens, et aussi littéralement, sa lettre d'introduction auprès du grand monde mathématique d'Europe. Il essaya tout aussitôt de faire connaître son travail, et, probablement par l'intermédiaire de Hansteen ou avec son approbation, il en envoya un exemplaire à Hambourg à Schumacher, qui parle du mémoire dans une lettre à Gauss du 23 juillet 1824. Schumacher l'envoya bientôt après à Gauss par Olbers. Mais le jugement de Gauss sur ce travail ne se trouve nulle part dans la correspondance ultérieure entre lui et Schumacher. Par contre Hansteen nous apprend, dans une note à l'une des lettres d'Abel, insérée dans l'article déjà cité („Ill. Nyhedsbl." 1862), que Gauss „lorsqu'il l'avait vu, avait dit qu'il démontrerait lui-même la possibilité de la résolution; mais avait dû reconnaître plus tard qu'Abel avait raison." Cette anecdote, dont rien d'écrit ne confirme l'exactitude, ni dans la correspondance entre Gauss et Schumacher, ni dans la correspondance entre celui-ci et Hansteen, repose sans doute sur quelque erreur, mais peut bien avoir pour point de départ quelquechose de réel. Le fait est que Gauss était alors en possession des connaissances les plus étendues de cette époque, tant en ce qui concerne

* La plaquette fut imprimée dans la même imprimerie d'où sont sorties plus tard les deux éditions de ses œuvres complètes. Si l'on place à côté les uns des autres ces divers travaux d'impression, cela donne sous une forme concrète, non seulement une image frappante de la différence entre la situation générale en Norvège, comparée à ce qu'elle est aujourd'hui, mais aussi une illustration saisissante du contraste entre les commencements si pauvres d'Abel et l'éclat dont rayonne aujourd'hui son nom respecté.

la théorie des équations que les fonctions elliptiques, mais que dans ses hauteurs solitaires, il avait jusqu'alors gardé pour lui la plus grande partie de ce qu'il en connaissait.

Avait-il déjà vu la possibilité de résoudre l'équation du cinquième degré par des moyens algébriques d'ordre plus élevé que les radicaux, comme l'expression qui lui est attribuée pourrait l'indiquer? ou bien était-ce les lacunes de la démonstration d'Abel, que celui-ci, surtout à cause de la place limitée, avait dû se permettre dans la rédaction, et que le regard perçant de Gauss a découvertes, qui furent l'objet de sa critique? On ne peut le savoir.

Dans son troisième et dernier travail sur ce sujet, le mémoire „*Sur la résolution algébrique des équations*“ (Sylow et Lie, vol. II, XVIII), qui était destiné au journal de Crelle, mais est resté inachevé parmi ses papiers, Abel jette un regard en arrière et approfondit son raisonnement, et il dit en même temps ce qu'il pense des anciennes recherches de Ruffini: „Le premier, et, si je ne me trompe, le seul qui avant moi ait cherché à démontrer l'impossibilité de la résolution algébrique des équations générales, est le géomètre Ruffini; mais son mémoire est tellement compliqué qu'il est très difficile de juger de la justesse de son raisonnement. Il me parait que son raisonnement n'est pas toujours satisfaisant. Je crois que la démonstration que j'ai donnée de ce théorème ne laisse rien à désirer du côté de la rigueur; mais elle n'a pas toute la simplicité dont elle est susceptible. Je suis parvenu à une autre démonstration, fondée sur les mêmes principes, mais plus simple, en cherchant à résoudre un problème plus général“. En réalité Ruffini, comme on sait, était parti d'une hypothèse non démontrée, et avait été par suite amené à un résultat d'une trop grande généralité. Abel, à qui d'ailleurs en 1824 le travail de son précurseur était totalement inconnu, a donc, malgré celui-ci, pleine priorité, en ce que, par ses recherches nouvelles et fondamentales sur le sujet, il a acquis cette découverte à la science d'une façon définitive.

Puisque nous en sommes au chapitre Abel-Schumacher-Gauss, nous devons rendre compte d'un rapide incident à peu près de l'époque où parut son mémoire sur l'équation du cinquième degré. Il s'agit d'un de ses travaux qui s'écartent le plus de sa spécialité, le mémoire publié dans le „Magazin“, dont il a déjà été question, et qu'il désavoua lui-même bientôt après, mais qui lui attira, et plus encore peut-être à Hansteen, une critique bienveillante dans la correspondance entre les deux savants allemands. Abel, à la demande de Hansteen, avait abordé par exception un sujet

purement mécanique, qui lui était étranger, et il avait cherché à calculer l'influence de la lune sur le pendule, et l'irrégularité qui en résulte dans son mouvement, mais en traitant cette question, il avait complètement négligé l'influence de l'attraction exercée sur la terre, et Hansteen, avec le même défaut de critique et la même aveugle confiance dans l'infaillibilité de son jeune ami, fit comme il avait fait déjà. Frappé du résultat auquel Abel était arrivé, savoir que l'influence de la lune serait tellement sensible, que son action sur le fil à plomb pourrait être vérifiée par observations, non-seulement il inséra le mémoire d'Abel dans sa revue, mais il l'envoya à Schumacher pour être imprimé dans les „Astronomische Nachrichten". Le 2 août de la même année, Schumacher répond (lettre XLVI). Il montre la faute, et dans le numéro suivant du „Magazin" Abel se hâte de reprendre ses affirmations, et il rend compte d'où provenait l'erreur. Après sa mort, à propos d'un échec analogue d'un physicien anglais traitant le même problème, Schumacher, dans une lettre à Gauss (7 mai 1830), revint sur ce petit incident, et écrivit alors: „Celui qui aurait voulu juger d'après cela les talents d'Abel se serait fait sur lui des idées bien fausses."

Mais pour en revenir à son mémoire sur l'équation du cinquième degré, il y a encore à ce sujet un fait qui mérite d'être remarqué, c'est que, de même que le travail déjà mentionné, adressé au conseil académique, il est écrit en français. Le français, avec la „calligraphie", étaient les parties pour lesquelles il avait les plus mauvaises notes à l'école. Lorsqu'on a vu son écriture fine, nette, bien lisible, on pourrait s'étonner que l'école ait été mécontente de ses examens d'écriture, si l'on ne se rappelle quelle singulière espèce de calligraphie en y enseignait alors; c'était plutôt une sorte de dessin compliqué, souvent en caractères gothiques avec des fioritures et des traits ondulés datant du rococo, ainsi qu'on peut le voir encore dans les documents publics et les vieilles pages d'album.

Il était à tous égards plus fâcheux qu'à la sortie de l'école il fût encore peu avancé en français.* Cependant son étude assidue des auteurs mathématiciens français lui avait évidemment profité aussi en cela, et il ne fut pas long, comme nous avons vu, avant de se risquer à rédiger ses travaux dans cette langue. Ce changement marque aussi au point de vue mathématique un grand pas en avant, comme assurance et confiance en lui-même. Il n'écrit plus pour le cercle limité,

* A l'„*examen artium*", il se comporta cependant fort bien, et eut la note 2.

qui comprend sa langue maternelle, mais visiblement il se prépare à exposer ses découvertes et ses trouvailles à un plus large public.

Lesquels de ses travaux publiés plus tard a-t-il esquissés sur le papier dès cette époque, et dans quelle mesure, ou du moins lesquels avait-il déjà en tête, on ne peut le préciser aujourd'hui en détail. Les études les plus sérieuses à ce sujet, fondées sur les renseignements de Holmboe dans les „Œuvres complètes", première édition, relativement aux lieux où furent rédigés les mémoires posthumes, sont dues à son savant, pieux et scrupuleux biographe C. A. Bjerknes (Niels Henrik Abel, Tableau de sa vie et de son action scientifique. Suite d'articles dans la revue de Letterstedt, Stockholm, 1880. Traduction française, considérablement augmentée, Paris 1885) ainsi qu'à Leo Koenigsberger („Zur Geschichte der Theorie der elliptischen Transcendenten in den Jahren 1826—29." Leipz. 1879.) Ils constatent que dès avant son voyage il possède déjà les idées conductrices de ses découvertes les plus importantes, l'inversion, la double périodicité et le théorème d'addition. Et ceci est confirmé par ses affirmations répétées dans ses lettres au sujet de théories achevées, qu'il n'a plus qu'à rédiger, et même de mémoires complètement prêts, auxquels il ne manque qu'un éditeur et l'impression. Nous devons croire non seulement à une pleine maturité et à une foule de résultats de détail, mais aussi à une profonde pénétration des théories qui constituèrent plus tard son domaine, déjà atteinte et acquise dans cette silencieuse période de travail au pays. Elle est silencieuse, car nous en entendons parler à peine, silencieuse comme la vie de la chrysalide, en laquelle se produit la transformation la plus importante, le passage de la première vie d'absorption gloutonne, lorsqu'elle était larve, au moment solennel où, papillon, elle va s'envoler vers la lumière, dans toute sa beauté et sa perfection.

Sur la proposition du ministère de l'instruction publique, acceptée par le conseil académique, Abel devait consacrer deux années à développer ses connaissances générales et acquérir la maturité nécessaire avant son départ. Mais le temps lui parut trop long, ainsi qu'aux amis qui s'intéressaient à lui, et Kristiania trop petit, étroit et mesquin, et le 1er juillet 1825, il adressa par l'intermédiaire du conseil, une nouvelle pétition au roi, cette fois rédigée par lui-même, pour obtenir une bourse de voyage (doc. XVII). L'original de ce document, dont on ne connaissait jusqu'ici que le brouillon et la recommandation ajoutée par Hansteen, vient

d'être retrouvé dans les archives, ainsi que les déclarations de Hansteen et de Rasmusen (doc. XVIII—XIX), par M. Størmer.

Cette lettre, comme toutes ses pétitions, est rédigée dans un style simple et modeste, et comprend un compte-rendu rapide de l'usage de la bourse dont il jouissait déjà; elle demande qu'une somme annuelle de 600 spd. lui soit accordée „pour continuer pendant deux ans, à Paris et à Göttingen, à cultiver les sciences mathématiques." Hansteen, dans sa recommandation, mentionne ses travaux imprimés, et aussi de nouveau tout spécialement son grand mémoire manuscrit, qu'il appelle „un travail relatif à un perfectionnement de méthode dans le calcul intégral", où il a donné des preuves d'une ardeur et d'une puissance de travail rares, en même temps que de capacités exceptionnelles. Son caractère et sa moralité, continue Hansteen, méritent un éloge égal, ce dont j'ai eu l'occasion de me convaincre par mes relations personnelles avec lui." Il termine en prédisant que l'avenir d'Abel serait avantageux et glorieux pour le pays. La note de Rasmusen est également pleine d'admiration pour les conceptions auxquelles Abel est déjà parvenu, et lui présage un grand avenir, mais n'ajoute aucun trait nouveau à ce que nous savons déjà.

La bourse fut accordée par décret royal du 27 août de la même année. Quant aux pièces, on peut s'y reporter (doc. XX—XXXIV). Il devait conserver la bourse qu'il avait déjà, jusqu'au jour où il partirait en voyage. Ni Abel lui-même, ni les autorités et les corps qui l'appuyaient, n'avaient repris la bonne idée de Hansteen et de Rasmusen, de s'occuper en même temps de lui procurer une continuation de bourse après son retour, ce que le conseil, comme nous savons, avait malheureusement refusé d'ajouter à la pétition précédente. Le bourse dans le pays fut alors expressément retirée sur la demande du ministère des finances, sans perspective de renouvellement ultérieur. De subvention d'équipement pour se mettre en route, il n'est plus question non plus.

Le ministère de l'instruction publique (doc. XXXIII), en communiquant au conseil le décret de Sa Maj. le Roi, termine en „adressant un projet rédigé par l'étudiant Abel pour le voyage qu'il entreprend, et priant l'honorable conseil de donner son avis à ce sujet." Abel a donc „rédigé" un projet. Il est vraisemblable que ce projet est une rédaction plus détaillée des grandes lignes indiquées dans la pétition même, provoquées peut-être par les observations du ministère de l'instruction publique (doc. XXIV), et il serait intéressant de savoir dans quelle mesure il

s'était engagé d'avance à employer son séjour à l'étranger selon un plan approuvé par le conseil. Mais il n'a pas été possible, malgré les recherches les plus minutieuses de M. Størmer, de trouver ce plan de voyage.* Si Abel s'est manifestement écarté du projet, cela n'a pas toujours été du goût de ses amis influents, dans le pays. Il y eut surtout cette circonstance, que le voyage, par suite des pointes d'Abel à Vienne, dans l'Italie du nord, le Tyrol et la Suisse, a été trop coûteux, et par suite a duré moins longtemps qu'il n'était prévu, et ce fait encore, qu'il brûla Göttingen complètement; il est bien possible que cela ait un peu refroidi à son égard, et contribué à ce que le gouvernement, après son retour, fît la sourde oreille. Mais dans les milieux purement universitaires, ces écarts du projet de voyage primitif ne diminuèrent pas le moins du monde l'intérêt qu'on lui portait.

Alors commença pour Abel un temps d'agitation, avec son équipement et les préparatifs du voyage, et les mesures à prendre, afin de régler bien des choses pendant son absence. Ce n'étaient plus seulement sa mère, ses frères et sa sœur, et leur situation, qui lui tenaient à cœur. Huit mois auparavant, il s'était fiancé. On raconte l'histoire de ses fiançailles de plusieurs manières, mais il semble que cela se soit passé pendant une excursion joyeuse et pittoresque avec des camarades à Son, petit village sur la côte du golfe de Kristiania. Il y avait refait connaissance avec Mlle Kemp, qui y était venue comme gouvernante dans une des familles de l'endroit. Depuis lors elle partagea ses soucis et ses joies en qualité de fiancée. Il y a dans sa correspondance quelques passages qui semblent indiquer que pendant sa longue absence des brouilles sont survenues, ou peut-être seulement un refroidissement passager, et un moment, comme il a déjà été dit, la vue de la sœur de Madame Hansteen, Charite Borch, l'ébranla. Mais alors Madame Hansteen intervint, et le fit revenir à lui. En tout cas il y eut bientôt réconciliation, et parfaite entente entre eux. Sa manière de s'exprimer sur elle est partout très courtoise et témoigne d'un profond respect. Elle lui fut, de son côté, une tendre et fidèle garde-malade pendant sa dernière maladie.

---

* Størmer, par contre, a trouvé, lorsque ceci était déjà imprimé, la lettre d'Abel insérée plus loin (doc. XXIX), d'où il résulte que la rédaction du plan de voyage a été expressément demandée par le ministre de l'instruction publique. Les dernières traces de cette pièce se perdent au moment où elle est transmise au prof. Rasmusen, pour qu'il donne son avis, et les papiers de Rasmusen n'existent plus.

Ce lien récent s'ajoutait donc à tous ceux qui déjà lui créaient des devoirs, mais pour le moment il s'agissait pour lui avant tout de faire quelque chose pour ses frères et sa sœur. Il est vrai qu'à cette époque trois des frères, outre Abel, étaient grands, mais il fallait régler bien des choses pour ceux-là aussi.

Le frère aîné, manquant d'énergie et de goût pour le travail, avait quitté l'école avant la fin de ses études, et il est ainsi hors de cause, si nous comprenons bien. Il a dû probablement se réfugier d'assez bonne heure auprès de leur mère, près de laquelle il a vécu jusqu'à sa mort en 1842. Il n'a jamais rien fait. Il fut atteint plus tard de débilité mentale, et a probablement déjà pesé sur la famille comme un poids mort à l'époque du départ d'Abel, et par là, sinon d'une autre manière, il a été aussi pour celui-ci une préoccupation de plus.

Son frère Thomas, qui avait 20 ans, trouva une place à Copenhague,* à la même époque, avec l'aide de la famille Tuxen, et certainement ce ne fut pas sans l'intervention d'Abel. Il avait aussi aidé autant qu'il avait pu son troisième frère Peder (mort en 1858 prêtre de paroisse à Etne), alors âgé de dix-huit ans, pendant son sèjour à Kristiania, où il s'était préparé à l'„examen artium". C'est lui qui grâce au consentement du camarade de chambre d'Abel, avait été autorisé à partager son pauvre logis au Regentsen (doc. II). Peder était devenu étudiant en 1825, et fut réduit dans les premières années exclusivement à l'aide qu'il pouvait rencontrer chez ses proches, et avant tout chez Abel. Celui-ci, au moment de son départ, pourvut à ses besoins le plus qu'il put, avec circonspection, et il confia une somme d'argent à Madame Hansteen pour lui venir en aide au fur et à mesure de ses besoins, le plaçant ainsi sous sa surveillance discrète. Cette combinaison prudente, jointe à quelques expressions çà et là dans ses lettres indiquent qu'Abel s'est sérieusement occupé de lui, et aussi qu'à certains égards il a eu quelques inquiétudes pour son avenir.

Mais sa mère avait encore avec elle, outre probablement le frère ainé, l'unique sœur d'Abel, Elisabeth, qui avait alors quinze ans, et le plus jeune frère, qui en avait onze. Ils habitaient la propriété de Lunde à Gjerstad (où la mére mourut en 1846). La sœur Elisabeth Magdalene était la seule dans cette famille nombreuse qui

* D'après Finne-Grønn, qui paraît croire qu'il y est resté jusqu'à sa mort, qui aurait en lieu vers 1835. D'après les lettres de l'été de 1828 à Madame Hansteen, nous voyons toutefois qu'il est alors à Kristiania, et il ne mourut pas à Copenhague, mais (vers 1850), à Kragerø où il avait mené une existence assez triste.

ressemblât à ABEL par ses capacités et sa vivacité d'esprit, et depuis l'enfance elle avait été sa favorite. Maintenant que la famille était sur le point de se disséminer, ses plus grands efforts furent pour la faire entrer dans une bonne maison. Il y a bien des indices, entre autres plusieurs expressions çà et là dans ses lettres qui font penser qu'il a craint sa mère et l'influence de sa mère, et que c'est d'elle qu'il voulait sauver sa sœur. Quoi qu'il en soit, cela fait le plus grand honneur à l'amitié prévoyante d'ABEL pour sa sœur, qu'il lui ait alors consacré ses soins les plus attentifs, au milieu de l'activité de son départ. Ici encore la famille de Hansteen vint à son aide de la manière la plus prévenante. Ils la prirent chez eux pendant la moitié de la première année d'absence d'ABEL, jusqu'au moment où la maison du ministre Treschow, l'ancien recteur de son père, à Tøien, fut prête à la recevoir. C'est là qu'elle passa, depuis lors, les années de sa jeunesse. Des lettres conservées une seule lui est adressée. Elle est datée de Paris (lettre XVII) et est un vivant témoignage de l'inquiète affection qu'il portait à ses proches. Elisabeth méritait à tous égards l'amitié d'ABEL; elle est devenue par la suite une femme aussi intelligente qu'aimée pour son amabilité et sa bonté. Elle épousa en 1838 CARL FRIEDERICH BØBERT, alors directeur de la fabrique de bleu de cobalt de Modum, plus tard directeur des mines d'argent († 1869), et elle mourut à Kristiania en 1873. C'est sa fille, Madame THEKLA LANGE, veuve du ministre, qui possède actuellement, outre plusieurs des lettres et d'autres souvenirs d'ABEL, son portrait par Gørbitz, d'après lequel ont été faits tous les autres portraits d'ABEL.*

* Puisque nous parlons ici de son portrait, nous pouvous ajouter que nous ne savons que très peu de chose sur son extérieur. D'après une tradition, il parait que son teint n'était pas très frais, et qu'il avait le visage bourgeonné, ce que pourtant son portrait contredit. Une autre tradition rapporte qu'il avait la stature de son père, qui était de taille moyenne, et dont une silhouette en pied est conservée, mais le costume ancien y cache la forme du corps. Enfin quelques renseignements supplémentaires sur l'intérieur d'ABEL se trouvent dans son passeport pour le voyage à l'étranger. Les voici:

N°	Date	Nom et profession	Certificat d'identité	Destination	Lieu de naissance	Age	Taille	Corpulence	Yeux	Cheveux	Visage	Signes particuliers	Sait écrire?	Payé
174	9 Mai [1825]	Etudiant N. H. Abel	Professeur Hansteen	Copenhague	Norvège	23	Moyenne	Moyenne	bleus	bruns	...	...	oui	payé 1 spd.

Il y a dans ce passe-port deux singularités et un détail gai. Il est daté du 9 mai (!) et concerne Copenhague (?). Cela fait penser involontairement à son petit voyage de 1823; mais l'année et l'indication de son âge sont concordantes. Aurait-il pensé faire un nouveau voyage à Copenhague, un tour de vacances, auquel il aurait renoncè? Et puis, on lit avec un sourire le témoignage du bureau de police qu'ABEL sait écrire!

Le triste tableau qu'offrait la situation de sa famille au moment de son départ, et les démarches certainement courageuses, mais non pour cela moins pénibles, qu'il dut entreprendre pour laisser tout à peu près assuré et en ordre, terminent son premier séjour à Kristiania.

Avec son départ de Kristiania dans les premiers jours de septembre, commença pour Abel un chapitre de sa vie nouveau sous tous les rapports; ce fut, du moins les premiers mois, son époque la plus heureuse. Il ne fit pas le voyage seul. Il y avait tant de choses à régler et à réorganiser dans notre pays, que l'année précédente et cette année-là (malgré la pénible situation des finances nationales) partit une petite troupe de jeunes gens distingués, dont plusieurs pourvus de bourses d'état, pour se mettre au fait de la tâche où les appelait leur talent, leur activité, et notre besoin d'hommes capables dans diverses branches. Certes aucun d'entre eux n'était un génie extraordinaire comme Abel, mais tous étaient hommes d'avenir, habiles et énergiques chacun dans sa partie.

Le mieux doué de cette petite société de compatriotes pleins d'entrain, qui devaient former le cercle des amis les plus intimes d'Abel à l'ètranger, était le géologue B. M. Keilhau (né en 1797, † 1858). Il avait de grandes dispositions naturelles, un esprit pratique, de l'habileté, et il était en outre un savant sérieux et un observateur ingénieux. C'est lui qui a fondé l'étude de la géologie de la Norvège, et son projet, à cette époque de recommencements, n'était rien de moins que de donner une description de la structure complète des montagnes de la Norvège. Si sa conception géologique, qui était pleine d'imagination et témoignait d'une personnalité originale et puissante, a dû s'effacer devant les résultats que les recherches détaillées, à l'étranger et chez nous, ont mis plus tard en lumière, ses successeurs sont cependant encore pleins d'amiration pour son travail grandiose de fondateur. Il savait décrire ce qu'il voyait dans la nature, même en dehors de sa sphère géologique, comme le montre son remarquable récit d'un voyage dans les régions polaires en 1827—28. Ses belles descriptions dans cet ouvrage, et d'autres, lui font une place parmi nos prosateurs. Tout de suite après lui nous devons nommer parmi les compagnons de voyage d'Abel, Christian Boeck (né en 1798, † 1877), médecin et physiologue, moins saillant que Keilhau, mais très cultivé, aimable, s'intéressant à toutes sortes de choses, ayant des connaissances étendues dans beaucoup de directions différentes. Keilhau et Boeck, le premier comme géologue, le second

comme botaniste, avaient visité en 1820 la région montagneuse comprise entre le Valders, Lom et Sogn, et avaient découvert ce pays alpestre, dont le nom célèbre, Jotunheimen, date d'eux. Ils étaient tous deux, comme nous l'avons vu, un peu plus âgés qu'Abel, tous deux plus développés que lui à beaucoup d'égards, mais ils furent pris, et de plus en plus, par son génie et son originalité, et lui furent bientôt attachés par une solide et intime amitié. La partie de la tradition qui conserve les traits les plus fins sur la vie d'Abel et ses incidents, et qui a été la source de la plus grande partie de ce que le prof. Bjerknes a pu réunir, en dehors des documents écrits, provient de Boeck. Il vivait encore trois ans avant que parût la biographie détaillée d'Abel par Bjerknes. Nous reviendrons à la fin de ces pages sur la piété qu'ont montrée au même degré ces deux excellents amis envers Abel et sa mémoire, comme savant et comme homme.

Keilhau était de ceux qui étaient partis en 1824, et par conséquent ne faisait pas partie des compagnons de voyage depuis la Norvège. Ceux ci étaient Boeck et le minéralogiste N. B. Møller († directeur de mines en 1860). Abel était parti à Son par voie de terre pour prendre congé de sa fiancée. Il faisait nuit noire, a raconté Boeck, lorsqu'il monta en bateau à Son, et bientôt une furieuse tempête chassa du fjord le petit caboteur, qui faisait le service de bateau-poste pour Copenhague. Le bâteau était bondé de passagers. La description de Boeck évoque les conditions primitives dans lesquelles on voyageait alors, et que nous connaissons déjà par la lettre d'Abel de 1823. On dériva vers l'ouest, puis on resta en panne, et ce ne fut que le troisième jour au soir que l'on arriva à la hauteur de Marstrand, mais là on retrouva une si forte brise que presque tous les passagers, et parmi eux Abel et Møller, allèrent s'étendre sur les couchettes, et Boeck, qui résistait, put exercer son art, comme médecin, auprès des plus éprouvés. Un de ceux qui étaient à bord, d'après ce récit, fit deux fois son testament, et supplia le capitaine de retourner, mais il n'y a guère lieu de penser, malgré cela, qu'il y eût danger. Mais ce fut seulement le cinquième jour que l'on aperçut le phare de Helsingør (Elseneur). Le temps était calme et Abel et Boeck, à partir de 3 heures du matin, jouirent de l'entrée dans le Sund: ce fut pour eux la bienvenue brillante que tant de voyageurs, avant et depuis, ont appréciée comme un avant-goût du midi, avec sa vie et sa civilisation plus douces et plus riches, qui alors, bien plus encore qu'aujourd'hui, formaient contraste avec les rudes conditions de notre vie, dans le nord.

Copenhague n'était pas cette fois le but de son voyage, et n'avait d'ailleurs plus pour lui le même attrait qu'autrefois, car son ami Degen venait de mourir. La nouvelle en était parvenue à Kristiania peu avant son départ. Il apprit seulement à son arrivée à Copenhague qu'un paquet de catalogues de la bibliothèque du défunt lui avait été adressé pour être distribués, et c'est le sujet de sa lettre à Holmboe (lettre III).

A Copenhague, Abel se sépara pour peu de temps de ses compagnons, qui continuèrent le voyage vers le sud, tandis qu'il fit une visite de quelques jours à la famille de Hansteen à Sorø. Madame Hansteen et ses sœurs étaient pour Abel une manifestation de quelque chose de plus délicat et plus noble que la vie journalière qui l'entourait. On le voit un peu dans sa lettre de Berlin, vers la fin de son voyage (lettre XXVII) lorsque, à la pensée qu'il va bientôt revoir cette famille, il s'écrie: „Je suis tout joyeux du plaisir de les revoir [Madame Frederichsen et Charite] quand j'arriverai à Copenhague, ce qui ne tardera sans doute pas extrêmement . . . . . J'ai toujours vécu à Copenhague la vie la plus agréable."

Ce bref séjour à Copenhague fut cependant de la plus grande importance pour Abel, en ceci que le prof. v. Schmidten lui donna une lettre de recommandation pour l'homme dont le nom est par la suite attaché le plus étroitement à celui d'Abel, le conseiller privé A. L. Crelle. La recommandation à celui-ci et à un autre mathématicien de Berlin, Dirksen, a certainement modifié le plan de voyage primitif d'Abel et, par voie de conséquence, l'a complètement transformé sous un rapport. Le but du voyage était, comme nous nous le rappelons, d'après sa demande de bourse, Göttingen (c. à d. Gauss) et Paris. Jusqu'à quel point l'idée que se fit Abel, comme il apparaîtra bientôt dans ses lettres, de la personne de Gauss et particulièrement de son inaccessibilité, — ce qui semble être devenu chez lui de plus en plus une idée fixe, à tel point que malgré le projet de voyage approuvé, et par suite adopté par le conseil académique, il n'est jamais allé à Göttingen, — s'était déjà formée à Kristiania, sans doute sous l'influence de quelques réflexions incidentes du prof. Hansteen, peut-être corroborées à Copenhague, nous ne le savons pas au juste. Berlin, du moins, n'était pas tout d'abord, autant qu'il le devint, un des buts de son voyage. Mais Crelle, dont il avait déjà lu un ouvrage à Kristiania, a évidemment exercé sur lui tout de suite une attraction sympathique, par la description qui lui fut faite à Copenhague de sa personne et de la vivacité de sa passion pour les mathématiques. Peut-être aussi la raison la plus effective

de la modification de son plan de voyage primitif doit être attribuée à cette crainte de se sentir seul à l'étranger, dont il a déjà été parlé. Il était si heureux en compagnie de ses compatriotes, et ils allaient à Berlin. Nous pouvons donc facilement nous représenter avec quelle joie il reçut les recommandations de v. Schmidten pour Berlin, puisque tout ce qu'il entendit dire de Crelle et de Dirksen lui donna un espoir sérieux de rencontrer en eux des hommes bienveillants et influents, dont la fréquentation serait instructive et l'entourage agréable. Tout cela se réalisa d'une manière qui devait dépasser ses prévisions les plus intrépides. Mais ainsi commence ce que le prof. Bjerknes a appelé, d'un mot heureux, le grand cercle que son voyage en réalité finit par décrire autour de Gauss et de Göttingen. Il ne fut jamais donné aux deux grands mathématiciens de se connaître personnellement.

Abel prit le vapeur pour Lübeck (c'était la première fois qu'il employait ce récent moyen de communication), puis il traversa le Holstein par des chemins détestables, et atteignit enfin Hambourg, où il se retrouva avec ses amis à l'auberge „Zum grossen wilden Mann."

La première visite d'Abel, qu'il fit en compagnie des autres, fut pour le prof. Schumacher (né en 1780, † 1850, depuis 1810 professeur d'astronomie à l'université de Copenhague, mais depuis 1817 fixé dans le Holstein, surtout à Altona, où il s'occupait de la mesure du méridien danois; il avait en 1823 fondé les „Astronomische Nachrichten", l'organe où Abel et Jacobi devaient se livrer à leur lutte célèbre). Schumacher reçut Abel avec une grande bienveillance. Comme nous le savons, il le connaissait déjà par son calcul erroné des oscillations du pendule et par son travail sur l'équation du cinquième degré. Malheureusement nous ne savons rien de ce qui s'est dit entre eux, ni si Schumacher, qui était avec Gauss en relations si intimes, a contribué à affaiblir ou à fortifier la détermination d'Abel, de se proposer provisoirement Berlin comme but de son voyage, et non Göttingen. Mais Abel a fait sur lui une impression absolument favorable, cela est confirmé par des propos tenus par Schumacher, où il le peint aussi aimable comme homme que grand comme mathématicien. De la durée du séjour à Hambourg nous ne savons rien, et sur le séjour lui-même, d'ailleurs, nous ne savons que ce qu'il dit dans ses lettres à Hansteen et à Madame Hansteen (lettres IV—V).

Nous ne savons pas davantage la date précise de l'arrivée à Berlin. Le premier signe de vie de leur groupe, qui ait été conservé, est une lettre de Boeck à Hansteen du 25 octobre. C'est le premier compte-rendu d'une série d'observations

magnétiques, que l'ardent professeur, profitant de l'occasion, avait fait entreprendre aux jeunes savants, et que plusieurs, d'après une lettre ultérieure d'Abel, ont poursuivies avec beaucoup de zèle plusieurs fois par jour pendant tout le voyage.* Mais il ressort d'une lettre de Boeck que les boursiers étaient alors déjà assez habitués à Berlin. Ils s'étaient mis assidûment à l'étude. Abel, pour sa part, était déjà intime avec Crelle, et en plein travail. Le récit par Abel lui-même de ce qui s'était passé se trouve dans l'importante lettre du 5 décembre, la première à Hansteen (lettre IV). Nous allons raconter brièvement dans un instant ce que l'on peut lire dans cette lettre, et entre ses lignes. Elle montre, par comparaison avec les lettres antérieures, un nouvel Abel, joyeux et enthousiaste de son bonheur.

Au moment où j'en arrive au séjour de Berlin, je remarque que j'aurais dû faire depuis longtemps une déclaration. Les renseignements que nous devons à la patiente recherche par Bjerknes de toutes sortes de menus traits pouvant éclairer les divers aspects de la vie d'Abel, complètent ce que nous apprenons dans ses lettres et celles de ses amis. Ces renseignements du prof. Bjerknes sont tellement abondants, et ont à tel point épuisé tout ce qu'il y avait à glaner dans la tradition orale, qu'il sera impossible de le citer comme source chaque fois. On peut compter à peu près sûrement que toutes les fois qu'aucune source ou aucune autre autorité n'est citée, tous les récits, ainsi que les réflexions à leur sujet, reposent essentiellement sur ce qu'il a réuni. La place dont nous disposons, et le but de la présente biographie ne permettent pas, à beaucoup près, d'en tirer tout le parti que l'on pourrait sans cela.

Les trois amis s'installèrent dans la maison n° 4 Am Kupfergraben, dans le voisinage de la Spree, et ils s'y réunirent bientôt aux compatriotes arrivés avant eux. Keilhau, qui habitait Freiberg, n'arriva qu'à Noël. Les autres étaient Tank et Maschmann. Otto Tank, qui vint les rejoindre après une visite à Henrik Steffens à Breslau, était minéralogiste comme Keilhau et Møller. Il appartenait à l'une des familles les plus connues de la Norvège. Son père était le ministre

* Hansteen donne dans le „Magazin" de 1828, p. 34 sqq. les résultats de ces recherches. On lit p. 58: „La plupart de ces observations ont été faites par Keilhau, mais les secondes ont été comptées par un des autres voyageurs, Boeck, Abel ou Møller . . ." Hansteen se servit d'Abel encore d'une autre manière, ce dont témoigne un petit cahier, intitulé „Niels Abel (4) Berlin—Paris 1825—26", Il y traite quelques problèmes de gnomonique pas très difficiles, que Hansteen l'a prié de résoudre pour lui.

Carsten Tank. Sur la destinée singulière d'Otto Tank par la suite, nous renvoyons le lecteur aux éclaircissements du prof. dr. Yngvar Nielsen dans le „Journal de W. F. K. Christie, préfet diocésain, mai—octobre 1815"*, Kristiania, 1901, p. 167. C'était un homme aux connaissances variées, et un esprit certainement vigoureux († 1873 en Amérique, le dernier de sa famille). Ni Tank, ni C. G. Maschmann, héritier de la pharmacie „A l'éléphant", de Kristiania, camarade d'Abel à l'école de 1814 à 1819, et ensuite à l'université († 1848), n'étaient des boursiers officiels, mais, comme ils étaient à peu près du même âge que les autres, ils s'étaient joints intimement à la petite colonie.

La première course d'Abel dans Berlin fut pour aller voir Crelle et Dirksen. Sa rencontre avec le premier fut le commencement de sa courte période de bonheur.

August Leopold Crelle était alors un homme dans la force de l'âge, étant né en 1780. Sa personne et ses services sont aujourd'hui assez oubliés, même dans son pays, et les renseignements que j'ai eus à ma disposition sont peu nombreux, relativement à la place capitale qu'il occupe dans la vie d'Abel, et à l'importance de leur action commune pour les mathématiques. Mais ce que nous savons de lui est de nature à exciter notre intérêt.

Il avait montré de très bonne heure du goût pour les mathématiques, qui l'attiraient vivement, mais il fut dirigé vers des études d'architecte et d'ingénieur. Il doit avoir réuni à un degré remarquable une grande capacité pratique et administrative à de grandes dispositions abstraites pour les mathématiques pures, aussi bien que pour les mathématiques appliquées dans toutes sortes de branches, dont il s'est efforcé de perfectionner l'enseignement en Allemagne. Il exerça peu à peu dans toutes ces directions une activité considérable et efficace. Comme architecte et ingénieur pratique, il s'était élevé peu à peu des postes inférieurs à une situation dirigeante dans l'administration prussienne, et il siégeait dans le comité royal supérieur des Bâtiments prussien avec le titre de Geheimer Oberbaurath. Dans cette position il a donné les plans et présidé á l'exécution de plusieurs des constructions de routes les plus importantes en Prusse, et construit un des premiers chemins de fer allemands. Au milieu de cette activité pratique il avait encore trouvé du temps pour une production mathématique multiple, et bien qu'il semble avoir été surtout autodidacte comme mathématicien, ses efforts pour compléter la littérature mathématique

* Stiftamtmand W. F. K. Christies Dagbog, Mai—October 1815.

allemande, tantôt pas ses propres travaux, tantôt par des traductions, attira tellement l'attention, qu'il avait reçu du ministère de l'instruction publique prussien la mission officielle de se consacrer exclusivement à la réalisation de ses projets dans ce sens. Ceci était intervenu environ un an avant qu'Abel vînt le trouver, circonstance qui ne doit certainement pas être négligée. Le travail en commun se présenta comme *in statu nascenti.* Cet homme de science et d'initiative avait en outre le cœur chaud et des manières très affables, il répondait tout à fait à l'idée qu'Abel s'en était faite d'après la description de v. Schmidten. „Cet homme excellent" est l'expression d'Abel constamment répétée, lorsqu'il parle de lui.

Qu'il eût un regard pénétrant pour découvrir ce que cache un extérieur modeste et mesquin, c'est ce qu'il prouva dès leur premier contact. La rencontre avec Crelle est le grand évènement de la vie d'Abel, mais elle n'eut pas moins d'influence sur celle de Crelle lui-même, et leur travail en commun prit une importance historique. Le constructeur de routes prussien, le semeur de connaissances mathématiques en Allemagne, devint dans cette rencontre l'homme qui, par son célèbre journal, fonda une route royale pour les mathématiques, et par là, si oubliée que soit aujourdhui son action personnelle, un semeur pour les temps à venir. Car ce fut dans cette entrevue que furent jetées les bases du *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, qui, au siècle dernier, jusque longtemps après la mort de tous les deux, a été pour les mathématiques, comme le *Times* pour la presse quotidienne, et les „*Comptes rendus*" de l'Institut de France pour les sciences exactes en général, l'organe que tout le monde devait rechercher pour suivre les grands courants de l'époque, et voir où l'on en était. *

Si l'on réfléchit à l'abîme qui en réalité sépare le commencement de leur conversation, on plutôt de leur essai de conversation, dont Abel rend compte dans la lettre à Hansteen, et l'intimité et la confiance réciproque survenues à la fin de cette visite, puisque Crelle avait promis de lancer le journal, Abel d'y écrire assidûment, et qu'Abel en partant pouvait se considérer comme l'hôte bienvenu de la maison, vraiment quelque chose d'extraordinaire avait été obtenu en peu de temps. Un des points principaux dans cette conversation fut le petit mémoire d'Abel sur l'équation

* La grande énergie de Crelle, qui ne lui permettait pas d'oublier une chose à laquelle il s'intéressait en faveur d'une autre, si absorbé qu'il fût par celle-ci, nous est prouvée par ce fait remarquable, que, bientôt après, il fonda un autre journal, „*Journal der Baukunst*", qu'il dirigea pendant plus de 20 ans (1828—51).

du cinquième degré, et ce fut dans cette circonstance qu'il lui servit de lettre d'introduction. Crelle ne pouvait comprendre la rédaction condensée dans toutes ses parties, et fit des objections. „Plusieurs autres m'ont dit la même chose", écrit Abel, et cela l'amène à faire un remaniement de la démonstration, qui est déjà achevé lorsqu'il écrit sa lettre. Par „les autres" il doit entendre surtout Schumacher et peut-être Dirksen.* Abel fait aussi l'éloge de la bienveillance de ce dernier, mais il n'en a que pour Crelle. Abel est également enchanté de sa belle bibliothèque, qui fut entièrement à sa disposition, comme chez Degen, de sa critique de la situation des mathématiques en Allemagne, de ses efforts et de ses projets pour y porter remède, et de ses qualités personnelles, mais surtout de sa simplicité tout aisée, grâce à laquelle Abel, presque dès le premier jour, put s'affranchir de ses manières gauches et gênées, et le traiter comme un de ses vieux amis. Crelle reçut à la même époque avec la même bienveillance un autre jeune mathématicien d'avenir, le géomètre Jacob Steiner, lui aussi penseur extrêmement remarquable et original, le fondateur en Allemagne, à côté de Möbius et de v. Staudt, de la géométrie moderne. D'après un récit connu de Geiser dans la biographie de Steiner, on disait de Crelle, lorsqu'il se promenait avec Steiner et Abel: „Voilà Adam avec Caïn et Abel". Dans la lettre de Crelle que nous possédons, adressée à Paris (lettre XX), celui-ci envoie les compliments de Steiner; mais nous ne trouvons d'ailleurs aucun indice permettant de juger dans quelle mesure ils ont pu sympathiser ou échanger des idées. Pourtant ils marchèrent bientôt côte à côte, chacun, il est vrai, dans sa sphère, comme pionniers du journal, lorsque le journal eut été réalisé.

Crelle avait déjà eu l'idée de fonder un journal; mais il est clair que la découverte du génie éblouissant d'Abel, ce jeune étudiant étranger qui surgissait tout à coup, l'a subitement décidé, et il s'est aussitôt mis à l'œuvre. L'apparition du journal fut fixée au 1er janvier, et Crelle offrit de payer Abel pour ses contributions, ce qu'Abel refusa, dans son enthousiasme juvénile pour l'œuvre elle-même.

Avec une extrême ardeur il se mit aussitôt à rédiger sans perdre de temps ses projets et beaucoup d'idées. La possibilité de voir ses mémoires imprimés et publiés tout de suite, dès qu'ils seraient achevés, l'électrisa, et ce fut dans la maison am Kupfergraben un travail intrépide, infatigable.

---

* On pourrait bien penser aussi à la critique de Gauss, dont parle la tradition, et que Schumacher aurait transmise.

Une grave nouvelle de Kristiania, qui devait le toucher de la manière la plus personnelle, ne parait même pas l'avoir dérangé dans ce travail. Combien elle a vivement occupé les amis qui s'intéressaient à lui, cela ressort de la lettre déjà citée de Boeck du 25 octobre. C'était la nouvelle de la nomination du prof. Rasmusen aux fonctions de caissier du Trésor, par où s'ouvrait pour Abel une perspective non médiocre, mais malheureusement de courte durée, d'occuper à son retour la situation pour laquelle il était comme créé. Boeck écrit: „Johan Collett [frère de la fiancée de Boeck] écrit que Rasmusen va devenir caissier du Trésor; qu'est-ce que va devenir sa chaire; est ce que Rasmusen va, peut-être, comme Lange,* continuer à enseigner. Peut-il y avoir quelque espoir pour Abel d'occuper cette situation à son retour, ou peut-être Holmboe le devancera-t-il?. Ceci semblerait, si naturel que cela puisse être à certains égards, n'être cependant pas tout à fait juste, car Abel dépasse Holmboe d'une bonne coudée." Nous citons aussi les lignes suivantes, qui n'apprennent, il est vrai, rien de plus que ce que nous savons par les propres lettres d'Abel, mais qui du moins ont été les premières à faire connaître chez nous le succès qu'il avait obtenu. „Abel est entré en relations familières avec Crelle. Chaque lundi soir il est chez lui, en soirée mathématique et musicale des deux sexes, et Crelle l'apprécie beaucoup. Celui-ci veut l'avoir comme collaborateur dans un nouveau Journal mathématique, mais il vous renseignera lui-même là dessus et sur d'autres choses au premier jour, et il me prie de vous envoyer, ainsi qu'à Madame, toutes sortes de compliments." Cette dernière citation montre combien l'amitié entre Abel et Crelle était vite devenue intime. Qu'elle ait été également cordiale des deux parts, on en a les preuves les plus évidentes dans les termes de Crelle, lorsque de son côté il s'exprime sur Abel (lettres XLVIII et LII).

La langue, qui avait presque été une difficulté infranchissable pour l'entrée en relations de Crelle et d'Abel, continua à lui causer beaucoup d'ennuis, et comme il était constamment entouré de compatriotes, il n'a pas dû lui être facile de s'approprier la langue allemande et de s'y perfectionner. Mais il fut aidé, outre qu'il avait évidemment une aptitude naturelle pour les langues, par ces soirées mathématiques et musicales du lundi chez Crelle, dont parle Abel, et il semble que la famille de Crelle, d'après ce qu'il raconte lui-même, et aussi d'après d'autres informations qui

* Lorenz Lange, professeur de droit, fut alors appelé à la Cour suprême. Cf., d'ailleurs, le doc. XXXVII.

proviennent probablement de Boeck, se soit occupée de lui de la manière la plus gracieuse.

Pour la rédaction de ses travaux, il ne fut aucunement gêné par l'allemand, car on sait que Crelle reçut les mémoires en français, et les traduisit lui-même pour le Journal, nouvelle preuve intéressante de l'ardeur avec laquelle celui-ci utilisa la richesse d'idées et la grande puissance de production de son collaborateur. D'autre part, ce ne fut pas long avant qu'Abel pût écrire un mémoire en allemand, qui devait être imprimé „tel qu'il a été écrit. N'est-ce pas fameux", s'écrie-t-il tout radieux dans la lettre à Holmboe datée de Vienne.

Dans la lettre à Hansteen du 5 décembre, il peut déjà dire qu'il a quatre mémoires terminés, et dans la lettre à Holmboe du 16 janvier le nombre a augmenté de deux. Crelle trouva sa manière d'exposer excellente, en ce qui concerne la clarté et la rigueur, mais lui conseilla, pour les lecteurs allemands, de développer un peu plus longuement. A cet égard, Crelle critique Gauss en passant, et assez rudement, pour l'obscurité de la rédaction de ses mémoires, et il les caractérise — c'est Abel qui répète l'expression — du mot „Gräuel"; il semble d'ailleurs en général avoir confirmé, ou mieux, renforcé l'impression antérieure d'Abel au sujet de Gauss et de son inaccessibilité — si même ce n'est pas Crelle lui-même qui a eu sur ce point l'influence décisive. D'autre part, il entendait en même temps parler de Gauss de plusieurs côtés avec l'admiration la plus extrême, comme la quintessence de tout ce qui s'appelait mathématiques en Allemagne.

Le premier volume du Journal de Crelle comprend 7 mémoires d'Abel; mais on ne peut pas dire aujourd'hui si l'ordre dans lequel Abel les a terminés correspond à celui de leur publication. Il nous apprend cependant lui-même dans la lettre à Hansteen qu'il avait achevé avant le 5 décembre le remaniement de sa démonstration de l'impossibilité de résoudre l'équation du cinquième degré au moyen de radicaux, et ce mémoire est inséré comme n° 2 des travaux d'Abel dans le premier cahier du premier volume du Journal. Ce cahier ne parut que peu de temps après le départ d'Abel de Berlin à la fin de février, mais les deux cahiers suivants parurent assez vite après. Dans ces cahiers il se trouve en effet six travaux de lui, d'importance diverse, correspondant au nombre qu'il a donné à Holmboe.

Tandis qu'Abel était absorbé dans ces travaux, il vit au pays se fermer de la manière la plus fâcheuse la chance qui avait semblé s'ouvrir devant lui par le

départ de Rasmusen; une décision fut bientôt prise, qui lui fut contraire, et cela dès avant Noël. Les documents officiels à ce sujet sont donnés plus loin (doc. XXXV—XLIV).

Lorsque le professeur Sverdrup, le 19 novembre, eut fait une motion, qui fut acceptée, tendant à proposer au prochancelier de nommer un „docent" en mathématiques pour le semestre suivant, le conseil se réunit de nouveau le 3 décembre pour, sur la demande du ministère de l'instruction publique, donner son avis au sujet des personnes à nommer à la fois à la chaire de mathématiques et à une chaire de droit vacante en même temps. En ce qui concerne la première, le Conseil invite la faculté de philosophie à faire une proposition. Dès le 6 décembre la faculté avait donné sa réponse. Elle propose Holmboe pour la chaire de mathématiques, mais en même temps „attire l'attention sur l'étudiant N. Abel, comme un homme qui, tant par son talent pour les mathématiques que par ses grandes connaissances dans la science, pourrait entrer en ligne de compte pour la nomination audit poste, mais que l'on ne pourrait sans dommage pour l'avenir de ses études faire revenir maintenant de son voyage à l'étranger, qu'il venait d'entreprendre, et qui d'ailleurs ne paraissait pas pouvoir s'adapter à la capacité des jeunes étudiants aussi facilement qu'un maître plus exercé." (Extrait du registre des délibérations du conseil académique de l'année 1825).

Dans une petite nation, qui suffit à peine au nécessaire, et qui est obligée chaque jour de penser au lendemain, il est excusable et compréhensible que ses hommes, même les meilleurs, dans une circonstance comme celle-ci, aient la vue courte, et ne voient que le besoin journalier des affaires purement pratiques. Celles-ci sont la grande nécessité inéluctable, et cela donne une explication plus que suffisante de ce fait que, même des hommes comme Hansteen, le protecteur enthousiaste d'Abel, et Sverdrup, sur qui toute la nation avait les yeux fixés, non sans raison, ont pu en venir, en ce moment décisif, à ménager la dépense d'une manière finalement si coûteuse. Ce qu'Abel avait déjà accompli au pays dès sa première période de tâtonnements, dépassait le niveau de ce que pouvaient concevoir même ceux qui l'avaient le mieux compris, lui et la grandeur de son génie. Ils préférèrent une habile, honnête et aimable capacité, dont le talent était à la hauteur de leur propre intelligence, et, avec une sorte de crainte respectueuse vis-à-vis d'un esprit à la grandeur duquel ils étaient absolument étrangers, ils abandonnèrent, non sans compassion, le sort d'Abel à un avenir incertain, dont ils auguraient pourtant, en

s'en remettant avec confiance à sa bonne étoile, tout le bien possible pour le pays et pour lui-même.

Mais cette proposition de la faculté fut le chemin de la croix dans la vie d'Abel. Il fut voué depuis lors à vivre sur ses propres ressources, pauvrement, endetté, homme que l'on oublie, à qui l'Etat ne songea que tard, pour lui donner une situation inférieure, et dont la nation n'apprit que peu à peu à comprendre la valeur, lorsque nous l'eûmes perdu.

Il ne faut pas, comme nous l'avons vu, se hâter de condamner l'esprit de la proposition de la faculté comme mesquin et borné, mais simplement nous n'avions pas, comme société, dépassé ce degré; pour Abel et pour la science ce fut éminemment regrettable. Du même point de vue, nous devons tout d'abord excuser Holmboe, qui accepta d'être nommé; — non sans hésitation, d'après ce que raconte une tradition, d'ailleurs incertaine. A nos yeux, pourtant, il apparait dans une situation bien gauche vis-à-vis d'Abel. Mais la modestie de celui-ci, d'une part, son attachement et son amitié inaltérés, de l'autre, et aussi la piété de Holmboe pour son souvenir, montrent que leurs relations réciproques n'en furent aucunement atteintes, bien que nous puissions voir déjà dans la seconde lettre de Copenhague en 1823, que c'est Abel qui est devenu le maître, et Holmboe l'élève. La reconnaissance qu'a montrée Abel pour Holmboe, l'estime où le tenait Abel comme maître, ami et camarade, et l'absolue confiance qui éclate dans chacune de ses lettres, tous ces témoignages incontestables d'Abel lui-même doivent nous assurer que ni Abel ni nul autre n'a rien trouvé de mal dans la décision prise, bien que les amis les plus intimes d'Abel, tels que Boeck, pûssent bien trouver qu'il „dépassait Holmboe d'une bonne coudée“ ou, comme ses amis ont lu entre les lignes: qu'il le dépassait malheureusement trop.

On voit aussi dans la lettre d'Abel à Hansteen (lettre X), qu'il semble que l'on se soit flatté de l'espoir — vain — d'assurer à Abel une situation dans le pays. Dans son enthousiasme au milieu de sa production mathématique, et plein d'idées qui lui promettaient une longue continuation, il se réjouit des promesses d'avenir de Hansteen. „Vous m'avez complètement rassuré pour ce qui est de mon avenir, et vous m'avez par là rendu un vrai service, car j'avais quelques craintes, trop peut-être. J'éprouve une joie infinie à l'idée de rentrer au pays, et de pouvoir être en mesure de travailler tranquille. J'espère que tout ira bien; je ne manquerai pas de sujets d'ici plusieurs années; il m'en viendra encore pendant le voyage,

car justement il me passe en ce moment beaucoup d'idées par la tête. La mathématique pure dans son sens le plus strict doit être à l'avenir mon étude exclusive.“ Quelles étaient les perspectives d'avenir par lesquelles Hansteen a pu réconforter Abel, et qui devaient être comprises dans les compliments adressés par l'intermédiaire de Boeck, dont Abel le remercie en même temps, on ne peut plus le préciser avec certitude. Le point de départ en est peut être à chercher dans le vœu expressément formulé par la faculté dans sa proposition, que l'on ne perde pas de vue l'étudiant Abel; mais on ne trouve nulle part rien de formulé à ce sujet. D'autre part, Hansteen avait déjà depuis 1822, projeté son grand voyage de Sibérie, pour lequel il avait excité le vif intérêt de Charles-Jean (Bernadotte), et la réalisation de ce projet, auquel devait s'appliquer dès l'année suivante la forte subvention du storting, était alors prochaine: il n'est pas tout à fait invraisemblable que ce qu'il fit miroiter aux yeux d'Abel fût l'espoir de quelque suppléance pendant ce voyage. La forte expression d'Abel sur „la mathématique pure dans le sens le plus strict“, à laquelle il doit dorénavant se consacrer d'une manière exclusive, n'est pas nécessairement en contradiction absolue avec cette hypothèse.

Le 15 décembre le conseil rendit définitive la présentation de la faculté. Sa proposition au ministère de l'instruction publique, d'accord avec elle, est datée du 16. La nomination de Holmboe s'ensuivit le 4 février 1826.

Abel et ses amis ne savaient encore rien à Noël de la solution adoptée. L'arrivée imprévue de Keilhau avait été alors une agréable surprise. Il avait inopinément gagné des droits d'auteur en faisant réunir quelques courts mémoires en un petit volume, et il en avait aussitôt destiné le montant à une visite de Noël chez ses amis. La colonie était au complet, l'humeur était gaie et parfois mettait tout en l'air, et à l'étage au dessus demeurait, — c'est Bjerknes qui l'a découvert — le philosophe Hegel. Il fit descendre la bonne, croyant qu'il y avait une bataille en dessous. La bonne répondit que c'étaient des „dänische Studenten.“ — „Nicht Dänen, dit Hegel, es sind russische Bären.“

Mais l'époque de Noël ne trouva pas Abel inactif, pas plus que la période précédente. Bientôt résonne dans ses lettres un torrent de notes nouvelles. Il a peu à peu fait une série de remarques sur le manque de rigueur dans la base générale de l'analyse supérieure, ce qui, pendant un moment, l'absorbe tout entier, et lui fait faire des progrès à la fois en critique de lui-même, en maturité et en hardiesse.

L'influence primitive est due manifestement à la lecture de CAUCHY; mais il semble que les forces d'ABEL soient tout à coup doublées, et il s'acharne à cette question aux côtés du vieux maître, pour poser des bases nouvelles. Il est possible qu'il lui soit alors tombé comme des écailles des yeux pendant son travail de Berlin et ses conversations avec Crelle et les nombreux jeunes mathématiciens avec lesquels celui-ci le mit en rapport, discussions qui peuvent avoir aiguisé sa critique, mûri son jugement, et lui avoir donné confiance en lui-même de bien des manières. Mais on peut penser aussi que cette révélation est le résultat d'idées et de doutes qui avaient déjà germé en lui avant le départ, mais dont alors il n'avait jamais fait confidence à Holmboe. Quoi qu'il en soit, c'est comme une éruption qui jaillit dans ses deux lettres suivantes, un peu faible encore peut-être dans la lettre à Holmboe du 16 janvier, mais forte et pleinement consciente dans la lettre adressée de Dresde à Hansteen le 29 mars. Ce sont des paroles enflammées. Il parle avec autorité. C'est surtout les nombreuses conclusions hâtives dans la théorie des séries avec lesquelles il rompt une fois pour toutes. C'est une critique mordante, mais non purement négative, qu'il a déployée ici. Il est allé plus loin. Ce qui était à ses yeux un paradoxe, le fait qu'une théorie si insuffisante eût pu, malgré tout, conduire à tant de résultats précieux et exacts, le poussa vers des recherches nouvelles et profondes. Nous arrivons au troisième des grands services capitaux qu'il nous a rendus; celui-là mérite absolument d'être cité à côté de ses immortels travaux sur la théorie des équations et la théorie des fonctions elliptiques et supérieures.

Comme un modèle définitif, il expose bientôt après, conséquence immédiate de ces idées, dans le mémoire bien connu, devenu classique, qui termine ses travaux dans le premier volume du Journal de Crelle, comment on doit conduire une recherche attentive, décisive, rigoureuse, en appliquant sa méthode à la plus connue de toutes les séries, la série du binôme.

C'est précisément au moment où le jeune apôtre de cette nouvelle doctrine rigoureuse se mettait à décrire à Holmboe ses premières vues enthousiastes dans la lettre du 16 janvier, qu'il apprend que celui-ci — son premier élève — est appelé à la chaire vacante de Kristiania, que les ponts sont rompus derrière lui, et que par suite la perspective d'une situation un peu tranquille au pays lui est au moins provisoirement barrée.

Mais la lettre témoigne ici, plus clairement peut-être qu'aucun autre document, qu'ABEL n'était pas seulement grand comme mathématicien, mais éminent aussi

comme homme. C'est avec la cordialité la plus spontanée, l'oubli de soi-même le plus complet, qu'il adresse à son ami et premier maître ses vœux pleins de joie, puis, après quelques brèves et gaies saillies, il continue là où il l'avait laissée, sa conférence mathématique à Holmboe, car la lettre n'est pas autre chose d'un bout à l'autre.

L'espoir qu'avaient eu pour lui ses amis de Berlin, et que sans doute il avait nourri lui-même en secret, était déçu, et, à en juger par les impressions que Bjerknes rapporte d'après Boeck, après la gaieté de Noël il dut y avoir sur eux tous comme un poids. Bjerknes raconte qu'il arrivait à Abel de rester des journées étendu, isolé dans son mutisme, maussade, complètement inactif. Si on lui demandait ce qu'il avait, il répondait simplement: „Je suis sombre". Dans l'addition de Boeck à l'article nécrologique de Holmboe, il dit: „Abel ne paraissait avoir que rarement une lueur d'espoir qu'une situation exempte de soucis lui serait assurée." Mais lorsqu'il revenait à son travail, qui était dur, comme l'est toujours le travail du défricheur, il était bientôt heureux de ses découvertes. Et Crelle était toujours sa consolation. Dans le petit bout de lettre du 30 janvier à Hansteen (lettre VIII), écrit dans tous les sens et joint à une lettre de Keilhau, il raconte ses projets de trouver un éditeur pour ses „Recherches sur le calcul intégral." Il met son espoir en Crelle, et dans la lettre de Dresde à Hansteen nous en apprenons davantage à ce sujet. Ce mémoire ne peut guère avoir été autre chose que son mémoire d'intégration du printemps de 1823, qu'il avait présenté au conseil, et qu'il aurait, en ce cas, emporté en Allemagne, ce qui s'accorde avec l'opinion de Hansteen et de Rasmusen sur la difficulté de le faire imprimer en Norvège, et il faut, si cela est juste, que, soit par son contenu, soit par son étendue, et probablement surtout pour cette dernière raison, il n'ait pas convenu au Journal. Si ce n'est pas celui-là dont il est ici question, il s'agit en tout cas d'un mémoire qui convenait mieux à un éditeur qu'à une revue. Dans la lettre de Dresde, on voit qu'il est réellement entré, par l'intermédiaire de Crelle, en relations avec un éditeur. Le projet a commencé à prendre forme. Il s'agit maintenant de plusieurs „mémoires plus étendus" d'Abel, qui selon un projet antérieur, et, à ce qu'il semble, ensuite abandonné, devaient paraître conjointement avec plusieurs de Crelle. Abel a même la perspective d'„honoraires importants"; mais le prudent éditeur désire prendre son temps, afin de voir quel succès obtiendrait le journal. Mais le journal, comme nous le verrons, eut à lutter contre des difficultés, et il semble que le projet se soit peu

à peu évanoui dans l'attente. Certainement une perte à la fois pour Abel et pour les mathématiques. Si les autres grands mémoires dont il est ici question n'ont pas paru plus tard, en entier ou par parties, dans des travaux imprimés ultérieurs, il nous manque plus que le travail perdu sur le calcul intégral.

Après Noël, Abel commença à faire son plan de voyage. Malgré toute son appréhension accumulée d'une rencontre personnelle avec Gauss, son intention est encore, jusqu'au moment de la lettre à Holmboe du 16 janvier, de transférer son centre d'études à Göttingen. Mais ce qui lui est arrivé déjà se produit encore: il lui est trop pénible de se séparer de ses compatriotes et de ses amis, et parmi ces derniers, Crelle est maintenant un des plus intimes. Or, comme celui-ci avait projeté à peu près à la même époque un voyage aux pays rhénans par Göttingen, et que par conséquent Abel aurait été ensuite privé de sa société, il résolut de profiter de l'agréable compagnie, de visiter Göttingen avec lui, et de jouir de sa société au delà, peut-être même jusqu'à Paris. Cependant ce projet peu à peu s'en alla en fumée. Mais avant qu'il eût renoncé à l'espoir d'avoir Crelle comme compagnon de voyage vers l'ouest, il reçut une proposition de passer le temps d'attente d'une autre, féconde manière. Keilhau, qui avait prolongé son séjour à Berlin jusque vers la fin de février, dut revenir à Freiberg et à ses études minéralogiques et géologiques, et parvint à persuader à Abel de l'y accompagner et d'y faire un court séjour, après lequel il pourrait revenir à Berlin et suivre son plan primitif. En outre, Abel pourrait à Freiberg se recueillir plus tranquillement pour rédiger un assez long mémoire projeté pour Crelle.

Les choses ainsi décidées, Crelle et Abel devaient donc se retrouver. Mais de toute manière, le séjour de Berlin devait cette fois bientôt cesser. Cette pensée, d'après tout ce que nous pouvons deviner et lire, a été fort pénible pour Abel. Mais Crelle n'eut pas moins de peine à s'y faire. Il s'était peu à peu représenté, dans un avenir prochain, Abel établi à Berlin à poste fixe. Plus il comprenait combien Abel se sentait lié par les obligations envers son pays qu'entrainait à ses yeux la bourse de voyage, plus il augmentait ses offres. Il voulait faire Abel directeur du journal, situation que Crelle s'imaginait devoir devenir pécuniairement très bonne. On ne peut raconter plus joliment ses offres et les refus modestes d'Abel que ne le fait Abel lui-même dans la lettre de Dresde. Abel dut promettre de prendre bonne note de la proposition de Crelle, pour le cas où sa situation à Kristiania après son retour se trouverait difficile, et Crelle promit, de son côté, de

renouveler l'offre n'importe à quel moment. Ce récit indique aussi certainement d'une manière indirecte que Crelle était au courant de ce qui venait de se passer à Kristiania. — Dans la lettre de Crelle adressée à Abel à Paris (lettre XX), on voit pourtant que le journal a besoin d'une subvention, que Crelle s'efforce d'obtenir. Il renouvelle ses offres à Abel, mais le ton n'est plus tout-à-fait aussi confiant.

Si l'on excepte les sombres impressions d'Abel et de ses amis, causées par la nomination de Holmboe au poste de professeur de mathématiques, ou plutôt peut-être, même en y comprenant ces inquiétudes, il n'y a pas de doute que ce séjour de cinq courts mois à Berlin a procuré à Abel la plus forte somme de bonheur qui lui fut jamais départie. Cependant les trois mois suivants, son voyage, avec toutes ses variations, lui fut jamais semble aussi avoir été une époque tout-à-fait radieuse.

Abel partit donc avec Keilhau à Freiberg, pour, croyait-il, revenir bientôt à Berlin. Mais il en fut autrement. Son séjour à Berlin fut fini pour cette fois. Crelle eut des empêchements, le voyage aux pays rhénans fut abandonné, et ainsi tombèrent les projets pleins d'espoirs. Abel d'ailleurs, lorsqu'il en fut informé, était déjà tout absorbé par son nouveau mémoire, pour lequel il avait certainement à Freiberg une tranquillité autrement grande qu'à Berlin, dans le tumulte d'une grande ville et au milieu de son cercle d'amis.

Quel est au juste ce mémoire, on ne peut certes pas l'affirmer avec une certitude absolue, puisque les travaux d'Abel ne se trouvent qu'exceptionnellement datés jusqu'à l'époque de sa lutte de vitesse avec Jacobi. J'ai indiqué déjà qu'à mon avis c'est probablement le mémoire sur la série du binôme. Bjerknes pense („Niels Henrik Abel", p. 49, sqq) que c'est le mémoire VI de l'édition Holmboe, XI de l'édition Sylow-Lie.

D'après Holmboe, la courte note (Ed. Holmboe, vol. II, p. 249, Ed. Sylow-Lie, vol. II, XIV) serait la seule qu'Abel aurait écrite en allemand pour Crelle, ce qui a été décisif pour Sylow et Lie dans la seconde édition. Mais il faut observer d'abord que cette note n'a que trois pages in-quarto, puisqu'elle a été trouvée seulement parmi les papiers qu'il a laissés;* elle n'a pas été insérée dans le journal de

* Dans la lettre de Holmboe au conseil (doc. XCIV), trouvée ces jours-ci, qui contient le résultat provisoire de ses recherches dans les manuscrits laissés par Abel, à l'occasion de la préparation des „*Œuvres complètes*", on voit que ce mémoire n'a pas encore été trouvé. Holmboe écrit expressément que les travaux non-imprimés sont en français, à l'exception des tout premiers, qui sont en norvégien.

Crelle. Cela vient probablement de ce qu'elle est la seule chose que Holmboe ait trouvée rédigée en allemand dans les manuscrits non imprimés. Elle ne peut guère, et aussi selon l'opinion de Sylow, maintenant modifiée, avoir été le grand mémoire de Freiberg; mais elle donne une indication, pour savoir lequel des deux mémoires précités peut avoir été celui-là. Sur le mémoire de Freiberg nous savons expressément qu'il a été écrit en allemand. C'est précisément celui qui a été l'occasion de sa joyeuse exclamation: „Il sera imprimé tel qu'il a été écrit". Or la petite note en allemand traite justement un sujet analogue au travail sur la série du binôme. Il y a donc lieu de croire que ce sont des travaux exactement de la même époque, et que le mémoire sur la série du binôme est celui pour lequel il a été à Freiberg chercher un mois de calme. D'ailleurs la série du binôme, par son contenu, est bien au centre de ce qui surtout, à cette époque, préoccupait sa pensée.

De la correspondance entre Crelle et Abel pendant le séjour à Freiberg, il nous reste les fragments purement mathématiques dans la lettre à Crelle du 14 mars, qui montrent une suite de nouveaux progrès au point de vue de la théorie des équations. La rédaction du grand mémoire ne l'a donc pas empêché de continuer l'étude d'autres problèmes importants, parmi la multitude d'idées dont il parle à Hansteen. Le surplus de la lettre à Crelle a été perdu, et, en dehors de fragments analogues, purement mathématiques,* nous ne possédons rien non plus des autres lettres d'Abel dans la correspondance qui suivit pendant le voyage même, et qui commença sans doute lorsque Crelle annonça qu'il ne se trouvait pas en mesure de remplir sa promesse de faire avec lui le voyage à Göttingen et aux pays rhénans. En effet, comme le séjour de Berlin se trouva ainsi brusquement terminé pour cette fois, il y eut entre eux un actif échange de lettres. Dans la lettre à Holmboe datée de Vienne, il dit: „J'ai avec Crelle une correspondsnce fréquente. J'ai déjà reçu de lui 2 longues lettres, et j'attends la troisième". On voit d'ailleurs au même endroit que Crelle n'avait pas encore tout-à-fait abandonné l'espoir de pouvoir venir à Paris et de s'y retrouver avec Abel. De toutes les nombreuses lettres qu'Abel reçut ainsi

* Ces fragments (lettres IX, XV, XXI, XXIX, XXX, XXXIX) représentent ce que Crelle a trouvé de purement mathématique, après la mort d'Abel, dans les lettres qu'il avait reçues, et qui n'avait pas été imprimé antérieurement. Comme elles sont datées, elles forment, dans leur aridité, comme une suite de pierres milliaires dressées çà et là, en différents points de la vie d'Abel, dont les inscriptions sont malheureusement illisibles pour qui n'est pas mathématicien.

de lui, soit pendant le voyage, soit à Paris, „autant que j'en ai reçu de ma fiancée", écrit Abel à Holmboe (lettre XVIII), une seule est conservée, adressée à Paris (lettre XX).

Si le projet de voyager en compagnie de Crelle échoua, par contre Abel se joignit à ses amis norvégiens, qui arrivèrent peu à peu, et l'on partit pour le sud au lieu de l'ouest. Ils furent tous réunis de nouveau à Dresde, sauf Maschmann. Ce voyage d'Abel, partant de Freiberg, par Dresde et Prague jusqu'à Vienne, puis de là par Graz, Trieste, à Venise et Vérone, enfin par le Tyrol et la Suisse jusqu'à Paris, prit un peu plus de trois mois.* Ce fut surtout, en somme, un voyage d'agrément, quoique l'on puisse bien supposer que, notamment à Vienne où il avait des lettres de recommandation de Crelle pour Littrow et Burg, il n'a pas négligé ses mathématiques. L'une de ces lettres de recommandation est la seule chose que nous possédions de la correspondance reçue pendant le voyage. Lorsqu'Abel quitta Berlin, ni lui ni Crelle ne savaient qu'Abel irait à Vienne. Elle est pleine des expressions les plus chaleureuses, et Abel l'a reçue soit à Freiberg, soit, au plus tard, à Dresde.

Les lettres dont nous avons à parler maintenant, que l'on pourrait appeler ses lettres de voyage, nous donnent tout ce que nous savons de détails sur ses aventures et ses impressions. Elles contiennent une série d'esquisses, le plus souvent légères et rapides, souvent très caractéristiques et nettes des tableaux nouveaux et constamment changeants de la nature et des mœurs qui s'offrent successivement à ses yeux. Sa faculté d'observation à l'égard des particularités de la nature variée dans les différents pays qu'il sait rendre à grands traits d'une manière frappante, et les menus traits comiques, sur lesquels il insiste avec un sens évident de l'humour, par exemple dans ses descriptions de Prague et de Vienne, mais où l'on remarque

* Comme, dans ce qui suit, nous avons plutôt extrait ses impressions de voyage en général, que nous ne nous sommes attachés aux menus faits, et que par conséquent nous n'avons pas établi l'itinéraire en détail avec les dates, nous l'indiquerons ici sommairement. Le séjour à Dresde dure 8 jours, lettre à Hansteen du 29 mars (lettre X), le voyage à Prague, 2 jours $^1/_2$, le séjour à Prague encore 8 jours. A Vienne du 14 avril au 25 mai. Départ de Graz le 29. Le voyage de Graz à Trieste, pendant lequel il visite la grotte d'Adelsberg, prend 4 jours $^1/_2$. Dans la nuit du 7 au 8 juin, il part de Trieste (en bateau à vapeur, ce que Keilhau nous explique), et il arrive à Venise, où il reste deux jours. Le 11 au soir il est à Vérone, et le 14 à Botzen. Les excursions dans le Tyrol avec Botzen comme centre prennent longtemps. La lettre à Holmboe est datée du 25. Ce n'est qu'en juillet qu'il va, par Innsbrück et Bodensach à Zurich, où il est le 5, lettre à Keilhau (lettre XIV), et de là, vite par Bâle à Paris, où il arrive le 10 juillet. Le voyage de Bâle à Paris prit 3 jours $^1/_2$.

en même temps combien la grossièreté le choque, se marquent de plus en plus. De temps en temps son style, qui d'ailleurs est ici, comme toujours, sans apprêt et tout simple, devient souple et coulant, et en quelques endroits la description prend tout à coup une couleur plus chaude, tellement le remplissent de joie et d'enthousiasme les spectacles qu'il raconte. Ainsi lorsqu'il compare la Styrie et la Norvége, ou dans le passage où il décrit l'attente de la première vue sur l'Adriatique, et la vue elle-même, lorsqu'elle s'ouvre subitement devant lui. Sans qu'il cite l'ancienne exclamation célèbre, il y a quelque chose du „Thalatta, thalatta!" dans les quelques lignes consacrées à cette description. Mais à la vue de la mer, sa pensée se reporte involontairement aux aspects familiers de son pays. Il peut sembler que nous rencontrons ici un exemple du passage, rapide, comme on sait, du sublime au ridicule, lorsque nous lisons à la ligne suivante qu'il préfère tout de même la vue qu'on a chez nous de l'Ekeberg. Mais pour celui qui s'est familiarisé avec l'expression de ses sentiments en tant d'endroits de ses lettres, il n'y a pas là diminution de son enthousiasme. Que l'on songe combien souvent il souffre de la nostalgie, et que parfois il désire franchement voir son voyage bientôt terminé, et pouvoir de nouveau travailler dans des conditions tranquilles et familières.*

---

* En s'occupant à retrouver, si possible, des lettres d'Abel jusqu'ici inconnues, le professeur Sylow a trouvé, avec l'aide du major général Keilhau, une piste qui a été suivie. Et grâce au concours obligeant du ministre Wexelsen, il en est résulté l'envoi aux rédacteurs du présent mémorial, non de quelque chose d'Abel lui-même, mais d'une petite collection intéressante de lettres de Keilhau. Elle est malheureusement parvenue trop tard pour pouvoir être utilisée dans le texte de ce récit biographique, mais je vais tâcher, pendant le travail d'impression, d'y prendre en hâte quelques faits.

J'ai tout de suite été frappé, en lisant la première de ces lettres, que j'ouvris au hasard, de rencontrer la description de la première vue sur l'Adriatique, dans la descente vers Trieste, où Keilhau, lui aussi, nomme l'Ekeberg, non, il est vrai, à cause des souvenirs du pays, mais pour comparer de combien les hauteurs dominent. Il est clair qu'ils ont parlé de l'Ekeberg. Quelques lignes plus loin, Keilhau raconte une petite histoire arrivée à Trieste: „Nous dûmes attendre quelques jours le départ du bâteau à vapeur pour Venise. Notre argent était épuisé, et Boeck, dont c'était le tour d'aller toucher chez le banquier, était arrivé trop tard à la caisse un samedi après midi, en sorte que le dimanche dut se passer sans que nous ayons rien pour les dépenses courantes. Comme nous ne voulions pas emprunter à Rostair, ni faire d'autres histoires pour le dîner qui était toujours payé tout de suite à la carte, nous nous arrangeâmes ainsi: Møller et Abel prendraient le peu d'argent qui restait pour leur potage et un maigre repas, et Boeck et moi nous consacrerions la journée à une grande excursion. Au déjeûner nous fourrâmes un peu de pain dans nos poches, et partimes pour notre promenade, qui devait être minéralogique, géognostique, botanique, magnétique, archéologique." (Lettre datée de „Botzen dans le Tyrol, le 28 juin 1826.")

Dans ces lettres, où il est si peu question de sa spécialité, l'occasion est bonne pour jeter un coup d'œil sur d'autres aspects de sa personnalité, notamment sur ses impressions esthétiques et ses goûts extérieurs.

Une chose frappe immédiatement, lorsque l'on veut essayer de tracer les limites de ce qu'embrassait son esprit, c'est un défaut caractéristique, on serait presque tenté de dire, une lacune essentielle. Ni à Berlin, Dresde, Vienne, ni dans l'Italie septentrionale, pas davantage plus tard à Paris, on ne voit que les trésors incomparables d'art plastique qui y sont réunis aient laissé la moindre trace d'impression dans ses lettres. Son sens artistique à cet égard n'avait reçu, il est vrai, aucun aliment dans son pays. Et il en a été de lui comme de tant d'autres grands génies, dont le grandeur et la puissance féconde s'alliaient à, ou même, au fond, s'expliquaient par un exclusivisme qui laisse relativement stériles les autres branches de connaissances. Lorsque, dans les temps modernes, l'art et la science ont fait éclater tous les vieux cadres, et que la multiplicité des formes de la vie est devenue trop grande, le temps des encyclopédistes a été fini. Celui qui, depuis lors, a eu la faculté de s'étendre, et le besoin de se conformer à la vieille formule „nil humani", n'a pu en même temps se concentrer pour la création dans aucune branche particulière, et inversement, quiconque a eu en lui la force d'être un initiateur pour tous les temps, ce n'a été — soit par une disposition naturelle primitive, soit par une pure renonciation — que grâce à l'abandon de tout le reste.

Abel regarde surtout avec un intérêt historique les palais délabrés de Venise et le vénérable amphithéâtre de Vérone, et il n'oublie pas de noter la maison de Tite-Live* à Padoue, et c'est la seule impression profonde, digne d'être citée, que cette

* Elle est également citée dans les lettres de voyage de Keilhau, mais à cause des peintures et des objets d'art antiques que l'on en a tirés. Tandis que les lettres d'Abel sont dénuées d'impressions d'art de cette sorte, on voit que Keilhau a profité avec une vive ardeur des occasions qu'il a eues d'acquérir des connaissances de ce genre, et notamment dans sa lettre de Vienne, il rend compte avec grand soin d'une série d'études spéciales, par lesquelles il a appris les particularités des diverses écoles de peinture du temps de la Renaissance, s'est absorbé dans Albert Dürer, etc. Abel admirait Keilhau, et cela principalement à cause de ses goûts universels. Cf. sa lettre à Hansteen (lettre X.): „De ma part, vous ne devez naturellement pas attendre d'intéressantes notes de voyage accompagnées de descriptions esthétiques. Je dois laisser cela à mes compagnons de voyage mieux doués, spécialement à Keilhau." Abel, par cette déclaration, confirme lui-même certaines des considérations que j'ai présentées plus haut dans le texte.

ville fasse sur lui, „une ville affreusement laide, la plus laide que j'aie vue", et pourtant il a vu „plusieurs églises, etc.", donc, de grands et nobles chefs d'œuvre d'architecture. Si l'on compare ceci avec l'impression qu'il a gardée dans sa description de la fantastique place St. Marc à Venise, on serait tenté de croire qu'il avait besoin d'être spécialement incité par quelque chose d'exceptionnel pour que le grandeur de l'art le frappât. Mais il semble que ce soit la somptuosité des constructions et la vie populaire qui le séduisent, et la vue qu'on a du sommet du campanile sur la ville féerique au milieu de la mer avec la terre ferme au loin, à l'horizon, est et reste l'impression dernière.

Si nous nous arrêtons à cette impression de la place St. Marc, spectacle ravissant de couleur et de vie animée, cela nous rapproche de la seule forme d'art, à ce qu'il semble, qui ait eu le pouvoir d'occuper Abel, l'art scénique, le théâtre. Mais par contre cette forme d'art est peu à peu devenue pour lui comme un plaisir nécessaire. Ses lettres en portent constamment témoignage. Il s'en repaît. Ses lettres ne nous apprennent guère si son goût est délicat. Peut-être oui, peut-être non. Dans la lettre de Vienne, on voit que les spectacles les moins raffinés, les vrais spectacles burlesques de banlieue, ce qui amuse sans arrière-pensée, avec des types populaires comiques, non-seulement ont été pour lui une joie, mais ce sont ceux-là dont il parle en premier, avec la pleine intelligence immédiate des caractéristiques populaires, et qu'il décrit d'une manière plus pénétrante que toute autre chose. Nous savons cependant, par la même lettre et par d'autres, que le grand théâtre et les acteurs célèbres le captivent aussi. Des phrases comme: „Un théâtre hors ligne est tout de même un plaisir tout à fait exquis" (lettre XI), ou, peu après, avec le sentiment d'un bénéfice purement pratique: „Je peux dire que ce que je sais d'allemand, je l'ai appris aux théâtres de Berlin" et bien d'autres encore, témoignent non seulement du plaisir qu'il avait à y aller, mais aussi de l'ardeur avec laquelle il saisissait toutes les occasions. Et les descriptions où il donne son impression du caractère des diverses nationalités sont liées aussi à sa fréquentation des théâtres. Voyez, par exemple, ce qu'il raconte du public à Prague, et des affiches de réclame, qu'il ne connaissait pas encore, à l'entrée du théâtre à Trieste.

Abel n'était pas musicien. Il n'avait pas pris part à l'enseignement du chant à l'école. Une anecdote caractéristique nous est parvenue du temps où il était étudiant. Un ami très musicien jouait du piano pour un cercle de camarades. Abel suivit le jeu avec une attention plus vive que d'habitude. Lorsque le morceau fut fini,

l'exécutant éprouva cette déception d'apprendre qu'Abel avait été absorbé par ce problème mathématique de combinaisons: „trouver une relation entre les nombres de fois que chaque touche est frappée par chaque doigt du joueur.“ Et à propos des „assemblées mathématiques et musicales“ chez Crelle, il convient très simplement qu'une moitié seulement du divertissement l'a intéressé. Si cependant une tradition s'est conservée, qui le représente comme chanteur de chansons dans les réunions de camarades, on peut affirmer assez sûrement que ce n'est pas la partie musicale qui était son fort. C'était la gaieté des paroles, et aussi, certainement, les effets comiques outrés qu'il savait tirer de la mélodie, et dont certes personne ne s'amusait mieux que lui-même.

En somme, vis à vis de l'art et des jouissances d'art, il en est à la spontanéité toute fruste. Il a été à cet égard, comme à l'égard de tant d'autres choses dans la vie, un grand enfant aimable. La culture littéraire développée peut lui avoir fait défaut; mais ce qui pouvait être saisi et compris sans étude approfondie avait pour lui un vif attrait et lui faisait plaisir. —

Voilà ce que l'on peut conclure de ses lettres et de tout ce qu'on sait au sujet de ses conceptions esthétiques. Beaucoup plus rares sont les expressions par lesquelles on peut se représenter jusqu'à quel point il s'était formé quelque conception philosophique. Il ne faut sans doute guère s'attacher à la remarque qu'il fait en passant au sujet des cérémonies catholiques à Vienne. L'expression „l'on y fait du catholicisme à force sans désemparer“ ne témoigne pas d'un respect excessif. Mais dans la phrase suivante: „Le service divin a vraiment beaucoup de grandeur, et il n'y a pas à s'étonner que la foule l'aime“, il y a par contre un sentiment vif, bien que, peut-être, ce soit encore le spectacle qui l'a séduit. Il peut y avoit lieu de s'attarder davantage à l'exclamation caractéristique dans une des lettres de Paris (lettre XVIII). Il parle du cléricalisme et de la bigoterie de Cauchy, et il ajoute: „Chose bien étrange pour un mathématicien“. Et quelques pages plus loin, lorsqu'il décrit l'enterrement de l'acteur Talma, qui alla directement au cimetière, sans cérémonie préalable à l'église, il dit: ... „en qualité d'acteur il est exclu de la communion des fidèles. Ridicule mais indifférent.“ On sera probablement le plus près de la vérité en le considérant surtout comme indifférent, de même, cela est bien certain, que la grande majorité des hommes de son âge, ce qui était un effet naturel de l'idée qu'on se faisait de la religion à cette époque d'intellectualisme un peu sec. Mais les deux exclamations, moitié étonnées, moitié indignées,

indiquent en même temps qu'il était du moins pleinement conscient de sa manière de voir, et qu'il s'y reposait complètement.

Il n'est certes pas sentimental. Ses accès de sensibilité sont toujours naturels, ils concernent sa famille, ses amis, le mal du pays et l'entourage familier. Il portent tous la marque de la spontanéité, on y sent plutôt une chaleur intérieure que de la passion, et jamais la moindre enflure. A cet égard, cela fait du bien de lire ses lettres. Si on les compare avec les effusions sentimentales ou violentes communes à cette époque, elles ont un remarquable cachet moderne. Mais en outre il a une petite pointe gaie, qui lui est personnelle, et qui tient évidemment au rôle qui était le sien, lorsqu'il était dans une réunion de joyeux camarades. C'est un jargon comique, qui, avec ses rapprochements de mots bizarres, produit son effet encore aujourd'hui.

Je ne ferai pas de citations. De courtes phrases isolées perdraient à être séparées de l'ensemble. Et il est tout aussi inutile d'indiquer des exemples. On les trouvera épars dans toutes les lettres écrites à ceux qu'il a pu compter comme des camarades. Il est intéressant, à cet égard, de voir la différence qu'il fait entre Holmboe et Hansteen. Dans les lettres à Holmboe, il cause à la bonne franquette. Il lui confie ses spéculations mathématiques les plus sérieuses, puis, brusquement, il se laisse aller à ses accès de gaieté, ou se plaint de sa détresse, lorsqu'il sent le poids de la solitude ou des difficultés financières. Les lettres à Hansteen sont écrites avec la distance respectueuse que comportaient leurs relations, et avec un tact naturel délicat. Et dans les lettres à Madame Hansteen, de même que dans la lettre à sa sœur, il donne avec chaleur libre cours à d'autres sentiments — la pensée de sa mère et de ses frères, sa reconnaissance envers Madame Hansteen et sa tendresse pour sa sœur, ce qui, avec bien d'autres impressions, fait de ses lettres un ensemble à la fois si divers et si sympathique. Mais nous verrons bientôt se changer cette claire image d'Abel, qui sera remplacée par une autre plus sombre et plus triste, également reflétée dans les lettres que nous avons, précédant immédiatement son retour au pays, mais surtout dans celles qui suivirent ce retour, lorsque les temps difficiles eurent vraiment commencé à se faire sentir.

Revenons en arrière et reprenons la suite du récit. Abel, nous l'avons vu, communiqua immédiatement à Hansteen et un peu plus tard à Holmboe ses impressions de voyage et ses projets de voyage ultérieurs. Ceux-ci accueillirent l'annonce de ce nouvel emploi de son temps de manière assez différente. Holmboe le félicita

de tout ce qu'il allait voir, tandis que Hansteen visiblement le gronda. Il n'y a pas de doute que les deux buts du voyage, Paris et Göttingen, paraissent à Hansteen un peu mis de côté jusque là, et que du moins le voyage dans le sud lui parait trop en contradiction avec le plan officiel préalable. Abel défend la décision intervenue, et, moitié repentant, moitié plaisantant, à sa manière juvénile et toute simple, il mêle tour à tour les mathématiques et son plaisir de regarder autour de lui et de rester avec ses amis aussi longtemps que possible. Mais au bout de quelque temps les incommodités du voyage le fatiguèrent parfois, et les dépenses le remplirent d'épouvante.

Leur société ne voyagea pas précisément en groupe compact. De temps en temps, on se sépare. Keilhau et Boeck se mettent ensemble pour une rapide excursion à pied, réveillant les vieux souvenirs de semblables promenades en Norvége et Abel se joint parfois à eux. Puis ils se retrouvent tous, quelquefois sans s'y attendre, quelquefois en temps et lieu indiqués d'avance. On peut suivre très exactement tout leur itinéraire de Vienne à Botzen (Bolzano) dans la quatrième lettre d'Abel, la lettre à Holmboe datée de Botzen dans le Tyrol (lettre XIII). A Botzen, comme plusieurs fois déjà, on fit un séjour assez long, alors uniquement, il est vrai, pour en faire un centre d'excursions alpestres dans les vallées pittoresques du Tyrol. Grâce à une découverte fortuite, que fit le prof. W. C. Brøgger en 1894, on peut suppléer sur un point aux indications d'Abel.* Brøgger arriva à Predazzo, lieu intéressant au point de vue géologique, qui est situé en haut de la vallée de Fassa, dans le voisinage de Botzen, tout à fait en dehors des routes de voyageurs, mais qui a été depuis 1820 un lieu de pélerinage pour les géologues avides de s'instruire, à cause des remarquables formations éruptives de cet endroit. Abel raconte lui-même (lettre XIII) que ses amis devaient faire une excursion, mais il ne nomme pas ceux qui devaient y prendre part, il dit seulement: „nous". Brøgger peut en dire davantage. Il n'y avait alors que des chemins de mulets et des sentes de montagnes. Aujourd'hui, comme le lieu est un point géologique de premier ordre, le gouvernement autrichien a fait établir une chaussée en zigzag sur la crête de la vallée. Il parait que Keilhau, six ans seulement après sa découverte, était parfaitement au courant de la célébrité que l'endroit devait acquérir, et

* Dr. W. C. Brøgger: „Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes II", Chra. Vid.-Selsk. Skr., 1895, pag. 1—2.

qu'Abel et Boeck l'accompagnaient dans cette excursion. Brøgger a trouvé leurs noms dans le vieux livre des étrangers, fort intéressant. Ils sont d'abord désignés par une main étrangère (celle de l'hôte?) comme: „*Tres* [sic!] *etudianti da Norvegia*". Mais ensuite, avec une autre écriture (celle de l'un d'eux, il serait intéressant de vérifier lequel):

„*Keilhau, professore di mineralogia*
Boeck, professore di l'arte veterinaria
Abel, professore della geometria."

Ils ont monté en grade. Dans cette facétie des trois titres de professeur, ce qui était évidemment une réponse à *etudianti*, qui précède, nous ne pouvons nous empêcher en même temps de lire les voeux amicaux qu'ils formaient les uns pour les autres, et qui furent aisément et tôt remplis en ce qui concerne Keilhau, après quelque temps d'attente aussi pour Boeck, tandis qu'Abel, le génie parmi eux, eut le sort contre lui. Il mourut au moment même où il allait être chargé d'une grande chaire.

A Botzen, il arriva ce qui s'est produit en plusieurs endroits pendant son voyage, tel que nous le trouvons raconté dans ses lettres. Si on lit une lettre isolée, on a un plan de voyage bien établi; mais dans la lettre suivante, ça ne va plus. Le plan a été modifié dans l'intervalle. Destinations nouvelles. Nouveaux compagnons, ou séparation en groupes. Ainsi son intention primitive était d'aller de Vérone à Turin, pour y visiter le mathématicien Plana. Mais ce ne fut qu'un pieux désir, soit que ses amis exclusivement naturalistes aient rejeté sa proposition, ou que ses ressources pour le voyage, ou le défaut de compagnie dans ce pays dont il ignorait si complétement la langue, l'aient effrayé.

A Botzen, le programme est le suivant: excursions de montagnes, puis voyage à grandes journées, droit sur Paris, avec Møller. Dans la lettre suivante (à Keilhau, lettre XIV), Abel est en effet parti avec l'un des camarades; mais il paraît, d'après la lettre adressée de Paris à Hansteen (lettre XVI) que ce n'a pas été Møller: „A Botzen j'ai quitté Møller, Boeck et Keilhau;" il est donc vraisemblable que ce fut Tank.* Mais, en route pour Schaffhausen, où Abel avait promis d'emporter une

* L'assertion d'Abel, d'après la lettre à Hansteen, peut paraître contradictoire avec les termes exprès de Keilhau dans sa lettre de Botzen déjà citée, où il dit: „Tank, Abel et Møller nous ont maintenant quittés, ils sont partis hier pour Innsbrück pour se hâter d'aller à Paris, au moins 2 d'entre eux, A. et M." Le désaccord n'est cependant qu'apparent. On arrive à con-

malle pour Keilhau, un désir s'empara des deux amis, de voir une dernière fois les Alpes, et ils décrivirent un nouveau petit cercle par Zurich, le lac des quatre cantons et le Rigi, laissant à Zurich la malle de Keilhau, afin de précipiter de nouveau leur voyage en allant directement à Bâle. Ceci est l'occasion du gai billet à Keilhau, daté du 5 juillet. Ensuite ce fut rapide. Le 10 juillet Abel est à Paris, après avoir passé en voiture trois jours et demi depuis Bâle.

Avec Paris commence pour Abel une existence entièrement nouvelle, aussi différente du bonheur laborieux de son séjour à Berlin que de l'insouciante gaieté de son voyage. Il était arrivé au but véritable de son voyage, certainement plein d'émotion à la pensée de tout ce qui allait se manifester de grand et d'inconnu, et non sans inquiétude, car il était pour la première fois seul, lui que cela mettait toujours dans de sombres humeurs. Il s'aperçut bientôt, d'ailleurs, que les choses se passaient ici autrement qu'en Allemagne.

Il y avait alors un contraste encore plus grand qu'aujourd'hui, s'il est possible, entre les manières d'être en France et en Allemagne. L'empire allemand, découpé en innombrables petits états, avait autant de centres intellectuels, grands ou petits, parmi lesquels plusieurs des moindres pouvaient se vanter de noms tout aussi grands et célèbres que les plus importants. Il est vrai qu'Abel avait passé son temps à Berlin, l'un des grands centres; mais même là, les relations étaient alors assez généralement simples, les grands personnages facilement abordables, et le saut n'était pas aussi formidable pour quelqu'un venant de notre petit pays. En France, c'était tout le contraire. Autant l'Allemagne était fortement décentralisée, autant ici la centralisation était complète. Tout était concentré à Paris, de même que dans le monde savant de Paris, tout était concentré dans l'Académie des sciences, et il y avait enfin dans l'Académie des sommités dirigeantes, dominant tous les autres de haut; revêtues du pouvoir absolu de prononcer des jugements sans appel, sorte de fonction discrétionnaire dans le domaine intellectuel. L'éclat et la crainte respec-

cilier les deux renseignements, si l'on réfléchit que Møller n'a fait qu'une partie de la route, et par conséquent a changé d'idée. Abel écrit expressément à Hansteen, dans la même lettre (il est vrai que ce n'est pas à propos de cela), que „Møller va rentrer au plus vite dans le pays, il est fatigué de voyager". Si on lit cette lettre attentivement, ceci fait manifestement allusion à une communication écrite de Møller, resté en arrière. Il dit en effet au même endroit qu'il attend Keilhau bientôt, et il dit d'autre part expressément qu'il n'a rien reçu de Boeck ni de Keilhau. L'information lui vient donc d'une lettre de Møller.

tueuse dont ces représentants les plus célèbres de la science française étaient entourés, rendaient difficile l'accès même des plus simples et des plus bienveillants d'entre eux, sans compter que leur temps était toujours précieux et que par suite ils n'aimaient guère les visites de présentation. Et si à cela s'ajoutait, comme c'était le cas de CAUCHY, le premier mathématicien de France, une élégante froideur personnelle, qui tenait en partie à son catholicisme rigoureux, voisin de la bigotterie, en partie à son intimité avec la cour — il était un partisan fanatique de la légitimité —, l'ensemble pouvait prendre l'apparence de l'orgueil le plus raide, le plus rebutant. Il était d'ailleurs aussi impopulaire que la légitimité même et ses ministres les plus détestés.

Il y avait un second trait de caractère particulier à la science française de cette époque, trait qui s'est longtemps conservé, mais s'est considérablement modifié dans les temps récents. C'était d'être exclusivement française, conséquence de la force propre et de la puissance créatrice de la société française, qui lui avaient permis de se suffire à elle-même dans toutes les branches de l'esprit, mais qui avaient en même temps écarté son attention de tout ce qui se faisait d'original en dehors d'elle. Ce trait frappe ABEL, et il en souffre. Il se plaint dans la lettre à Holmboe du 24 octobre (lettre XVIII) de ce que „la seule chose que le Français recherche chez des étrangers est le coté pratique; personne ne sait penser* en-dehors de lui. Il est le seul qui sache produire quelque chose de théorique. Telles sont ses idées, et dès lors, tu peux comprendre qu'il est difficile d'attirer l'attention, surtout pour un débutant." Et puis, il sent évidemment la différence entre la politesse française et la cordialité qu'il a trouvée en Allemagne. On se souvient malgré soi, à cause du contraste, des mots dont il s'est servi en parlant de Crelle, lorsqu'ils étaient déjà liés: „Tu ne peux pas t'imaginer l'homme excellent qu'il est, justement ce qu'il me faut, prévenant sans être cuirassé de cette effroyable politesse dont se couvrent bien des gens d'ailleurs fort honnêtes." D'après sa lettre à Hansteen du 12 août (lettre XVI) il a fait les premières connaissances et reçu de l'obligeance française une très bonne impression. Mais il y dit déjà qu'il est difficile „de faire sérieusement connaissance avec les gens. Ce n'est pas comme en Allemagne." Et dans la lettre à Holmboe, nous voyons qu'au bout de trois mois il n'a gagné aucun terrain. Le ton est plutôt assez abattu, pour ne pas dire amer. Il dit, en

* Souligné ici.

annonçant qu'Hachette le présentera dans quelques jours à plusieurs sommités de l'Académie: „D'ailleurs je n'aime pas autant le Français que l'Allemand: le Français est extrêmement réservé à l'égard des étrangers. Il est très difficile d'arriver à des relations intimes avec lui. Et je n'ose espérer y parvenir. Chacun travaille à part sans s'occuper des autres.

Abel s'est donc trouvé passablement isolé après son arrivée. Pendant assez longtemps le peintre Gørbitz fut sa seule société norvégienne. Il lui avait rendu visite, selon le conseil de Hansteen, aussitôt qu'il fut à Paris. Gørbitz, dont l'aquarelle fine et d'un sentiment délicat a conservé les traits d'Abel d'une manière qui témoigne de la sympathie que lui inspira son nouvel compatriote et ami, fut aussi celui qui lui rendit les premiers services nécessaires. Il lui procura le logement et le couvert dans une famille d'ailleurs assez médiocre,* d'après la description mordante d'Abel dans une des dernières lettres (lettre XVIII), et qui cependant parait l'avoir traité avec beaucoup de cordialité. Le mari, qu'Abel appelle „un brigand autodidacte en mathématiques," se chargea même de le présenter au vieux Legendre, et Abel accepta son offre, bien que son hôte, d'après tout ce que nous pouvons voir, ne fût pas une référence heureuse et qui inspirât confiance. Peut-être Abel a-t-il perdu quelque chose, sur le sol français, de cette „part d'effronterie nècessaire pour se présenter," qu'il se vantait dans sa lettre de Vienne d'avoir acquise peu á peu, lorsqu'il s'agit „d'accoster les gens." Mais il est aussi possible qu'il n'ait pu éviter, sans blesser cet homme, d'accepter son offre empressée.

Dans ces conditions déplaisantes et cette solitude qui aurait pu le déprimer, il avait toutefois tellement à faire pour rattraper le temps perdu par son voyage prolongé, et pour remplir la promesse qu'il avait faite à Hansteen, de redoubler de travail, lorsqu'il serait arrivé, que pendant longtemps il ne s'accorda pas même sa distraction ordinaire, le théâtre.

C'est grand dommage que tout le texte ait été supprimé dans ce qui reste des lettres à Crelle, qui nous sont parvenues. On aurait pu y suivre ses projets et ses idées pas à pas, et l'on y aurait vu certainement aussi qu'il n'a pas été, non plus pendant le voyage, sans travailler à ses mathématiques, même si peut-être il n'a

* Le mari s'appelait de Cotte. Abel habitait à Paris „Rue Ste Marguerite no. 41, Faubourg St. Germain.

pas eu le temps d'écrire, encore moins de rédiger, quelque chose d'important. Nous ne pouvons plus tirer de conclusions que d'une simple phrase dans la lettre à Holmboe datée de Vienne: „alors [quand il sera arrivé à Paris] j'achèverai mes études de calcul intégral, théorie des fonctions elliptiques etc., que j'ai le sérieux espoir avec l'aide de Crelle, de faire imprimer à Berlin, lorsque j'y reviendrai." Sans indiquer aucun travail particulier, il écrit dans la lettre à Hansteen du 12 août, c'est à dire au bout d'un mois de séjour: „J'ai toute une série de mémoires prêts, dont les uns paraîtront dans lesdites Annales etc. [Annales de Gergonne], d'autres dans le „Journal der Mathematik" de Crelle, d'autres dans les „Annalen der Wiener-Sternwarte" de Littrow, et enfin quelques uns seront présentés à l'Institut. — Vous pouvez voir que je fais de mon mieux." Et cela, lorsqu'il était déjà fort avancé dans son grand „*Mémoire*" avec lequel il avait l'intention de se présenter devant l'Institut de France, et qu'il a cité à part, tout de suite avant, et qui évidemment, au milieu de tout cela,* est son travail principal. Et il dit à Holmboe, lorsque son célèbre mémoire de Paris — nous reviendrons sur sa remarquable histoire — fut achevé et prêt à être présenté: „J'ai écrit plusieurs autres mémoires, particulièrement pour le Journal de Crelle, dont trois numéros ont paru. Aussi pour les Annales de Gergonne . . . . ." Mais il se chargea aussi d'un autre travail encore, d'un genre auquel il n'était pas habitué. Le Bulletin du baron de Ferussac, avait déjà, dans la bibliothèque de Crelle, à Berlin, très vivement excité sa curiosité par les rapides comptes-rendus et jugements sur les ouvrages et les mémoires mathématiques nouvellement parus, et il en avait aussitôt observé l'utilité pour pouvoir se tenir au courant; il ne crut pas pouvoir s'en passer. C'est certainement par un effet de son besoin de forcer les sommités inabordables de l'académie à faire attention à ce qu'il a déjà produit qu'il prend ce détour de faire des comptes-rendus dans le bulletin.** Nous savons par la même lettre qu'il avait fait la connaissance du directeur, Saigey. Il n'est d'ailleurs pas invraisemblable que Crelle,

* Ou bien sommes-nous peut-être en face d'une preuve de faiblesse d'Abel? Pour calmer Hansteen, a-t-il compté comme achevés une série de mémoires qu'il avait seulement dans la tête en projet, et dont plusieurs n'ont peut-être jamais été écrits; que sont devenus, en effet, tous ces mémoires achevés, avec destinations déterminées? Dans la citation suivante de la lettre à Holmboe, la liste en est considérablement réduite.

** En tout cas, il n'obtint pas le résultat qu'il avait peut-être en vue. Dans la lettre de Legendre à Crelle, que celui-ci cite dans la lettre XXXVII à Abel (prise dans l'article nécrologique de Holmboe), Legendre parle de lui et de Jacobi, comme de „deux jeunes

à qui le bulletin était certainement aussi très utile, lui ait donné cette idée. Abel a rendu compte de l'essentiel de sa démonstration relative à l'équation du cinquième degré (insérée dans l'Ed. Sylow-Lie, vol. I, p. 87). Crelle, de son côté, faisant tout son possible, dans la lettre à Abel qui nous reste (lettre XX), pour que les Français s'intéressent à son journal, l'a visiblement prié aussi d'en rendre compte dans le bulletin. Quelques mots d'Abel, du moins, font allusion à ce fait dans la lettre à Holmboe, aussitôt après la mention du compte-rendu de son propre mémoire. Il lui est pénible d'avoir à donner le contenu des mémoires des autres. „C'est un travail diablement ennuyeux, quand on n'a pas soi-même écrit le mémoire, mais je le fais à cause de Crelle, le plus brave homme que l'on puisse imaginer." Le compte-rendu d'Abel n'est pas signé, en sorte que, sans la mention qu'il en fait dans cette lettre, on n'aurait pas pu en soupçonner l'existence. Saigey d'ailleurs a lui-même ajouté une note, où il établit la comparaison entre les démonstrations de Ruffini et d'Abel, également insérée dans l'éd. Sylow-Lie, vol. II, p. 293. La possibilité n'est nullement exclue que bon nombre de compte-rendus soient d'Abel, cela est même extrêmement vraisemblable. Dans la lettre à Holmboe datée de Berlin (lettre XXIV), il écrit: „J'ai tellement à faire pour le Bulletin de Ferussac et le Journal de Crelle". Depuis le commencement du Journal, la matière de chaque article est régulièrement annoncée dans le bulletin. Ces compte-rendus sont tantôt signés „A. C." (c'est à dire A. Crelle), tantôt anonymes. Parmi ces derniers il doit y en avoir un bon nombre d'Abel. On peut supposer 13 à 14 articles de longueurs diverses, depuis quelques lignes jusqu'à trois grandes pages in-octavo.

Il est possible qu'il ait fait d'assez bonne heure la connaissance de Saigey, bien que le nom de celui-ci n'apparaisse pas avant la lettre à Holmboe. Cette hypothèse pourrait expliquer une phrase, un peu mystérieuse autrement, dans la lettre à Hansteen: „J'ai été chez le Baron de Férussac, l'éditeur du Bulletin etc. Il n'était pas chez lui. Je peux y aller en soirée une fois par semaine, et j'y ai l'occasion de voir toutes les revues possibles, et les livres nouvellement parus, ce qui est une bonne chose en cette saison, où toutes les bibliothèques sont fermées." Si Abel a ses entrées non seulement dans la bibliothèque de Ferussac, mais aussi aux soirées hebdomadaires, bien qu'il ne se soit pas personnellement rencontré avec le baron,

savants qui, jusqu'à ce moment [c'est à dire jusqu'au moment où commença leur rivalité au sujet des fonctions elliptiques] m'étaient inconnus. Ni le compte-rendu dans le bulletin de Ferussac, ni la présentation par de Cotte n'ont produit le moindre effet.

nous avons lieu de penser que la permission a été donnée par quelqu'un qui n'a pas été simplement le représentant du baron dans cette occasion, comme aurait pu l'être, par exemple, la maîtresse de maison, mais qui l'a surtout apprécié comme mathématicien. Il est vrai qu'il dit dans la même lettre qu'une lettre de recommandation de Littrow à Bouvard, directeur de l'Observatoire, l'a fait bien recevoir chez celui-ci, qui lui a conseillé de se trouver à l'Institut, où Bouvard le présenterait aux mathématiciens les plus éminents. Mais Abel dit expressément qu'il n'a pas encore profité de cette offre. Le nom de Saigey est d'ailleurs connu dans l'histoire de la géométrie à cause de sa situation dans le bulletin, lorsqu'il fut mêlé à la querelle entre Poncelet et Gergonne.

A partir du 20 août, Abel est de nouveau pendant quelque temps réuni à Keilhau. Dans une des lettres de voyage retrouvées, dont il a été question, on voit que celui-ci devait quitter Bâle le 16, et arriver à Paris en quatre jours. Par la lettre d'Abel à sa sœur, nous voyons que la réunion dura jusqu'au milieu d'octobre. Keilhau partit le 16. Abel avait le plus vif désir de l'accompagner. Dans sa lettre à sa sœur, qu'il envoie précisément par Keilhau, il dit qu'il aurait grand désir de rentrer au pays, „et je voudrais partir aujourdhui, si c'était possible; mais il faut que je reste encore assez longtemps". La perspective du temps qu'il doit encore passer à l'étranger lui est affreuse: c'est jusqu'au mois d'août de l'année suivante, mais il espère tout de même pouvoir rentrer au printemps. Sombres pensées, qui lui venaient tout naturellement, puisque son dernier et son meilleur ami le quittait, et qu'il restait dans la solitude et la tristesse. Toute la lettre est pleine de soucis. Il pense d'abord à sa famille, puis viennent, après un petit essai d'écrire sur un ton un peu plus gai, sa nostalgie et son ennui d'un si long séjour à l'étranger.

Et au milieu de cette mélancolie, il était sur le point d'achever peut-être le plus célèbre de tous ses mémoires, le mémoire de Paris, contenant le théorème d'addition pour la classe étendue d'intégrales qu'on a appelées abéliennes. Dès le 9 août, il a envoyé à Crelle (lettre XV), ce théorème, appliqué à une classe particulière, moins élevée, et même sous cette forme plus modeste, sa proposition a les qualités les plus brillantes de clarté et d'élégance. Il est inconcevable que Crelle ne l'ait pas insérée dans le journal, d'autant plus qu'Abel s'est expressément refusé à laisser rien publier d'avance du grand mémoire. La grande portée du théorème d'Abel, non moins que la simplicité frappante avec laquelle il l'expose et le démontre, ont

rempli tout le monde de la plus vive admiration pour son génie, à l'époque de sa publication. Jacobi l'appelle „la découverte la plus importante qui ait été faite en mathématiques dans le siècle où nous vivons"; et Legendre lui donne l'épithète célèbre de *monumentum aere perennius.* Et pour citer une déclaration saisissante de notre temps, voici ce qu'écrit Picard („*Traité d'analyse*" II, p. 393): „Abel a donné sur les intégrales de différentielles algébriques une proposition fondamentale, sur laquelle sont revenus un grand nombre de géomètres. Nous allons, pour le moment, nous borner à la faire connaître, sous la première forme que lui a donnée le grand géomètre norvégien dans son Mémoire célèbre „*Sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendantes*". Sous cette forme le théorème parait tout à fait élémentaire, et il n'y a peut être pas, dans l'histoire de la science, de proposition aussi importante obtenue à l'aide de considérations aussi simples." Ces opinions anciennes et récentes donneront une idée, même à ceux qui ne sont pas mathématiciens, de la valeur et de l'importance du nouveau mémoire.

Il fut achevé vers la fin d'octobre. Le 24, Abel écrit à Holmboe: „J'ai achevé un grand mémoire sur une certaine classe de fonctions transcendantes pour le présenter à l'Institut. Cela aura lieu lundi. Je l'ai montré à Cauchy; mais c'est à peine s'il a voulu y jeter les yeux. Et j'ose dire sans me vanter, qu'il est bon." Nous ne pouvons lire les lignes suivantes, toutes simples et naturelles: „Je suis curieux d'entendre le jugement de l'Institut. Tu en seras informé, quand le moment sera venu", sans une sensation presque sinistre qu'elles sont là comme dictées par un amer pressentiment. Abel ne devait jamais entendre parler de son mémoire, ni de ce qu'il était devenu. Holmboe fut informé, en effet, du jugement de l'Institut, le moment venu, c'est à dire 12 ans après que les inquiétudes d'Abel, à son sujet aussi bien que pour quoi ce fût, eurent cessé pour toujours.

Le 30 octobre, Abel remit son travail à l'Académie,* qui désigna Cauchy et Legendre comme juges, avec Cauchy comme rapporteur. Sur l'attitude de Cauchy à l'égard d'Abel nous sommes suffisamment renseignés. Legendre lui dit quelques mots bienveillants, qui lui firent du bien: „*Ça prendra.*" Nous ne trouvons rien sur la présentation d'Abel aux sommités de l'Institut, cette présentation qui devait avoir lieu, nous le rappelons, à cette occasion. Il avait déjà parlé auparavant à

* Ce fut Fournier qui présenta son mémoire.

Cauchy et à Legendre, mais nous savons avec quel résultat. Tout cela dut se passer, comme de coutume, très sèchement et brièvement.

Cependant Abel poursuivit infatigablement son travail, et, selon son habitude, comme on a vu, sur plusieurs choses à la fois. Dans la lettre à Holmboe qui vient d'être citée, il s'est lancé de nouveau dans ses études sur la théorie des équations, „mon sujet favori", dit-il, comme avec une caresse. Il est vrai que ce sont de jolis résultats qu'il communique à Holmboe. Il aperçoit le moyen de résoudre le problème général „déterminer la forme de toutes les équations algébriques qui peuvent être résolues algébriquement",* et il a trouvé une quantité infinie d'équations des 5ème, 6ème, 7ème etc. degrés, que l'on n'a pas „flairées"** jusqu'à présent. Outre la théorie des équations, il étudie les imaginaires, l'un des sujets principaux de Cauchy, où Abel trouve qu'il y a beaucoup à faire. Enfin il mentionne brièvement de nouveau certaines parties des mathématiques, le calcul intégral et les séries infinies, „dont la base est si peu établie." Mais il n'a pas une quiétude d'esprit suffisante pour rédiger complètement quelque chose de tout cela ici, à l'étranger, et de nouveau il regrette que la bourse soit de deux ans; „un an et demi eût été grandement assez. J'ai fort le mal du pays, et désormais je ne puis retirer de mon séjour ni ici, ni ailleurs, tout le profit qu'on pourrait peut-être croire."

Il était fatigué de son exil, sentait que but du voyage était atteint et aspirait à travailler ses idées en paix. Mais quelle sécurité lui offre son pays à cet égard? Holmboe a dû se sentir désagréablement touché par l'exclamation qui suit: „Si j'étais dans la peau de Keilhau pour le professorat! Je ne suis pas tranquille mais je n'ai pas peur non plus; car si ça casse d'un côté, ça tiendra bon d'un autre", et passant tout-à-coup à Holmboe lui-même: „Quels appointements as-tu", puis une boutade plaisante, un peu taquine, comme s'il en avait trop dit, puis, d'une manière à la fois chaleureuse et attristée: „Car mes pensées se reportent volontiers vers toi et tout ce qui te concerne. Je n'ai pas une telle abondance d'amis que je courre risque d'oublier ceux que j'ai." C'est le seul endroit où Abel est près de se dire évincé par Holmboe, et ce seul endroit se trouve, il faut le remarquer, dans une lettre à Holmboe lui-même.

---

* Ces mots sont en français dans le texte.

** Cité par Holmboe dans son article nécrologique au T. VIII du „Magazin" mais il remplace l'expression si abélienne: „que l'on n'a pas flairées" par „dont on n'a pas eu la moindre idée" Hansteen a fait de même dans l'Illustreret Nyhedsblad.

La lettre est longue et fort intéressante, elle mentionne des incidents et des observations de toutes sortes, et contient entre autres le seul passage où Abel touche à un sujet qui frôle la politique, lorsqu'il attaque le régime des jésuites à Paris. Il est bien possible que ce soit surtout la tyrannie cléricale qui l'a choqué. A la fin, il demande à Holmboe de l'aider en lui prêtant de l'argent, afin de s'assurer le moyen de passer par Berlin en revenant au pays. Il avait promis à Crelle de revenir, comme nous savons, et d'après tout ce qu'il a raconté sur sa disposition d'esprit à Paris, il est facile de comprendre que c'était précisément son voeu le plus cher.

Abel avait justement écrit à Crelle la veille, et le 1er novembre il avait envoyé une nouvelle lettre. Nous n'avons aucune de ces lettres, mais la réponse cordiale, intime, de Crelle, du 24 novembre (lettre XX) nous montre un fait caractéristique du tact prudent d'Abel. Au moment même où, dans sa lettre à Holmboe, il faisait tout ce qu'il pouvait pour satisfaire le désir de Crelle, conforme au sien, de le revoir, il a déjà, vis-à-vis de celui-ci, dans son doute d'avoir assez d'argent, renoncé à cette rencontre qu'il souhaitait tant. Dès le début de la lettre de Crelle, on lit: „. . . . . Mais cela me fait de la peine que vous ne veniez pas à Berlin. Si seulement mon projet pour le journal se réalisait, je pourrais vous promettre quelques subsides. Il y a bien encore quelque espoir, mais rien n'est encore fait."

Tout d'abord, Crelle avait pensé ne rien communiquer à Abel de ses projets, alors un peu modifiés. L'avenir du journal n'apparaissait plus aussi brillant que ses espérances exagérées le lui avaient peint avant qu'Abel quittât Berlin. Le Journal, en réalité, n'était pas suffisamment sûr. Mais au moment même où Abel doute de pouvoir revenir, Crelle juge qu'il faut le mettre au courant. „Peut-être les espérances que je fonde sur mon projet vous causeront-elles quelque plaisir", Crelle en effet s'est adressé au gouvernement prussien, et a demandé une subvention, afin que le journal pût être mis tout-à-fait en train.* Quelques autorités s'étant

* Dans le huitième volume (art. 93) du bulletin de Férussac, où il est question dans son ensemble du premier volume terminé du journal, quelques renseignements sont donnés à cette occasion, qui proviennent de Crelle lui-même. La publication avait subi une interruption de près de six mois par suite d'un désaccord avec les libraires. Alors le gouvernement prussien était intervenu, et les fascicules devaient paraître dorénavant de façon régulière tous les trimestres. Le roi de Prusse avait reçu avec bienveillance les exemplaires qui lui avaient été remis, et avait grandement encouragé Crelle. Il est évident que c'est à ces

trouvées éloignées de Berlin, toute décision en avait été jusqu'alors retardée. „Si ma demande est accueillie, je pourrai (soit dit entre nous) vous payer des droits d'auteur; mais cela reste entre nous, car je ne puis en donner à personne autre Ce sont les ressources dont j'ai parlé plus haut.“ En revanche, il prie Abel de se préoccuper de trouver des collaborateurs français pour le journal, et il est amusant de voir qu'il semble avoir compris Lejeune-Dirichlet parmi ceux sur qui il pouvait compter à cet égard, sans se douter que ce nom français cachait un allemand qui devait être un jour un important collaborateur du journal.

Parmi ceux pour qui Abel devait avoir des lettres de recommandation de Berlin, il y avait aussi Alexandre de Humboldt. Ces lettres n'étaient pas encore venues; Crelle en explique la raison, et raconte: „Il est en ce moment à Berlin et j'ai eu l'occasion de lui parler de vous; vous pouvez penser avec quel empressement. Cela remplacera peut-être les lettres dans une certaine mesure. Dans quelques jours M. de Humboldt retournera à Paris. Tâchez de causer avec lui, et dites-lui que je lui ai parlé de vous . . . . . Il peut vous être plus utile, peut-être, que personne autre. Si vous ne pouvez avoir une conversation avec lui, ce qui sera très difficile, je vous enverrai encore les lettres à lui remettre.“ Nous verrons par la suite que les efforts de Crelle près de Humboldt n'ont pas été sans résultat, et que celui-ci, le moment venu, fit tout ce qui dépendait de sa grande influence, mais trop tard malheureusement, ce que personne ne pouvait prévoir. La lettre de Crelle se termine d'une manière pressante: „Maintenant, je vous en prie, veuillez répondre par le premier courrier, mais, je vous en prie expressément, sans affranchir. Steiner et tous les amis vous saluent, de même que ma femme.“

La lettre d'Abel à Holmboe s'était croisée en route avec une lettre de celui-ci, et bientôt après arriva sa réponse empressée. Dans sa lettre suivante (lettre XXII), dont on ne sait pas la date, Abel est tout confus. „Si j'avais su que tu avais écrit, je n'aurais pas osé demander un si grand sacrifice . . . . . J'ai deux véritables amis, et je suis bien obligé de les importuner malgré moi.“ Un accès si spontané nous amène tout naturellement à l'idée de passer en revue la série de

---

complications qu'Abel fait allusion, lorsqu'il écrit à Holmboe (lettre XXVI): „Il y aura un petit arrêt dans la publication (Hansteen sait pourquoi).“ Il ressort de là qu'Abel aurait adressé à Hansteen une lettre, qui en ce cas est perdue.

ses amis les plus intimes. Ce qu'Abel entend par „importuner", c'est: leur confier même ses soucis. Il avait beaucoup d'amis sincères; mais dans les lettres nous en trouvons avant tout deux qu'il a ainsi „importunés", Holmboe et Madame Hansteen. De la cordialité qui existait entre lui et sa fiancée, nous ne savons rien par les lettres, autrement que dans les passages où il parle d'elle. Dans les lettres à Holmboe et à Mme Hansteen (ainsi que dans la lettre à sa sœur), le ton est tout autrement intime que dans aucune de celles qui nous restent.

La lettre contient d'ailleurs avant tout, ce qu'il pensait lui-même de ses articles dans le journal de Crelle. Il recommande à Holmboe, outre la démonstration sur l'équation du cinquième degré sous sa forme perfectionnée, le grand travail d'intégration, que Bjerknes suppose être le mémoire de Freiberg (v. plus haut p. 52) ainsi que le travail sur la série du binôme. „J'ose dire que c'est la première démonstration parfaitement rigoureuse de la formule du binôme dans tous les cas possibles, en même temps que d'une quantité d'autres formules, en partie connues, mais insuffisamment établies." Absolument comme pour les lettres de voyage, lorsqu'il s'agissait de ses prochains déplacements, il se montre ici — comme souvent déjà — la tête pleine de projets tout à fait arrêtés pour ses prochains mémoires. Après avoir mentionné la note sur l'élimination qu'il a envoyée le 2 novembre comme ballon d'essai aux annales de Gergonne, il en envoie, à ce qu'il dit „ces jours-ci . . . . un meilleur." Il s'agit „du développement de fonctions (continues ou discontinues) suivant les cosinus ou sinus d'arcs multiples."* Ce mémoire s'est perdu. Une enquête faite par l'intermédiaire de la légation norvégienne et suédoise à Paris, à l'occasion de l'édition projetée des œuvres complètes par Holmboe, n'a rien révélé des papiers qui, d'après cela, ont très probablement été adressés à Gergonne (lettre LI). Sans prendre le temps de respirer, il parle d'un troisième „grand mémoire sur les fonctions elliptiques", qu'il envoie „item" à Gergonne. Ici (ou dans fragment d'une lettre à Crelle, datée du 4 décembre, car on ne peut savoir laquelle des deux lettres est la première) apparaît pour la première fois la division de l'arc de lemniscate. Cette découverte le ravit absolument, et il raconte avec une vive animation les aperçus que lui a ouverts cette nouvelle position sur des problèmes analogues. „J'ai découvert du même coup le mystère qui enveloppait la théorie de Gauss sur la division du cercle. Je vois clair comme le jour,

* En partie en français dans la lettre.

comment il y est parvenu.“ Il est enchanté. En parlant de la division de la lemniscate, il écrit: „Tu verras comme c'est beau“, et après avoir mentionné que ces problèmes rentrent dans ses études sur la théorie des équations*: „Tu ne peux pas t'imaginer combien de jolies propositions j'y ai trouvées“. La mine d'or que furent pour lui ces découvertes ainsi liées se dévoile peut-être le mieux lorsque, dans une lettre suivante à Holmboe, datée de Berlin, 4 mars 1827 (lettre XXVI) il raconte de nouveau la même chose, presque avec les mêmes termes d'enthousiasme pour ces nouveaux aperçus. En même temps qu'au point de vue économique il sent la terre s'enfoncer sous lui, et que de plus en plus s'effacent les perspectives pour son avenir, il a atteint un horizon scientifique si élevé que cela le soutient et lui fait oublier toutes ses misères.

Ce mémoire, où, comme il l'écrit, „se trouvent beaucoup de choses curieuses qui, je m'en flatte, vont piquer la curiosité de plus d'un“, est évidemment tout au moins un fragment de son grand mémoire „Recherches sur les fonctions elliptiques“, ou un travail préparatoire. Personne ne sait actuellement si ce travail destiné à Gergonne a vraiment été terminé et envoyé. Mais nous pouvons nous réjouir à la pensée que du moins les résultats ont été insérés dans le grand mémoire, qui forme la matière essentielle du second et du troisième volume du journal de Crelle. La manière dont les études fondamentales d'Abel sur les fonctions elliptiques, d'une part, et la théorie des équations d'autre part, marchent de pair, est à cet endroit, dans la lettre à Holmboe, l'objet d'une joyeuse réflexion: „Ce que je dis là de la lemniscate est un des résultats que j'ai tirés de mes études sur la théorie des équations.“

Avec cette lettre finit ce que nous savons de lui-même sur le séjour à Paris. Sa provision d'argent avait tellement baissé qu'il dut se sauver le plus vite possible, afin d'avoir assez pour arriver à Berlin, et d'autre part il dut essayer de tenir bon le plus long temps possible, dans l'espoir que Legendre et Cauchy laisseraient

* Dans le fragment à Crelle, il dit: „Ma théorie des équations, jointe à la théorie des nombres, m'a conduit à ce théorème“, puis cette phrase très intéressante: J'ai des raisons de croire que Gauss y est aussi parvenu.“ Ceci suppose, en effet, semble-t-il, qu'Abel s'imagine Gauss en possession de connaissances, à l'égard des fonctions elliptiques, d'une étendue que bien peu soupçonnaient alors, puisque Gauss, comme on sait, avait gardé ces découvertes pour lui. Cependant Gauss, par sa division du cercle, avait dans une certaine mesure soulevé le voile pour ceux qui viendraient à lui succéder dans la même voie, en déclarant la division de la lemniscate accessible par les mêmes moyens.

tomber quelque parole sur son grand mémoire. Mais Noël se passa, et le jour de l'an approchait. L'Académie ne donna pas le moindre signe de vie, et lorsqu'il lui resta juste assez pour pouvoir arriver sain et sauf à Berlin, Abel dut abandonner le mémoire à son sort, et se décider au départ. Il quitta Paris le 29 ou peut-être le 30 décembre, et arriva à Berlin le 10 janvier 1827. Jusque dans la dernière lettre à Holmboe, il a, semble-t-il, sérieusement l'intention de rendre visite à Gauss en allant à Berlin. Il veut aller à Göttingen „d'abord pour faire le blocus de Gauss, s'il n'est pas par trop fortifié d'orgueil" et „je préfère être maintenant en Allemagne pour y apprendre un peu plus d'allemand, ce qui sera pour moi de la plus grande importance plus tard." Il voudrait bien en apprendre assez pour pouvoir écrire un mémoire en allemand aussi bien qu'il le fait en français. Mais il ne vint pas davantage cette fois à Göttingen. Ce fut alors faute d'argent. Lorsqu'il arriva à Berlin, toute sa fortune s'élevait à 14 thalers.* D'autre part, s'il y avait beaucoup tenu, il aurait bien pu arranger, de Paris, la remise de Holmboe de façon à trouver du renfort à Göttingen. Les paroles dont il accompagne le nom de Gauss continuent à indiquer peu de désir de se trouver en sa présence.

La veille du jour où Abel quitta Paris, il avait reçu de Keilhau une longue lettre qui a, de bien des manières, occupé sa pensée, et éveillé des sentiments assez mélangés. An sujet de la situation même d'Abel, Keilhau s'est exprimé d'une manière assez rassurante, mais les nombreux témoignages de la dureté des temps et de la mesquinerie déprimante dans le pays, que citait la lettre, ne parlaient guère dans le même sens. Abel est frappé notamment (lettre XXIII, à Boeck, datée de Berlin le 15 janvier 1827) de ce fait que Keilhau, bien que nommé lecteur, voudrait retourner à l'étranger . . . „et nous qui sommes ici nous voudrions être rentrés au pays, c'est bizarre", puis, c'est comme un doute qui lui vient tout doucement: „Je crois tout de même que l'étranger vaut mieux." Boeck n'a pas non plus une perspective bien agréable, d'après ce que Keilhau en augure. „Il te présage bien des ennuis, quand tu seras revenu." L'espoir qu'il a fait briller aux-yeux d'Abel lui-même est maintenant, lorsque celui-ci réfléchit davantage à son avenir dans le pays, très assombri par les nombreuses laideurs d'ordre privé qu'il prévoit. Il commence à sentir sur lui la pression de tout ce qui l'attend, même

* 52 f. 50.

s'il obtient une situation. C'est sa famille, sa mère et ses frères, qui donnent toujours peu d'espérances, dont il est le seul soutien, à qui ses dernières pensées furent consacrées avant le départ, mais qui maintenant, après la vie plus brillante à l'étranger, le rendent de plus en plus inquiet sur ce qu'il va trouver au pays. „J'ai vraiment peur de l'avenir. J'aurais presque envie de rester pour toujours ici en Allemagne, ce que je peux faire sans difficulté."

Le cœur se serre quand on voit la résignation désolée avec laquelle, dans son doute et son inquiétude croissante, et dans l'angoisse de ses pressentiments sur ce qui le menace au pays, il ferme les yeux quand même à ce qu'on lui promet au dehors, et va au devant de son sort. C'était vrai. Il pouvait sans difficulté rester pour toujours en Allemagne. Crelle l'assaillait. „Il ne comprend pas ce que je veux faire en Norvège, qui lui parait être une autre Sibérie." Mais ce qui visiblement attriste Abel le plus, en n'acceptant pas l'offre que lui faisait Crelle, était de remarquer que Crelle se sentait personnellement froissé de son refus. Lorsque nous nous reportons aujourd'hui à cet instant du choix fatal, et que nous cherchons à peser les motifs qui l'ont attiré vers son pays, alors que tant de doutes sur son avenir et tant de „laideurs" lui faisaient craindre ce retour, et qu'en même temps ces offres de Crelle et les meilleures conditions pour son travail auraient du être deux raisons, chacune plus que suffisante, pour le retenir, nous ne pouvons guère en apercevoir qu'un seul. L'idée ne pouvait en effet lui venir à l'esprit, comme boursier officiel de l'Etat Norvégien, de ne pas revenir. Le départ, un an et demi auparavant, avec toutes ses promesses, avait été certainement pour lui une délivrance, l'envolée vers le jour et le soleil, et la pensée du travail futur avait eu ce charme, que ce qui allait être son devoir coïncidait exactement avec sa vocation et l'unique besoin de sa nature; d'une manière tout aussi certaine, il sentait qu'en rapportant au pays les résultats acquis, il se conformait à une nécessité, une exigence qui pour désagréables qu'elles fussent, devaient être obéies. C'était tout simplement, pour lui, quelque chose qui ne pouvait pas être autrement. Dans son désir de ne pas quitter ses camarades, il avait modifié son plan de voyage; par légèreté, il avait commis cette faute de perdre trois mois et une grande partie de sa subvention à voyager dans l'Europe méridionale, et accepté de bonne humeur d'être grondé pour cela; il se voyait obligé maintenant — ce qui était sans aucun doute une rupture au moins aussi grande avec toutes les conventions — de négliger Göttingen. Mais que la fin dernière du voyage fût Kristiania, et que ce fût pour sa

patrie qu'il avait amassé, il n'avait pas l'idée, si dur que cela pût devenir pour lui, que l'on pût rien y changer.

Aussi Crelle, homme habile, plein d'expérience, qui aimait en lui l'enfant, et s'inclinait avec respect devant son génie, et qui à la fois voulait le bien d'Abel et désirait pour son pays le premier de tous les jeunes gens d'avenir, se heurta ici, à son étonnement et à son grand regret, contre un obstacle dont il ne put venir à bout. Mais sa bienveillance resta en réalité aussi grande, et Abel se rendit comme auparavant aux assemblées musicales. Abel ne nomme pas plus qu'autrefois quels mathématiciens il y a rencontrés. Pendant son absence de prés d'une année, il est lui-même parvenu à tant de choses nouvelles, qu'aucun de ceux qu'il rencontra, Crelle y compris, n'a plus guère pu se mouvoir à sa hauteur. D'ailleurs les soirées du lundi ne lui ont jamais rapporté aucun butin. Il ne s'enrichissait plus que grâce à une activité continuelle et infatigable. Dans la lettre déjà citée du 4 mars à Holmboe (lettre XXVI), il lui raconte de nouveau, et comme il a été dit, presque dans les mêmes termes qu'à Paris, toutes les choses nouvelles qu'il a trouvées. „Mais, ajoute-t-il, ce que j'ai de plus beau, c'est dans le théorie des fonctions transcendantes en général et celle des fonctions elliptiques en particulier. Mais cela, il faut que je le garde jusqu'à mon retour pour te le faire connaître. Au total j'ai fait une masse effrayante de découvertes. Si seulement je les avais mises en ordre et rédigées, car la plupart ne sont encore que dans ma tête. Il n'y a pas à penser à quoi que ce soit avant que je me sois installé convenablement chez nous. Alors il me faudra travailler dur comme un cheval de fiacre; mais avec plaisir, bien entendu.“ Sans doute, la „*Théorie des fonctions transcendantes*“, mentionnée ici, n'est pas nécessairement, malgré les expressions françaises, le titre d'un traité nouveau et spécial; mais je crois cependant devoir suivre le mathématicien déjà cité, Leo Kœnigsberger, dont les études sur la chronologie des travaux d'Abel et de Jacobi sont du plus haut mérite; il est arrivé en effet à conclure de tout ce que nous possédons que nous sommes ici en présence de travaux préparatoires à une exposition plus étendue, différente à la fois du mémoire de Paris et des „*Recherches*“.

La situation d'Abel, au début de son séjour à Berlin, a dû d'ailleurs être assez misérable. Nous savons combien sa provision d'argent avait baissé quand il atteignit Berlin. Il est vrai qu'il dit à Boeck dans sa lettre du 16 janvier, qu'il a ramassé quelques sous de plus. En outre, Boeck lui-même lui redevait un peu d'argent qu'il lui demande le plus vite possible en monnaie prussienne.

Mais le 26 février, il renouvelle encore sa requête (lettre XXV): „Aussitôt que je suis arrivé a Berlin il y a plus d'un mois, j'ai écrit au sujet du peu d'argent qui me revient de toi. N'oublie pas de me l'envoyer avant de quitter Munich. Je ne suis pas precisément en fonds."

Dans l'intervalle, il s'est vu obligé de recourir au subside qu'il avait demandé de Paris à Holmboe, et que celui-ci avait promis d'envoyer pour l'aider quand il en aurait besoin: nous voyons par la lettre tourmentée du 20 janvier à Holmboe (lettre XXIV), qu'il était grand temps. Mais un envoi d'argent de Kristiania à Berlin par Hambourg n'était pas l'affaire d'un instant, à cette époque, et le 25 février seulement, Abel avait de nouveau une somme suffisante à sa disposition: ce n'était pourtant que 300 marks, au lieu des 400 qu'il avait demandés. Dans la lettre du 4 mars (lettre XXVI), il remercie Holmboe de sa bonté: „Cela m'a rendu un grand service, car j'étais plus pauvre qu'un rat d'église. Maintenant je vais vivre ici là-dessus aussi longtemps que je pourrai, puis je filerai vers le nord". Il était aussi découragé à la pensée de la situation pécuniaire qui l'attendait au pays „ou j'arriverai si dénué, que je serai bien obligé de tendre la main à la porte de l'église. Je ne me laisse pourtant pas abattre; je suis si bien habitué à la misère et au dénuement. Ça ira toujours".

Cette citation nous dit mieux que de longs discours tout ce qu'il avait souffert les mois précédents, et combien il espère peu de l'avenir en Norvège. Avant la fin de son voyage, le voilà déjà passablement endetté! C'est grâce à un emprunt qu'il peut séjourner à Berlin les mois suivants, et rentrer dans son pays, où l'horizon est assez sombre.

Peu après le 20 février*, il avait reçu une longue lettre amicale de Hansteen et de Madame Hansteen „6 pages in-4° pleines" qui lui apprit différentes nouvelles au sujet de l'Université. Mais une de ces nouvelles va le préparer au coup le plus rude. Hansteen nourrit encore, pour sa part, l'espérance qu'Abel, à son retour, obtiendra une place à l'Université; mais il doit en même temps avouer qu'on parle aussi d'autre chose. „Mais il a été aussi question de me torturer pendant une année dans une école. Si on veut faire cela, écrit il à Boeck, „je ne marcherai pas plus qu'un âne".

* Nous ne possédons plus les lettres, et la date en est ainsi inconnue. Mais il ressort de la lettre XXV qu'Abel les a reçues à l'époque indiquée ici.

Ce plan est aussi assez singulier, si nous nous rappelons* qu'il émane des mêmes personnes qui n'avaient pas osé donner à Abel la place de professeur, dans la crainte qu'il il ne pût se faire comprendre des étudiants. Mais en tous cas, il est clair que cette nouvelle de Hansteen doit avoir arraché d'un seul coup Abel à toutes les illusions que ses amis norvégiens, dans leur sympathie, s'étaient faites et lui avaient communiquées.

Son unique espoir, ce qu'il avait attendu comme un repos après le voyage, de pouvoir rédiger tranquillement ses grandes idées, a dès lors peu de chances de devenir une réalité.

On pourrait être tenté de croire que cela dépassait absolument l'horizon de notre société à cette époque, de pouvoir se représenter que notre pays possédât le terrain et les conditions nécessaires pour nourrir une plante aussi exotique que l'était incontestablement le génie d'Abel, dont les fruits ne profitaient pas au pays directement et de première main, mais avaient une importance absolument universelle, que même le petit nombre de ceux qui représentaient sa spécialité étaient loins de pouvoir apprécier. Mais pourtant, cette année même, le storthing vote le voyage en Sibérie de Hansteen, une contribution justement au travail scientifique universel, ce qui montre que l'on a aussi l'oeil ouvert de ce côté. Mais le parti pris par les autorités locales montre encore mieux combien peu elles s'entendaient à faire la balance entre un génie et une capacité. Nous n'avons vraiment le droit de rien reprocher ni à Hansteen ni à nul autre. C'est encore un effet de toute l'imperfection de notre époque de recommencement. Il est d'ailleurs facile, pour ceux qui sont venus plus tard, qui jugent d'après l'issue, d'être sages après coup. Nous ne devons pas perdre de vue que les contemporains d'Abel, en Norvège, avaient lieu de considérer sa pénible situation comme une simple période de transition, après laquelle on pourrait de nouveau faire quelque chose pour lui. Si Abel n'était pas mort au moment même où sa détresse était au comble, et où l'horizon commençait à s'éclaircir pour lui dans son pays, et surtout au dehors, ce qui a rendu d'autant plus frappant le contraste entre l'amertume de sa condition et la gloire de la carrière qui allait s'ouvrir devant lui, nous aurions eu aussi le sentiment que

* Abel avait toujours, au cas où la situation deviendrait trop mauvaise, le recours de retourner à Berlin auprès de Crelle.

cette période était un épisode sombre, mais passager, analogue à ceux traverses par tant d'hommes de génie — que la lutte a élevés d'autant plus haut.

Mais la perspective que lui offrait la lettre de Hansteen mettait le comble à ses tribulations. Elle ouvrait un abîme sous ses pieds. Il n'a plus que sujets de tristesse de tous côtés. Et cela n'aura pas contribué à le rasséréner de n'entendre toujours pas parler du mémoire de Paris. Cela ne lui sort pas de l'esprit. Dans la première lettre à Boeck (15 janvier) il dit: „Du mémoire que j'ai présenté à l'Académie, je n'ai pas entendu parler avant mon départ", et dans le court billet à Holmboe du 20 du même mois, il raconte qu'il a longtemps négligé de lui écrire, attendant de pouvoir lui dire en même temps le sort de son mémoire: „Mais ces homme lents n'en finissaient pas".

Dans cette triste disposition d'esprit, Berlin même a perdu pour lui son intérêt. Dans la première lettre à Boeck, on trouve la seule lueur de joie véritable, due à son retour dans cette ville: „Un quart d'heure après mon arrivée j'étais assis au Königsstädter, et j'avais la joie de voir des visages de connaissance et d'entendre des voix connues."

Tout est maintenant vulgaire à ses yeux. „Je mène une vie assez ennuyeuse, car elle est sans variété, étudier, manger et dormir, et pas grand chose de plus."

De l'ancien cercle d'amis, il reste encore Maschmann. Celui-ci parait avoir réuni Abel et le jeune pharmacien Monrad de Bergen, qui était alors à Berlin avec sa femme et sa mère. C'étaient des gens agréables. Abel et Maschmann y passaient deux soirées par semaine (d'après une autre lettre, tous les soirs), et jouaient aux cartes, distraction à laquelle, comme on se le rappelle peut-être, Abel avait toujours trouvé grand plaisir. C'est d'ailleurs lui qui gagne aux cartes. „Je les plume, ce dont j'ai besoin du reste, et ce n'est que juste." Il sourit de cette faible revanche du sort. Dans la lettre à Holmboe il dit brièvement: „Je plume les gens".

Avec l'argent qu'il avait emprunté à Holmboe, Abel avait résolu de tenir à Berlin le plus longtemps possible, c'est-à-dire environ jusqu'au mois de mai. Alors, plus que jamais, le travail fut son unique consolation. Il ne rend pas compte de ce qui l'occupe surtout à ce moment, il dit seulement qu'il étudie, qu'il travaille assidûment, etc. Nous avons déjà indiqué quels sont ces travaux. Mais au milieu même de ces travaux, de nouvelles contrariétés l'arrêtent. C'était un hiver exceptionnellement rigoureux avec quantité de neige dans Berlin; et Abel tomba malade. Il est vrai que la maladie ne dura pas longtemps; cependant il resta

couché quelques jours. Et à partir de ce moment nous entendons parler encore assez souvent de courtes crises de maladie. Il ne semble pas qu'il ait eu une forte constitution, et les soucis matériels ainsi que le travail excessif ont tôt fait d'exercer leur influence.

Si l'on compare l'humeur et le ton des lettres de Berlin pendant ce séjour avec les précédentes, il y a une différence marquée. Il ne s'est passé qu'une année, mais elle a laissé des traces profondes. La nostalgie constante, et le désir d'avoir le repos dont il a besoin pour son travail sont toujours exprimés; mais c'est maintenant sans grande confiance. S'il écrit une ligne pour dire qu'il préfère être au pays, à la ligne suivante il préfère l'étranger, et bientôt après c'est de nouveau l'inverse. Son enthousiasme pour l'étranger n'est pas bien vif non plus. Il écrit à Holmboe: „Il me tarde de rentrer au pays, car je ne peux guère avoir d'avantage à rester ici. Quand on est chez soi, on se fait de l'étranger de diables d'idées, autres qu'il ne faudrait. Ils ne sont pas si forts. — Les gens en somme sont mous, mais assez droits et honnêtes. Nulle part il n'est plus facile d'arriver qu'en Allemagne et en France, chez nous c'est 10 fois plus difficile."

La dernière lettre que nous ayons de Berlin est à Mme Hansteen (lettre XXVII). C'est une réponse à la longue lettre amicale déjà mentionnée de Mme Hansteen, qu'il avait reçue à la fin de février. Le début manque, en sorte que nous en ignorons la date; mais on pense qu'elle est de mars. A la pensée de revenir dans la famille Hansteen, quelque chose jaillit de nouveau pour la première fois après longtemps de l'Abel que nous avons connu, et la nostalgie reprend un instant son ancienne expression vive et sans mélange. „. . . sentir qu'il m'arrive souvent d'aller chez vous ce sera véritablement une de mes meilleures joies. Mon Dieu, que de fois n'ai-je pas eu envie d'aller vous voir, mais je n'ai pas osé. Bien des fois j'ai été jusqu'à la porte, et je suis reparti, par crainte de vous importuner; car ç'aurait été le pis qui pût m'arriver, si vous aviez été trop lasse de moi. Très bien, puisque je puis m'assurer qu'il n'en est pas ainsi." A la fin de la lettre, il y a des paroles chaleureuses sur sa sœur Elisabeth. „Je suis extrêmement heureux que tout aille si bien pour ma chère sœur. J'ai tant d'affection pour elle. C'est à vous, chère Madame Hansteen, que sont dûs son bonheur, et la joie qu'il m'a causé. — Il faut que vous la saluiez le plus tendrement de ma part lorsque vous la verrez. Je pense toujours à elle . . . . . Mais adieu, ma très chère, maternelle tutrice, et gardez une toute petite place dans votre coeur pour Votre Abel."

C'est un soupir de regret vers la seule chose qu'il semble maintenant pouvoir se réjouir de retrouver à son retour. Il y avait donc tout de même encore quelque chose, au pays et en lui-même, qui n'avait pas changé.

Combien de temps les ressources d'Abel lui ont-elles permis de prolonger le séjour de Berlin, nous ne le savons. A supposer que le voyage de Berlin à Copenhague, par Hambourg et Lübeck, puis de là jusqu'à Kristiania, ait pris le temps ordinaire, il peut avoir quitté Berlin vers le commencement de mai, c'est-à-dire selon son plan, et avoir encore passé une huitaine de jours, peut-être un peu plus, à Copenhague, où d'après la lettre à Mme Hansteen, il a eu la joie de revoir Mme Friderichsen et Charite Borch. „Quand je pense au plaisir que vous avez eu, vous et Hansteen, lorsque Madame Friderichsen et Charite ont été chez vous, je suis positivement jaloux. Je dois vous dire que je les aime si cordialement toutes les deux. Je suis tout joyeux du plaisir de les revoir quand j'arriverai à Copenhague, ce qui ne tardera sans doute pas extrêmement".

Mais à Copenhague, il devait avant tout se rencontrer avec sa fiancée, qui était alors à Aalborg, chez une sœur, Mme Koppel, et devait venir au-devant de lui.

Cette rencontre d'Abel à la fois avec sa fiancée et Charite fait penser naturellement à cette tradition conservée dans la famille Hansteen et déjà citée, d'un moment où il aurait hésité dans son choix entre elles deux. Si ce fut dans cette circonstance, sa confession à Mme Hansteen à ce sujet, et l'énergique intervention de celle-ci ont dû avoir lieu peu après son retour.

Dans la courte lettre en français qu'il lui adressa le 18 août (lettre XXVIII) il parle de lui-même en des termes qui peuvent indiquer une passagère défaveur, en même temps qu'il parle avec une chaleur inaccoutumée de Mlle Kemp, dont il attend, semble-t-il, une lettre importante. Ceci n'est toutefois qu'une conjecture, — il n'existe aucune information précise sur l'époque exacte de cet incident.

Après la dernière lettre d'Abel datée de Berlin, il y a une lacune dans la suite des renseignements certains sur lui-même, ses pensées et son humeur, lacune assez longue, interrompue seulement par ce petit billet en français. Pour l'exposition de ce qui suit immédiatement, on ne peut s'appuyer que sur les pièces officielles.

Le 20 mai, Abel fut de retour à Kristiania. Il rapportait plus d'expérience des victoires et des défaites de la vie que la plupart n'en auraient moissonné pendant la courte durée de son absence. Dans son travail, il avait atteint, en des

directions très différentes, plus haut que personne. Et en même temps, après avoir été le messager plein de promesses de son pays, il se voyait transformé en un homme pour qui il n'y a plus de place.

Par la défaveur de l'époque et des circonstances, les honneurs qu'il avait déjà mérités comme l'un des maîtres de la science mathématique n'étaient pas encore attachés à son nom. A Paris, son titre le plus brillant, toujours chez Cauchy, n'était pas encore lu; en Allemagne, sa renommée se répandait; mais il avait cru devoir renoncer à en tirer profit, et dans son pays il n'était encore que le „studiosus Abel", un garçon aimable, doux, un peu bizarre, qui était, parait-il, un génie, à ce que disaient les professeurs, mais dont ceux-ci ne savaient eux-mêmes que faire. Si Paris avait été pour lui une désillusion, Berlin un renoncement, son pays fut ensuite le sombre désespoir. Que pouvaient même ses meilleurs amis faire encore pour lui? Holmboe, son plus intime, et celui qui le comprenait le mieux, mais qui, au point de vue mathématique, n'atteignait pas à sa cheville, s'était laissé persuader de prendre le seul poste de professeur qui s'était offert. Et Hansteen, qui avait remplacé Holmboe comme guide et mentor, était sur le point d'absorber 18000 couronnes du budget de l'état, somme colossale pour notre situation à cette époque, et cela pour une entreprise purement scientifique, dont le but, à la manière dont alors nous considérions les choses, ne pouvait guère paraître avantageux au pays au point de vue financier. Il était difficile de penser qu'on eût le moyen de faire encore d'autres dépenses de cette espèce.

Abel a certainement très vite jugé la situation. La seule issue qui pût lui être ouverte pour obtenir quelquechose, était de frapper à la porte du conseil académique. Au bout de quelques jours de réflexion, pendant lesquels il a certainement tâté le terrain et pris conseil auprès de ses amis, il adressa la note toute simple, très modeste, du 2 juin (doc. XLV), où il annonce son retour et remercie le conseil de son aide puissante pour tout ce qu'il a jusqu'alors obtenu, et termine en se recommandant de nouveau à „sa faveur bienveillante". Si l'université, avant le départ d'Abel, avait fait des démarches pour que la petite bourse qu'il avait auparavant ne fût pas supprimée, lorsque fut consentie la bourse de voyage, elle aurait pu s'épargner ensuite beaucoup de peine et de soucis qui furent inutiles. On éprouve une impression déprimante à lire la série de documents (doc. XLVI—L) qui contient l'échange de notes sur Abel et sa situation entre les autorités de l'université et des ministères.

Dès le 5 juin, le conseil écrit au ministre Treschow, alors prochancelier de l'université, l'informe du retour d'Abel, et regrette que la situation financière mette l'université dans l'impossibilité d'offrir à Abel „la subvention dont il a besoin, étant pour le moment sans situation". Le conseil demande „la puissante influence" du prochancelier pour procurer à Abel une nouvelle subvention provisoire sur les fonds publics, et rappelle la bourse qu'il avait eue précédemment. La recommandation du ministre Treschow vient quelques jours plus tard. La note est envoyée au ministère de l'instruction publique, et de là au ministère des finances. Mais là on fait la sourde oreille. „En renvoyant la demande du conseil académique relative à une subvention provisoire pour l'étudiant Abel sur le Trésor, reçu avec la lettre de l'honorable ministère du 13 de ce mois, on fait savoir, qu'il ne sera plus possible de rien donner sur le Trésor dans le but indiqué."

La réponse, refus catégorique et froid, ne contient pas la moindre trace de regret, ne donne pas la moindre lueur d'espoir. Nous pouvons nous représenter avec quelle tristesse le conseil a dû informer Abel de ce pénible résultat. Tous ses membres avaient pour lui une chaude sympathie. Ils ont eu certainement l'intuition, s'ils ne l'ont pas pleinement compris, qu'ils avaient en lui une force inaliénable, si on pouvait le conserver à l'université.

Mais ce coup frappa d'une manière infiniment plus sensible Abel lui-même. Lorsqu'Abel, tout jeune étudiant, avait dû vivre de la bienfaisance privée des professeurs, c'était sans doute assez dur; du moins il y avait une grande satisfaction dans la sollicitude dont l'entouraient ses bienfaiteurs. Maintenant qu'il avait cette conscience de sa valeur, qui est la récompense d'une œuvre importante accomplie, ce dut lui être une douleur dont nous avons peine à nous faire idée, d'avoir recours aux emprunts près de ces amis, ou peut-être à leur table.

Et la pire époque de sa misère coincidait avec les grandes vacances, le moment où personne ne prenait de leçons, où il n'y avait aucun travail scolaire à trouver. Les dettes croissaient de tous les côtés, tant celles qu'il fallait payer en espèces sonnantes, que celles, et souvent non les moins pénibles, qui provenaient de fréquents services d'amis, acceptés par nécessité.

Combien Abel s'est trouvé pressé et tourmenté, on peut le comprendre à ce fait qu'après le froid refus du ministère, il s'adresse de nouveau dès le 23 juillet au conseil (doc. LI).

Ce n'est pas uniquement le besoin d'argent qui le pousse. C'est bien plus la pensée de ce que vont devenir ses idées mathématiques; il se demande si elles vont être perdues, parce que son temps sera absorbé par un travail épuisant et peu rémunérateur de professeur dans une école ou de répétiteur, et si par suite toute chance est évanouie de jouir de cette tranquillité laborieuse, pour laquelle il avait surtout désiré revenir au pays.

La lettre a encore ce caractère de simplicité, de modestie absolue, qui signale toutes ses pétitions officielles, et la manière dont il exprime sa conviction d'être tout-à-fait apte à une situation de professeur à l'université ne peut pas être plus simple et plus digne. Il en est de même de la façon dant il parle de sa pénurie, qui a duré depuis son retour. Mais ce qui l'inquiète le plus est que cela retombera sur ses études et ses travaux de rédaction, et pourra „interrompre une carrière d'auteur dejà commencée à l'étranger, ayant été notamment collaborateur dans le „Journal der reinen und angewandten Mathematik" de Crelle, paraissant à Berlin, dont je prends la liberté de joindre les cahiers parus jusqu'à présent. J'ose donc demander au haut conseil une subvention, aux conditions que le conseil trouvera convenables."

Si la pétition d'Abel est claire, calme, et pressante, elle a aussi produit grande impression. Le conseil fait de nouveau, et de bonne grâce, tout ce qu'il peut. Malgré la précédente réponse catégorique, qui semble avoir pour but de couper court à toute discussion ultérieure, ses membres ne reculent pas devant ce qu'ils considèrent comme leur devoir impérieux (doc. LII), „de recommander [pour la seconde fois] cette affaire à l'attention bienveillante du ministère royal [c. a. d. du gouvernement]." Après avoir, manifestement ému des renseignements fournis par Abel, si peu abondants fussent-ils, mentionné que le mérite de ses travaux est aussi reconnu à l'étranger, le conseil fait valoir de nouveaux et puissants motifs. Les grands encouragements qu'Abel a reçus depuis longtemps de la part des pouvoirs publics, lorsque Abel leur consacre son travail et son talent, engagent par contre celui-ci, aujourd'hui que sa réussite a tout-à-fait répondu aux espérances „que faisaient naître son remarquable talent. Il serait en conséquence peu équitable, maintenant qu'il a atteint dans sa science un niveau plus élevé, et qu'il n'a pas déçu les espérances que l'on fondait sur son talent remarquable, d'en venir à le mettre dans la nécessité d'abandonner la science, afin de pouvoir gagner le minimum indispensable."

La subvention provisoire dont il s'agissait ne devait d'ailleurs pas être de longue durée, puisque le prochain voyage de Hansteen en Sibérie rendrait bientôt nécessaires les services d'Abel à l'Université. Le conseil propose d'accorder 200 spd. par an à dater de son retour de l'étranger jusqu'à ce qu'il ait un emploi. La lettre, heureusement, n'alla cette fois que jusqu'au ministère de l'instruction publique. Celui-ci avait suffisamment compris l'opinion du ministère des finances. Il ne pouvait être question d'aucune dépense sur le Trésor. Le ministère (doc. LIII) indique donc ce moyen „d'aider M. Abel au moyen d'une avance sur la caisse de l'Université, qui pourra être remboursée lorsque, ainsi que la lettre du conseil en donne l'assurance certaine, il sera fait appel aux services de M. Abel à l'Université".

Le moyen du ministère consistait donc dans une avance faite à Abel et remboursable sur le faible traitement qu'il pouvait espérer comme professeur adjoint, délégué pendant l'absence de Hansteen. On évitait ainsi de charger le budget une fois voté, que le ministère des finances, à cette époque de parcimonie, s'était si absolument refusé à dépasser. Le conseil, afin d'avoir un point d'appui solide pour la résolution, différente de la proposition du ministère, mais très réfléchie, qu'il prit alors, demanda (doc. LV) l'avis de la faculté, et joignit les cahiers du journal de Crelle remis par Abel. L'avis de la faculté, on le savait, serait le meilleur en cette affaire. Il est d'ailleurs bref et bon (doc. LVI), et recommande Abel pour l'obtention de la subvention que le conseil serait en mesure de lui offrir".

Tout cet échange de notes (doc. LII—LVI) a prolongé de plus de six semaines la période la plus misérable qu'Abel ait traversée; mais le 4 septembre le conseil informe le caissier de l'Université que sur le fonds des bourses de l'Université, il est accordé à Abel 200 spd. à titre de subvention pour une année à dater de juillet (ce mois inclus). Le caissier devait lui payer là-dessus immédiatement une avance de 100 spd., le reste par mois. Il est visible qu le conseil était parfaitement au courant des dettes qui le pressaient. Toutefois, pour les autres mois, le secours ainsi offert par l'université fut de 10 spd. — 40 couronnes — par mois, somme dont on ne pouvait vraiment ni vivre, ni mourir.*

* Et pourtant le conseil eut ensuite à se défendre. Ayant choisi le moyen d'accorder cette somme à titre de bourse, le conseil a le droit, dans une certaine mesure, de repousser le reproche du ministère de n'avoir pas fait rembourser par Abel cette misérable subvention sur son traitement ultérieur de docent, mais par contre reçoit des reproches du ministère

Et encore Abel ne jouit même pas de cette subvention toute entière. Elle lui fut rognée d'avance, au moment même où il allait la toucher. Son père avait autrefois signé, au moment où l'on se cotisait pour l'Université nouvellement instituée, un acte de donation d'une demi-tonne de grain par an grevant la petite ferme de Lunde, qu'il possédait à Gjerstad. Mais rien n'en fut payé, et le 27 août (doc. LIV), nous voyons Abel, dans l'espoir d'être attaché à l'Université, se charger de payer cette dette de son père, soit environ 26 spd., par à-compte, et accepter de l'acquitter dorénavant à la place de sa mère. Ainsi l'Université reprit d'une main une partie de ce qu'elle avait donné de l'autre.*

C'est une chose extraordinaire de voir l'activité infatigable et l'énergie avec lesquelles, à travers les vicissitudes poignantes de cet été, Abel a quand même poursuivi son travail. Un peu plus de quinze jours après la décision définitive du conseil dans l'affaire de la bourse, et la fixation de la première somme à toucher, commence l'impression du premier grand et important chapitre de ses „Recherches". Dans ce chef-d'œuvre de clarté parfaite et d'exposition classique, les particularités des fonctions elliptiques apparaissaient tout à coup dans une lumière entièrement nouvelle, où elles n'avaient été vues jusqu'alors que par un seul chercheur, Gauss, qui avait tout gardé pour lui, soit qu'il fût étrangement insensible au bonheur de pouvoir présenter des vérités nouvelles solidement établies, soit parcequ'il s'était habitué pendant une suite d'années à de tels sacrifices, afin de mieux remplir les obligations de sa situation.

Les préliminaires, ou du moins certaines des idées conductrices, de ce fondement d'une nouvelle théorie des fonctions, peuvent être suivis avec certitude sur plusieurs points, en remontant jusqu'avant son départ de Kristiania (v. p. 29). Mais pendant le voyage, avec ses découvertes dans la théorie des équations, quantité de sujets

---

pour avoir abusé du fonds des bourses. Le conseil reconnait le fait, régularise les choses, et l'affaire est classée. Cet épilogue n'a lieu, toutefois, que dans le courant de l'été de l'année suivante (doc. LXXV—LXXXII).

* A la mort d'Abel la dette était couverte pour les années 1813—27 (doc. LXXVIII). Il restait à payer deux années, et le paiement incomba de nouveau à la mère, qui, le 30 juillet 1830, se vit obligée d'adresser au roi une pétition pour être exemptée, tant du reste de l'arriéré que de toute charge à l'avenir. La pétition fut appuyée par le pasteur de paroisse de la Gjerstad, le conseil académique et le prochancelier de l'université, et il y fut fait droit par décret royal du 30 octobre de la même année. La pétition originale et les autres documents ont été trouvés aux archives du royaume par M. Størmer.

nouveaux l'en ont écarté et l'ont retenu. Cependant il a fait à Paris de nouvelles trouvailles, dont il est lui-même étonné, celles dont il est si enchanté dans les deux lettres à Holmboe (lettres XXII et XXVI), et nous savons qu'il en entreprit alors avec une grande ardeur la rédaction, primitivement dans le but de gratifier de ce travail les annales de Gergonne. Il n'en fut pourtant rien. Evidemment le mémoire s'est enflé. Le travail a été continué activement à Berlin, et j'imagine que la partie qui est à l'impression dans le courant de septembre n'a été achevée qu'à Kristiania. Kœnigsberger fait une remarque très juste sur la clarté limpide de ce mémoire pour les lecteurs d'aujourd'hui, par opposition avec la difficulté qu'ont éprouvée à l'étudier même les mathématiciens les plus avancés, lors de son apparition. La raison en est évidemment dans la nouveauté même des considérations qui étaient mises en valeur, et qui à notre époque, grâce à ce travail fondamental, et d'autres travaux d'Abel, de Jacobi et de l'école de la théorie moderne des fonctions, appuyée sur eux, sont devenues dans l'intervalle un domaine commun. Le fait énoncé par Kœnigsberger donne une preuve irréfragable de l'importance de la révolution causée par les nouvelles idées d'Abel.

Mais l'activité d'Abel n'était sûrement pas concentrée sur un travail unique, pas plus maintenant que d'habitude. Ses études sur la théorie des équations avaient déjà empiété, et plus tard empiétèrent constamment sur ses études relatives à la théorie des fonctions, et sa pénétration de plus en plus profonde dans la première profite sur des points innombrables à son travail dans la dernière, et donne des ailes à ses progrès: il ne peut donc jamais s'arrêter.

Un travail tellement incessant dans des conditions aussi déprimantes que celles où vivait Abel à cette époque, aurait pu miner une nature plus vigoureuse que la sienne. Et nous entendons parler plus souvent désormais de maladies qui l'arrêtent dans son travail.

Cependant l'Université commençait tout doucement à s'occuper de la meilleure marche à suivre à propos du prochain départ de Hansteen. Sur la demande du ministère de l'instruction publique, le conseil s'adresse le 18 septembre (doc. LVIII) à la faculté de philosophie en l'invitant à exprimer son avis dans cette affaire, et le 6 octobre, Hansteen adresse au conseil une communication détaillée dont les premières lignes concernent Abel et sont insérées comme doc. LIX. Après avoir succinctement motivé la nécessité de la nomination, pour un an et demi à deux ans que devait durer son voyage, d'un docent qui pût se charger des leçons d'astro-

nomie pour l'„examen philosophicum", et „au cas où quelque étudiant en minéralogie se ferait inscrire", il dit que „M. l'étudiant N. ABEL" s'est déclaré disposé à se charger de ce travail. Le reste de la lettre donne une triste confirmation de l'étroitesse de notre vie à cette époque. Elle est fournie par la crainte de Hansteen d'avoir à payer lui-même, sur son médiocre traitement de professeur, les appointements de son suppléant. Ce n'est évidemment pas une pensée de calcul personnel, ni le désir de gagner quelquechose au détriment d'un autre, qui lui dicte sa phrase, mais uniquement cette préoccupation que sa famille ne manque pas du nécessaire en son absence, et surtout que sa femme, par suite d'une interruption dans les versements nécessaires à la caisse des veuves, ne puisse pas se trouver tout-à-coup sans moyens d'existence assurés, an cas où il succomberait pendant le voyage. Il invoque le petit nombre de précédents qui avaient pu jusqu'alors se présenter à notre jeune Université, et l'homme ardent, qui s'intéressait à tout, que nous connaissons d'autre part, est transformé en un père de famille soucieux. S'il en a été ainsi à cette époque pour un homme d'une situation florissante, nous pouvons comprendre ce que cela a dû être pour la maigre situation d'ABEL, endetté et presque dénué de tout moyen d'existence.

Le conseil renvoya les questions de Hansteen à la faculté (doc. LX), et celle-ci donne une réponse nette et claire et propose de partager les fonctions de Hansteen entre Abel et Holmboe, de telle sorte que le premier devrait se charger de son enseignement à l'université, et le second du soin des instruments et de la préparation de l'almanach,* et elle répond tout bonnement aux inquiétudes de Hansteen „que si l'Etat a voulu la chose il a dû en vouloir aussi les moyens", ce qui fut transmis par le conseil, le 10 décembre (doc. LXI) an ministère de l'instruction publique, avec l'apostille conforme du prochancelier. On n'ose pourtant pas proposer pour la situation d'ABEL un traitement aussi élevé que le traitement ordinaire des docents. Celui-ci était de 600 spd., le conseil n'ose proposer que 400. C'était du moins pour ABEL comme une première lueur de jour, bien qu'il ne dût pas profiter de ses nouvelles fonctions avant un trimestre exactement, car ce n'est que le 10 mars de l'année suivante (doc. LXIX) que le conseil peut l'informer qu'il est nommé, et l'invite à „s'occuper le plus vite possible des conférences aux étudiants qui se préparent à l'examen philologico-philosophique".

---

* Pour plus de détails sur l'almanach, v. doc. LXI.

Mais en attendant, Hansteen, quoique son départ n'eût lieu que le 19 mai, avait tant de choses à organiser que, dès le commencement de l'année, il avait pu procurer à Abel un autre emploi, beaucoup moindre, il est vrai: Abel fut en effet chargé de deux des trois leçons consacrées par semaine par Hansteen à l'école militaire supérieure.* Par suite il était payé à raison des deux tiers du traitement de Hansteen, qui était de 200 spd. C'est un surplus d'un peu plus de 11 spd. (pas tout à fait 62 francs) par mois. Il put entrer en fonctions dès la fin des vacances de Noël.

Nous avons maintenant suivi la pire époque d'Abel au point de vue pécuniaire jusqu'au moment où l'état le prend à son service comme suppléant, et lui donne ainsi le peu dont ensuite il lui fallut vivre. C'était à peine suffisant pour vivre au jour le jour.

Nous approchons du moment où commence la rivalité, de plus en plus discutée pendant le siècle dernier, avec Jacobi. Abel avait publié, sans soupçonner l'existence d'un concurrent dans l'étude des fonctions elliptiques, son mémoire sensationnel, la première partie des „Recherches", dans le journal de Crelle, en même temps que Jacobi perce dans les „Astronomische Nachrichten" de Schumacher. Mais comme les conséquences de ce fait ne pénètrent la vie d'Abel qu'au cours du printemps de 1828, nous avons encore le temps de décrire tranquillement les circonstances dans lesquelles il cherchait, autant que possible, consolation et calme, et où il a en effet trouvé personnellement satisfaction. Justement en l'année 1828 commencèrent à se développer chez nous des relations conscientes dans les travaux scientifiques. La „Throndhjemske Selskab" fondée en 1760 par Gunnerus, Schøning et P. F. Suhm, devenue en 1767 „Det Kongelige Norske Videnskabers Selskab" (Société royale norvégienne des Sciences), avait jusqu'alors, autant que possible, réuni le travail disséminé et le peu de capacités savantes que notre pays pouvait présenter alors, autour d'un centre dont il ne faudrait pas déprécier l'importance.

La fondation de l'Université devait nécessairement conduire à un nouvel état de choses, et cela ne manqua pas en effet. Abel put voir le début de ce changement,

* La troisième heure de leçon fut confiée au capitaine du génie, plus tard major-général Theodor Broch, oncle de O. J. Broch, connu plus tard comme mathématicien, physicien et homme d'état.

au moment même où son mérite fut reconnu par l'ancienne société scientifique; le temps ancien tendait ainsi la main au nouveau. A ce moment seulement, son petit mémoire d'avant le voyage (p. 19) fut inséré dans les publications de la Société de Throndhjem. Il fut envoyé par Hansteen, surtout, je pense, pour procurer à Abel un nouveau débouché dans le pays pour l'impression de ses nombreux travaux, puisque le „Magazin", de l'avis de Hansteen aussi bien que d'Abel, ne leur convenait vraiment pas. Mais cela lui valut une marque de distinction et le titre de membre de la vieille société de Gunnerus et de Suhm, qui ne pouvait se douter alors que son nom fût le plus grand dont elle pût honorer et parer son action scientifique. Il est possible que cela ait été un évènement pour lui, dans notre société; mais il n'y a aucun indice qui montre, soit qu'il ait recherché cette distinction, soit qu'elle ait particulièrement occupé son esprit.

Mais peu après, comme nous l'avons fait prévoir, il fut témoin de la fondation d'une nouvelle société scientifique de forme plus moderne, et avec des moyens plus étendus, et il y prit part lui-même, quoique pendant un an seulement et, en raison de la spécialité de son propre domaine, il en fut membre avec intérêt, mais non de manière active.

Le monde scientifique de Kristiania, dont le „Magazin" était l'organe public, était en effet alors occupé à s'organiser, par besoin de se réunir et de sentir une communauté intellectuelle. L'idée d'une semblable association peut être suivie jusque dix ans en arrière; mais les projets préparés depuis longtemps ne furent réalisés qu'au commencement de 1828 dans „Den physiographiske Forening", où Abel fut admis, le 4 février de la même année. En recherchant certains détails sur le cercle de savants, jeunes et âgés, qui entouraient Abel, je suis tombé par hasard sur un renseignement de Hansteen dans le 8me volume du „Magazin", contribution intéressante à ce que nous savons déjà de la vie et des goûts d'Abel au temps où il était à l'école, et qu'il me faut rapporter ici, les pages où ceci aurait dû trouver sa place étant depuis longtemps imprimées. Hansteen raconte: „Plusieurs de nos étudiants distingués, savoir Keilhau, Boeck, Schenk,* Abel, Heiberg** et

* Probablement un fils du médecin-major J. U. G. Schenck.

** Plus tard le chirurgien bien connu, professeur Christen Heiberg, né en 1799, étudiant en 1817, lecteur à l'université en 1828, fonda en 1833 la société norvégienne de médecine avec le médecin-major Hjort, et mourut en 1872.

Hjort avaient fondé en 1819 une société littéraire. Ils se réunissaient une fois par semaine, et lisaient de menus travaux scientifiques.“ Après avoir ensuite mentionné la découverte du Jotunheim par Keilhau et Boeck l'année suivante, d'une manière qui indique clairement l'importance de cette découverte remarquable, à cause de l'impulsion qu'elle se trouva donner, il raconte comme une de ses conséquences les efforts des jeunes et ardents chercheurs pour fonder une association physiographique, „dont le but serait d'étudier le pays au point de vue surtout physique, et aussi géographique.“ Ces efforts contribuèrent à faire voter par le storthing, en 1824, pour le première fois sur la proposition du professeur Sverdrup, une somme annuelle pour des voyages scientifiques dans le pays, un des moyens en réalité les plus efficaces que nous ayons encore aujourd'hui pour former de jeunes savants.

Cependant, en raison du voyage à l'étranger de Keilhau et de Boeck, l'association ne commença à fonctionner qu'à partir de 1828. Ses fondateurs sont, outre Keilhau et Boeck, Hansteen, le professeur (d'université) Maschmann, le professeur (overlærer) Møller, ainsi que des historiens: le professeur d'économie politique Gregers Lundh et le capitaine G. Munthe, qui a étudié la géographie historique du moyen-âge. L'association tenait des réunions mensuelles chez les divers membres à tour de rôle. Les conférences traitaient principalement de physique et d'histoire naturelle. Une des fonctions les plus importantes qu'assuma l'association, fut la publication du „Magazin“, dont fut déchargè la professeur Hansteen, qui devait y renoncer à cause de son voyage. Il est visible que les séances de cette active société ont été très agréables et distrayantes pour Abel; car, d'après les registres encore conservés, il est parmi les membres les plus assidus. Au nombre des amis qu'il y rencontrait, il est intéressant de noter Jens Johan Hjort, plus tard médecin-major, un de ceux qui avaient fait partie de la petite société de 1819, et l'un des rares, choisis par Keilhau pour contribuer à l'érection du monument funéraire d'Abel. — Une autre éminente personnalité, qui a dû tenir de près à Abel, mais dont le nom ne se trouve pas parmi les membres de l'association, est le professeur Michael Skjelderup, qui contribua aussi au monument. Quelles relations d'amitié ou de simple connaissance s'établirent entre Abel et cet homme bienfaisant, au cœur chaud, qui approchait alors de la soixantaine, je n'ai pas réussi à l'éclaircir. Une tradition à demi oubliée, dont je n'ose garantir l'exactitude, rapporte qu'Abel fréquentait chez lui presque comme un enfant de la maison.

Dans „l'Association physiographique" avec sa composition complexe, où la mathématique était la seule science exacte, et ne pouvait espérer d'exciter l'intérêt de la plupart, Abel n'a pu que recevoir sans donner. Il avait du moins là quelques uns de ses amis les meilleurs, et qui le comprenaient le mieux, surtout Keilhau et Boeck, à qui l'amitié et les sympathies scientifiques, d'après les renseignements cités de Hansteen, l'avaient attaché, deux ans au moins avant sa sortie de l'école. Ce fait a été pour moi une nouveauté surprenante, car je ne l'ai vu mentionner dans aucune biographie antérieure de lui, mais cela jette une pleine lumière sur l'intime amitié qui existait entre eux. Je dois d'autant plus insister sur ce point que je me suis précédemment (p. 34) placé dans une autre hypothèse.

„L'association physiographique" était notre petite „académie des sciences", au moins jusque vers 1850.* Ainsi s'exprimaient l'un après l'autre des membres comme M. N. Blytt, Michael Sars etc., en un mot, les représentants de la science norvégienne à ses débuts.

J'ai essayé de donner une idée des efforts scientifiques auxquels la jeune génération, et surtout Keilhau et Boeck, avaient donné le branle, que Hansteen avait appuyés de son nom et de son ardeur toujours énergique, et auxquels Abel avait pris part comme spectateur intéressé. Mais soudain il vit un concurrent envahir son propre domaine, que personne jusqu'alors n'avait foulé. Et du coup il fut arraché à la fois à le pensée de ses difficultés financières et à ses projets scientifiques, et cela l'absorba bien autrement que la petite association locale. Alors commença la série de travaux qui, plus qu'aucun de ses travaux antérieurs, attira sur lui l'attention du monde scientifique, requit toutes ses forces, et lui mit l'esprit en feu à tel point, que cela contribua certainement à hâter sa fin. Au cours des mois lamentables qui vont de son retour jusqu'au moment où le voyage de Hansteen lui procura un médiocre revenu, le profit qu'il avait retiré des mathématiques dans

* „Le registre de l'association est conservé au secrétariat de l'Université, mais il n'est tenu exactement que jusqu'en 1848. Nominalement elle a publié le remplaçant du vieux „Magazin", le „Nyt Magazin", jusqu'en 1873. Sur le titre, aux mots „publié par l'association physiographique", on a substitué des mots: fondé par. Le surplus de l'activité de l'association, autant que l'on peut savoir, s'est peu à peu réduit à rien vers 1850. En 1858 naquit le „Videnskabsselskabet i Christiania" (la société des sciences de Kristiania), avec Chr. Boeck comme président.

le pays s'était borné à ce qu'il pouvait gagner en préparant des élèves en retard dans les mathématiques élémentaires, ou tout au plus, en donnant quelques leçons de trigonométrie et de stéréométrie, programme mathématique du „second examen“: travail que l'on ne peut qualifier plus exactement que par l'expression de notre génial poëte Vinje, disant à propos d'un autre norvégien que c'est: „atteler le cheval arabe à la charrette à fumier“; que l'on se rappelle aussi l'horreur d'Abel, à Berlin, lorsqu'il pense qu'il pourrait être mis à la torture dans une école. Nous pouvons comprendre quelle délivrance ce dut être pour lui, d'entreprendre une lutte comme celle qui commença alors, bien que la révélation d'un concurrent inattendu dans sa propre théorie des fonctions elliptiques le rendît nerveux au premier moment, d'autant plus que les circonstances ne lui avaient pas permis, loin de là, de publier toutes ses belles découvertes. Ce qui fit bondir Abel, ce fut que son rival, le jeune Jacobi, avait fait usage, à sa stupéfaction, de la même transition des intégrales de Legendre à ses propres fonctions, „l'inversion“, qui était le point de départ et le fil conducteur de la partie de ses „Recherches“ nouvellement parue, et qu'il avait ainsi démontré des propositions qu'Abel avait depuis longtemps découvertes, mais non encore publiées.

Carl Gustav Jacob Jacobi était encore plus jeune qu'Abel; il était né à Potsdam en décembre 1804. Son père était un négociant aisé. Son développement, sauf la différence qui était résultée pour les deux futurs collaborateurs des situations de fortune, avait été remarquablement parallèle à celui d'Abel. Jacobi avait aussi, dès les années d'école, étudié l'„Introductio“ d'Euler en leçons supplémentaires, et il s'était aussi heurté à l'équation du cinquième degré, mais sans creuser à fond la question, comme Abel. A l'université de Berlin, ses goûts s'étaient partagés entre la philologie et les mathématiques, qu'il avait étudiées plutôt dans les livres qu'aux cours. La mathématique finit par l'emporter haut la main, et fut l'objet de sa thèse de doctorat, qui déjà témoigna d'une grande originalité. Aussitôt après il se mit à faire des cours, dans lesquels il révéla un remarquable talent de professeur, en sorte que le gouvernement l'encouragea, à l'âge de 21 ans, à demander un poste de privatdocent à Kœnigsberg. Lorsque le journal de Crelle eut commencé, il révéla ses dons éminents dans quelques mémoires, dont l'un est au nombre de ceux annoncés sans signature dans le bulletin de Férussac, et il est bien possible que ce soit Abel lui-même qui se serait alors pour la première fois occupé de Jacobi

dans un bref compte-rendu de l'objet du mémoire. La première connaissance que fit Jacobi des fonctions elliptiques n'a pas été sympathique. Dans son discours à la mémoire de Jacobi, Dirichlet raconte (1852), qu'en rendant à la bibliothèque les „Exercices" de Legendre, il dit à un ami: „Jusqu'à présent, lorsque j'ai étudié un ouvrage important, cela m'a toujours conduit à réfléchir moi-même, et j'ai toujours eu quelquechose à recueillir à mon tour. Cette fois je suis sorti de cette lecture les mains vides, elle ne m'a pas inspiré la moindre idée personnelle." Dirichlet ne nous apprend pas combien de temps se passa depuis lors jusqu'au moment où Jacobi fit imprimer dans les „Astronomische Nachrichten", sans démonstration, l'énoncé de ses deux théorèmes de transformation sur les intégrales de Legendre. Les théorèmes parurent, comme il a été dit, en même temps que les „Recherches" d'Abel. Ce supplément important à l'œuvre accomplie par le vieux mathématicien français — qui jusqu'à Abel et Jacobi avait été isolé dans la question des intégrales elliptiques —, était si purement dans sa manière, qu'Abel, en le lisant, ne parait pas avoir trouvé qu'on lui eût coupé, comme on dit, l'herbe sous le pied. Dans les „Recherches", Abel avait, comme nous savons, jeté des bases entièrement nouvelles. Mais le message suivant, qu'Abel reçut au printemps de 1828, l'inquiéta sur le sort de ses propres découvertes, comme nous allons le raconter.

Abel étant mort l'année suivante, Jacobi se trouva pendant longtemps avoir la réputation d'un homme, qui, dans les mêmes proportions que lui, avait déterré une part essentielle du trésor sur lequel le dix-neuvième siècle a vécu en mathématiques. Maintenant que nous avons un certain recul de temps, les compatriotes de Jacobi eux-mêmes donnent le nom d'Abel aux sommets les plus escarpés et aux profils les plus audacieux de la région mathématique mouvementée qui fut alors découverte. Mais Abel mourut, et Jacobi, jeune géant lui-même, prit sur ses épaules les idées de tous deux, et les porta plus loin.

La situation de fortune de Jacobi n'était pas comme celle d'Abel. Il était sorti d'une famille riche, et en 1827, lorsqu'Abel luttait contre sa pire période, Jacobi, à 23 ans, était professeur à Kœnigsberg. En 1829 parurent ses „Fundamenta nova", soigneusement rédigés: c'était l'ouvrage le plus complet jusqu'alors sur les fonctions elliptiques; — à ce moment Abel luttait avec la mort. Les projets d'Abel auraient pourtant conduit à un travail d'ensemble sur les fonctions elliptiques ayant un tout autre aspect. Jacobi eut le temps de réaliser beaucoup plus encore pour

leur tâche commune, pour la mathématique et son avenir. Il mourut en 1851, encore dans la force de l'âge, mais après une production qui a placé à jamais son nom parmi les sommités des mathématiques.

Dans le présent exposé, qui s'adresse autant à la généralité du public cultivé dans le pays même d'Abel qu'à ses admirateurs compétents dans tous les pays, on ne s'est pas proposé d'entrer dans des développements mathématiques, ni au sujet de son œuvre en général, ni spécialement à cette occasion. Je cherche seulement à démêler les lignes dans la conduite de sa vie, comme un commentaire pour l'intelligence de ses lettres. Mais d'autre part il est naturellement impossible de raconter la vie d'Abel sans s'arrêter quelque peu sur son action mathématique, et j'éprouve très fortement la grande difficulté qu'il y a à ne pas en dire à la fois trop peu aux uns, les mathématiciens, et trop aux autres, les lecteurs qui ne connaissent pas les mathématiques. Et nulle part ce dilemme ne ressort autant qu'ici, dans la rivalité avec Jacobi.

Nous avons vu que l'apparition des „Recherches" d'Abel marque une manière toute nouvelle d'envisager la question des fonctions elliptiques, caractérisée par les nouvelles fonctions elliptiques, introduites par lui, par opposition aux intégrales elliptiques étudiées par Legendre, et que le passage de ces dernières à celles-là est désigné par le mot „inversion" et constitue un des progrès les plus essentiels dans l'intelligence des véritables profondeurs du problème tout entier. Nous avons noté que, contrairement aux „Recherches", les deux premiers théorèmes de transformation de Jacobi, énoncés dans démonstration, conservaient absolument l'ancien caractère de la théorie. Legendre, qui fut informé du plus important des deux par lettre de Jacobi, fut d'abord hésitant, puis enchanté. Une correspondance active et extrêmement intéressante s'ensuivit entre lui et le jeune mathématicien allemand, qui cependant fut un peu embarrassé, lorsque Legendre désira une explication plus précise de la manière dont il était parvenu à ses deux propositions. Il apparait alors peu à peu qu'il y est parvenu par une induction géniale, et ne les a confirmés que par des exemples particuliers, non par une démonstration mathématique rigoureuse, ce que Legendre regrette d'autant plus qu'il a déjà communiqué ces beaux théorèmes à l'académie en novembre comme de nobles clefs de voûte de la théorie édifiée par lui-même. En décembre les „Astronomische Nachrichten"

publièrent la démonstration de Jacobi pour l'une des propositions, et ce fut cet article qui, arrivant à Kristiania, effraya tout-à-coup Abel. Bjerknes présume que, à cause des difficultés des communications postales en hiver, Abel n'a guère dû connaître la démonstration de Jacobi avant le printemps.

Ce qui le frappa, ce fut, comme il a été dit, l'usage de l'inversion par Jacobi, et alors il se sentit envahi dans son propre domaine. Hansteen, dans une lettre à Schumacher, a raconté à sa manière sèche, amusante, qu'Abel „devint tout pâle" lorsque lui, Hansteen, avait „mis sous ses yeux" le numéro des „Astronomische Nachrichten" avec le mémoire de Jacobi. Abel dut, écrit-il, courir chez le pâtissier et prendre un petit verre d'eau de vie „pour maîtriser son émotion". Schumacher communique l'histoire à Gauss, et il ajoute: „Si vous faites un jour connaître vos recherches, ça lui coûtera probablement encore plus cher d'eau de vie."* Quant aux élégantes formules de transformation, dont la simple affirmation sans preuve dans la première insertion de Jacobi n'avaient pas grandement affecté Abel, il s'était jusqu'alors contenté, dans un supplément, à son second envoi des „Recherches", parti le 12 février 1828, de les démontrer comme cas particulier de ses propres études générales sur la théorie des transformations, qui constituait précisément un sujet principal de cette partie de son mémoire.

Il fut d'autant plus consterné en voyant le procédé de démonstration de Jacobi. Ce procédé contenait une menace imminente qu'Abel fût atteint dans sa priorité pour une grande partie des résultats auxquels il était parvenu, mais qu'il n'avait pas encore rédigés, encore moins publiés. La première chose qu'il fit fut de rédiger un mémoire entièrement nouveau sur la théorie de la transformation sous sa forme la plus générale, sous le titre de: „Solution d'un problème général concernant la transformation des fonctions elliptiques", qu'il envoya le 27 mai aux „Astronomische Nachrichten" de Schumacher. C'est dans le lettre d'envoi** dont Hansteen accompagne le travail d'Abel, en le transmettant à Schumacher, qu'il donne la petite anecdote sur l'émotion d'Abel. Hansteen ajoute que la théorie de la transformation, sous sa forme générale, comprenant les propositions de Jacobi, était déjà dans la

* Schumacher à Gauss (6 juin 1828).

** Le mémoire d'Abel est, nous l'avons dit, du 27 mai. Or. Hansteen était parti dès le 19. Hansteen a donc remis à Abel cette lettre d'envoi avant son départ.

possession d'Abel depuis plusieurs années. Et le mémoire d'Abel le confirme de la maniére la plus évidente. Il commence ainsi: „Dans le n⁰ 127 de ce journal, M. Jacobi démontre un théorème très élégant relatif à la transformatton des fonctions elliptiques. Ce théorème est un cas particulier d'un autre plus général, auquel je suis parvenu depuis longtemps sans connaître le mémoire de M. Jacobi On en trouve la démonstration dans un mémoire inséré dans le journal de M. Crelle, et qui a pour titre: „*Recherches sur les fonctions elliptiques.*" „Mais", continue Abel,* „on peut envisager cette théorie sous un point de vue beaucoup plus général, en se proposant comme un problème d'analyse indéterminée de trouver toutes les transformations possibles d'une fonction elliptique qui peuvent s'effectuer d'une certaine manière. Je suis parvenu à résoudre complètement un grand nombre de problémes de cette espèce. Parmi eux est le suivant, qui est d'une grande importance dans la théorie des fonctions elliptiques — — — —."

En formulant ici son problême le plus étendu, où il supprime sa restriction précédente de considérer une certaine fonction, qui joue un rôle dans la question, uniquement comme rationnelle, et lui donne la forme algébrique la plus générale, réelle ou imaginaire, il dit que le problème peut paraître assez difficile à première vue dans une telle généralité; mais il peut le ramener au cas plus simple où la fonction est rationnelle.

Dans sa correspondance avec Legendre, Jacobi dit du mémoire „Solution" qu'il est au-dessus de son éloge, comme il est au-dessus de ses propres travaux, et ailleurs, il fait précisément ressortir cette généralisation comme, à son avis, le service le plus essentiel rendu par Abel dans la théorie de la transformation.

Abel revint encore une fois sur ce sujet, dans les „Astronomische Nachrichten", dans le supplément: „Addition au mémoire précédent." Il fut commencé dans l'été, et porte la date du 25 septembre. Il y résout un problème analogue, extrêmement général, et termine: „Il y a encore beaucoup choses à dire sur la transformation des fonctions elliptiques. On trouvera des développemens ultérieurs sur cette matière, ainsi que sur la théorie des fonctions élliptiques en

* Déjà dans le premier envoi des „Recherches" Abel tient tout prêt l'appareil qui lui permet dans le second (12 février) de fonder sa théorie de la transformation sons sa première forme. Cette partie des „Recherches" est imprimée dans le journal le 26 mai, la veille du jour où il date la „Solution." Les travaux se succèdent sans interruption.

général, dans un mémoire qui va paraître dans le journal de M. Crelle." Mais il en fut de ceci comme de plusieurs des vastes projets qui le hantaient à cette époque. La mort arrêta brusquement bien des choses presque achevées, bien d'autres qui venaient de jaillir, et beaucoup de belles idées n'allèrent pas au delà d'une rapide ébauche dans ses cahiers. Et cependant il acheva en moins d'une année qu'il lui restait à vivre, de grands et surprenants travaux.

La lutte proprement dite des deux rivaux sur des principes essentiels, c'est-à-dire la théorie de la transformation, continue encore un moment dans des articles moins étendus, et il arrive plus d'une fois, d'après Kœnigsberger, que tous deux sans le savoir traitent en même temps le même sujet et énoncent les mêmes propositions. D'ailleurs leur attention est maintenant, attirée de plus en plus vers d'autres questions connexes, qui ne donnent pas lieu à rencontres, et où leur rivalité est plutôt un combat engagé côte à côte pour la même grande œuvre. Tous deux avaient, nous nous le rappelons, entrepris chacun de son côté de publier un ouvrage d'ensemble sur la théorie toute entière. Mais les projets d'Abel dépassent les limites des fonctions elliptiques — nous savons avec quel résultat — et Jacobi fut, selon l'expression de Bjerknes, l'homme qui, plus que personne, devait montrer au monde ce que c'était qu'Abel. Il avait déjà en réalité d'assez bonne heure assumé en partie ce rôle dans leur lutte de vitesse, vis-à-vis du vieux Legendre. Aux yeux de celui-ci, l'inversion abélienne paraissait au commencement un détour inutile, et les nouvelles fonctions elliptiques ne pouvaient captiver son attention. Aussi fut-il un peu déçu, lorsque dans la démonstration de Jacobi, la même qui émut tellement Abel, il trouva que Jacobi avait eu recours à l'inversion. C'était pour lui comme si la démonstration n'était pas valable, tant qu'elle n'était pas obtenue uniquement par les ressources de sa propre théorie, et il ne s'y rendit pas avant d'y avoir réussi. Alors ce mathématicien de près de quatre-vingts ans fit de la théorie de la transformation, ainsi dégagée des idées abéliennes, un nouveau volume, vrai couronnement de son travail.

Mais Legendre ne tarda pas à son tour à s'apercevoir de l'importance d'Abel, et il le suivit avec une admiration croissante. C'est lui qui le premier a vu cette production simultanée d'Abel et de Jacobi sous l'aspect d'une rivalité — il les appelle les deux jeunes athlètes — et bientôt il se trouva aussi en correspondance avec Abel. Comme Jacobi parlait constamment de celui-ci, Legendre fut amené

à en dire quelques mots élogieux dans une lettre à Crelle. Et Crelle qui, vers la fin du printemps, croit voir approcher le moment où il pourra réussir à faire appeler Abel à Berlin, comme on le verra plus loin, et à qui rien ne pouvait faire plus de plaisir que de tenir Abel au courant de l'admiration qui de plus en plus commençait à se répandre (lettres XXXI et XXXVII), cite Legendre dans la seconde de ces lettres. Abel fut ainsi encouragé à écrire à celui-ci; la lettre (du 3 octobre) est perdue. Les autres sont insérées (lettres XL, XLII et XLIII). A nos yeux, cela parait d'une modestie excessive, qu'Abel ne mentionne pas son mémoire présenté à l'académie de Paris. Legendre, de son côté, l'avait complétement oublié; il était toujours, non lu, parmi les papiers de Cauchy.

Dans le mémoire „Remarques sur quelques propriétés générales d'une certaine sorte de fonctions transcendantes", qui fut imprimé dans le journal de Crelle vers la fin de 1828, Abel avait fait allusion à son grand théorème d'addition, et ajonté dans une note au bas de la page: „J'ai présenté un mémoire sur ces fonctions à l'académie royale des sciences de Paris vers la fin de l'année 1826", et sans rappeler à Legendre le mémoire lui-même, il lui indique la phrase dans sa lettre (lettre XLII), ce que Legendre se hâte de raconter à Jacobi. Mais cette fois c'est Legendre qui doit baisser la tête; car Jacobi est tout de suite au fait. Il a remarqué la note dans les „Remarques", et il est doublement stupéfait devant la grandeur imposante de la proposition, et de ce qu'elle a passé inaperçue à l'académie. „Quelle découverte Abel a faite dans cette généralisation de l'intégrale d'Euler! A-t-on jamais vu rien de pareil! Mais comment a-t-il pu se faire que cette découverte, peut-être la plus capitale qui ait été faite au siècle où nous vivons, après avoir été présentée à votre académie il y a deux ans, ait échappé à votre attention et à celle de vos collègues?" La lettre dans laquelle Legendre répond à cela, et d'où il résulte qu'il s'est mis en mouvement pour sauver le manuscrit d'Abel, a été écrite deux jours après la mort d'Abel. Il ne semble pas que cette démarche de Legendre auprès de Cauchy ait donné de résultat. La révolution de juillet éclata l'année suivante; Cauchy, qui ne pouvait se réconcilier avec le nouvel état de choses, se retira dans un exil volontaire, et le manuscrit, dans ces conditions, a certainement été de nouveau en danger d'être oublié ou de disparaître. Cependant on avait commencé en Norvège à penser à une édition complète des œuvres d'Abel, et on avait fait procéder par l'intermédiaire du ministre norvégien et suédois à Paris, le

comte Löwenhjelm, à des recherches pour retrouver le mémoire et les manuscrits peut-être déposés chez Gergonne. Ainsi le mémoire de Paris vit enfin le jour. Il se trouvait en effet parmi les papiers de Cauchy. De Gergonne on n'eut aucune réponse (lettre LI). Mais en 1839, lorsque parut l'édition des „Œuvres complètes", par Holmboe, on n'avait pas réussi à faire faire une copie du mémoire pour l'y insérer, ce dont Holmboe exprime son regret dans la préface du vol. II. Ceci contribua du moins à le faire imprimer dans les „Mémoires des savants étrangers", sous la direction de Libri, en 1841. Le manuscrit cependant, comme poursuivi par une fatalité mystérieuse, disparut avant que fussent lues les dernières épreuves, en sorte que l'édition fut gâtée par des fautes d'impression, que Sylow et Lie ont du moins corrigées dans la seconde édition des „Œuvres complètes". Le manuscrit n'a pas reparu depuis.

Pendant la dernière année de sa vie, Abel mène une double existence bien curieuse. Vis-à-vis des pays étrangers, il est le grand mathématicien dont la renommée croissante devient déjà éblouissante, et en même temps sa vie dans son pays est remplie par une série d'espérances passagères et de déceptions amères, qui se succèdent à intervalles encore plus rapprochés que précédemment. En même temps un grand réconfort lui vint, qui lui donna repos et distraction, en lui offrant une amicale hospitalité pendant les vacances à Froland.

De cette existence double, nous avons décrit dans les pages précédentes sa grande époque de lutte. Nous nous attarderons maintenant à la dernière période, si douloureuse, de sa vie dans le pays.

Nous avons vu précédemment que le „jeune athlète", selon l'expression de Legendre, qui s'affirmait au dehors avec une telle supériorité, avait montré chez nous qu'il était loin d'avoir conservé sa sérénité. Et les dernières lettres que nous avons de lui confirment cela de bien des manières. Le ton de ces lettres est à l'unisson des accès d'humeur morne, que nous connaissons depuis le dernier séjour à Berlin, mais chargé, peut-être, de couleurs encore plus sombres, avec une nuance d'impatience et presque d'amertume, qui parfois se manifeste en éclats violents. Ce n'est pas sans raisons que son esprit se tourmente. L'ardeur sans repos, qu'il met encore à accumuler mémoire sur mémoire, tant que son état de plus en plus maladif ne produit pas un empêchement passager, et les informations constamment contradictoires

par lesquelles Crelle le maintient dans un état de tension nerveuse, rendent son état d'âme parfaitement compréhensible. Et au moment même où il aurait dû jouir de courtes heures de repos au milieu des amis compatissants, sympathiques, de Froland, il fut plus d'une fois chassé du repos et de l'idylle par de nouvelles informations désagréables.

L'usine de Froland, où il trouva tant de consolation et de calme, et finalement une tombe, faisait partie d'un ensemble d'usines métallurgiques alors prospères, non loin de la côte, dans un endroit où les montagnes contiennent des minerais de fer superbes, et les courtes vallées escarpées offrent abondamment la force de leur nombreuses cascades. Ces usines avaient une importance matérielle non seulement pour les districts où elles se trouvaient, mais aussi pour notre pays en général; et en outre elles étaient importantes comme des pépinières de culture intellectuelle parmi des familles de situation indépendante, très instruites, qui à cet égard étaient souvent d'un niveau supérieur à la fois aux classes riches des villes, dont les fortunes aisément acquises ne s'alliaient pas toujours à une distinction héréditaire, et à la plupart des familles de fonctionnaires, qui malheureusement manquaient trop souvent d'indépendance pécuniaire. Le plus renommé de ces propriétaires d'usines était Jacob Aall, à Næs, l'une des plus nobles figures du pays. Le bienfaiteur d'Abel, Sivert Smith, à Froland, était moins éminent.

L'usine à fer de Froland remontait à 1763 et en 1780 le juge cantonal Hans Smith s'en était chargé, l'avait fait fonctionner admirablement, et avait acheté cette propriété considérable. Après sa mort, elle fut dirigée par sa veuve († 1820), et ensuite par le fils, Sivert Nicolai (né en 1779, † 185*). Celui-ci avait été étudiant, et avait obtenu le grade de *examinatus juris* (bachelier en droit). Sa femme, Birgitte Johanne Christiane, née Roosen, était d'une famille d'Arendal, et sa cousine germaine. La vie était animée dans cette famille hospitalière; les Smith avaient 11 enfants, dont l'ainée, celle appelée Marie dans la lettre XXXV, avait 22 ans lorsque Abel fut reçu dans famille. Abel se trouvait bien dans ce milieu. Une description aimable, qui provient de l'une des personnes présentes alors, est donnée par Bjerknes; elle montre combien Abel et ses amis s'y plaisaient, et fournit les traits rapides que je mentionne dans ce qui suit.

Nous ne savons pas avec certitude quand Abel y passa pour la première fois les vacances. La connaissance avec la famille Smith et l'entrée de sa fiancée dans

cette maison datent d'une visite que son oncle, le capitaine-commandant Tuxen, avait faite chez un frère, le pharmacien Tuxen, à Tvede près de Tvedestrand. Ce dernier se trouvait à Froland, où le capitaine-commandant alla le rejoindre, et là fut réglée la nouvelle situation de Mlle Kemp. Au moment où Abel allait débuter dans son poste à l'école militaire supérieure, le 12 janvier 1828, il était absent de la ville; il n'était probablement pas revenu de son voyage de vacances, qui avait peut-être été sa première visite chez ses nouveaux amis.

Avant les vacances d'été étaient arrivées de remarquables nouvelles. Crelle croit — vraisemblablement dans le cours du mois de juin, nous n'avons pas sa lettre — que tous les empêchements sont écartés pour la nomination d'Abel à Berlin. Et Abel adresse, le 21 juin, si nous comprenons bien, sa lettre pleine de confiance (doc. LXX) au conseil. Elle est sous forme de question: peut-il espérer une nomination définitive à l'université de Kristiania, au moment où s'ouvre devant lui la perspective d'une nomination à l'université de Berlin? On voit clairement que la répugnance à s'expatrier est encore vive en lui; mais il trouve trop instable sa position, telle qu'elle est à ce moment. Il suppose que sa situation actuelle de docent ne peut pas l'empêcher d'accepter l'offre qui lui est faite; il exprime le voeu de pouvoir un jour revenir, et termine par ces mots pressants: Comme j'ai été invité de la manière la plus pressante à donner ma réponse au premier jour, j'oserai peut-être prier le haut conseil de traiter cette affaire le plus vite possible. Ceci est pour moi de la plus haute importance. Le conseil accueillit le même jour sa demande, en transmettant la lettre, par l'intermédiaire du prochancelier d'alors, le comte Wedel-Jarlsberg, au ministère de l'instruction publique, et demandant (doc. LXXI) si Abel pouvait espérer une situation couvenable dans le pays. La lettre du conseil, de même que l'apostille du prochancelier (doc LXXII), témoignent de la plus vive bienveillance pour Abel. Mais au cours de la semaine suivante la brillante perspective s'est fermée, et à la suite des lettres précédentes vient la lamentable et concise lettre de trois lignes au ministère de l'instruction publique (doc. LXXIII), où Abel demande qu'on lui rende le service de classer l'affaire.

Cette histoire, qui avait débuté d'une manière si alléchante, et s'achevait de façon si décourageante, causa beaucoup d'ennuis à Abel, en dehors même de l'amère déception. Il est évident que, de deux lettres de Crelle qui se sont suivies

immédiatement, la première a exigé une réponse rapide à la question: voulez vous venir? ce qui a conduit Abel à un acte irréfléchi, sa question posée au conseil, et l'autre a été envoyée en hâte ensuite, afin de prévenir quelque démarche prématurée, ou du moins pour atténuer l'impression de la première. Mais Abel avait déjà mis en mouvement un grand organisme officiel sans réclamer la discrétion, et les conséquences se firent bientôt sentir. Dans „Nyeste Skilderie af Christiania og Stockholm“ parut un article qui répandit la nouvelle de la prochaine nomination d'Abel à Berlin, exactement conforme à la communication du conseil au ministère. Il émanait visiblement de quelqu'un de bien informé. Le malheur était seulement qu'il mentionnait le premier et unique stade de l'affaire, au moment où Abel lui-même était obligé de la laisser en suspens. L'article comprend de courtes indications sur „notre jeune savant, Abel, professeur (lærer) de mathématiques à l'Université“, qui à Berlin „s'est conquis une telle estime, qu'il a reçu ces jours-ci, de ce centre scientifique, l'offre d'une situation qui fait le plus grand honneur à lui et à sa patrie“. Après un regret de ne pouvoir lui offrir ici aucune position plus digne que celle qu'il occupe actuellement, l'auteur est heureux du moins qu'Abel soit ainsi porté à accepter cette offre honorable, et veut espérer „qu'un jour, avec un nom illustre, il se hâtera de revenir dans sa patrie aimée“. Tous les points essentiels des documents y figurent. C'est évidemment l'un de ceux entre les mains de qui les papiers ont passé, qui n'a par su résister au plaisir de répandre la nouvelle. Bonne intention, mais peu avantageuse pour Abel.

La raison du subit changement de Berlin lui fut donnée dans une nouvelle lettre de Crelle du 11 juillet, qu'il reçut à Froland pendant les vacances d'été. Il s'épanche auprès de Madame Hansteen (lettre XXXIII). Un autre était arrivé, comme tombé du ciel, qui avait fait valoir ses droits, et qu'il fallait pourvoir avant de s'occuper d'Abel. Crelle, cependant, d'après ce qu'Abel peut communiquer dans la lettre suivante à Holmboe, lui a donné encore un peu d'espoir; mais on ne peut rien dire de définitif avant octobre. Ce qu'Abel a surtout sur le cœur, c'est que Crelle lui a donné ce qu'il appelle „un savon“ pour son indiscrétion. Crelle a eu vent, évidemment, de l'adresse prématurée au conseil et au ministère. Abel n'a pas raconté la chose lui-même; mais la nouvelle de l'annonce qui avait déjà paru dans la presse pouvait aisément être parvenue en Allemagne, ce qui d'ailleurs n'a causé ancun ennui à Crelle. Abel se sentait donc poursuivi par cette histoire

de différents côtés, et il en est très malheureux; „car j'ai été ridiculisé ici, et je peux l'être à l'étranger. Il n'ose pas non plus se mêler de démentir l'affaire dans les journaux, ce qui ne ferait que prolonger une vilaine affaire".

Il s'agit pour lui de se défendre par d'autres moyens, et il prie Mme Hansteen de dire qu'elle ne sait rien, sinon qu'Abel n'a pas reçu d'offre. Il résulte aussi de la lettre qu'il est inquiet des espérances illusoires que sa famille avait pu concevoir en entendant parler de cette perspective éphémère. Et cela le peine surtout à cause de sa fiancée, „elle est trop bonne." La lettre est une des plus tristes qu'il ait écrites, et la fin me parait manifester une âme tourmentée, qui le rend ombrageux et méfiant vis-à-vis de tous. Huit jours plus tard, dans la lettre suivante à Holmboe, il est encore sous la même impression; et il peut donner libre cours à son humeur en des expressions bien plus fortes avec son ami qu'avec Madame Hansteen. Il impose également à Holmboe la discrétion la plus absolue. Mais, comme si souvent déjà, l'idée de ses travaux mathématiques peut soudain dissiper les nuages, et une humeur plus gaie éclaire les quelques lignes où il annonce la nouvelle venue de Schumacher, que le mémoire „Solution" a paru: „Mon exécution de Jacobi est imprimée".

Et nous apprenons qu'en ce moment même, à Froland, il rédige le mémoire „Addition".

Il est facile de comprendre que dans la situation pénible où se trouvait Abel, et qu'il n'a guère pu confier à ses aimables hôtes, il a éprouvé le besoin de s'épancher, comme nous le voyons dans ces deux lettres. Il y avait encore un point douloureux, dont il ne pouvait pas davantage parler à ses hôtes. Il était sans argent, et il avait en outre des engagements à propos de son frère Thomas (lettre XXXV), tout cela était trop. — Ces lettres nous apprennent une chose avec certitude, c'est que si Abel a été en disgrâce près de Madame Hansteen, les relations tout-à-fait cordiales sont depuis longtemps rétablies.

Il eût été fort intéressant de pouvoir préciser de façon certaine quel peut avoir été le mathématicien qui, dans le courant du mois de juin, avait tout-à-coup détruit les espérances d'Abel à Berlin. Ce n'a pu être un homme très éminent, et Abel était fixé là-dessus. Il était arrivé „vom Himmel her gefallen" (lettre XXXIV), avait fait ses „Ansprüche geltend" (lettre XXXIII) — comme on voit, ce sont des citations de la lettre de Crelle — et il fallait le „pourvoir", avant que l'on pût

s'occuper d'Abel. Comme Abel ajoute qu'il ne connait personne „de ce calibre-là", il est clair qu'il sait, pour sa part, que ce n'est ni Jacobi ni Gauss, dont il est question. Et il a, bien entendu, absolument raison, bien que nous sachions maintenant que Gauss était en effet sur le point de prendre une position éminente à Berlin. Ce n'est pas lui, en tout cas, qui serait venu à la traverse d'Abel. Cela serait contredit tant par les expressions dont Crelle se sert, que par l'intérêt toujours croissant que Gauss éprouvait pour Abel, notamment après les „Recherches", et au cours de toute la rivalité avec Jacobi. Ce fut donc un autre, et de moindre valeur, nous ne savons qui.

Dans la correspondance entre Gauss et Schumacher, justement à l'époque (lettre du 7 septembre de la même année) où la nomination éventuelle de Gauss à Berlin est projetée, nous trouvons des renseignements très intéressants sur la vie universitaire dans cette ville, qui, malgré tout ce que nous pourrions retrancher à l'âpreté des expressions et de toute la critique, donne en somme un tableau certainement assez exact du milieu où s'agite la décision définitive au sujet de la nomination d'Abel. Quand on se rappelle la franchise confiante qui régnait entre Gauss et Schumacher, la lettre est une preuve absolue qu'il ne s'agissait pas dans cette circonstance d'un choix entre Abel et Gauss; car le nom d'Abel serait alors cité dans cette curieuse lettre. Elle a été écrite aussitôt après le retour de Schumacher, revenant d'un assez long voyage d'été dans différents observatoires d'Allemagne, à propos de la triangulation pour l'établissement de la carte, et pendant lequel il s'était arrêté un bon moment à Berlin. Il écrit: „Il m'a paru qu'en général on ne désire pas votre nomination à Berlin. J'excepte, naturellement, M. de Humboldt, et les rares qui sont véritablement remarquables, de cette conclusion, qui ne vaut que pour la masse des savants. Chacun de ces messieurs* a son cercle de relations particulier, où il est considéré comme un oracle, et personne ne se soucie de porter atteinte à sa propre considération en faisant place à un génie puissant et reconnu comme tel. Si vous n'étiez pas l'homme que vous êtes, mais une capacité moyenne avec quelque réputation, ces messieurs vous recevraient à bras ouverts, chacun

* Il n'est pas nécessaire que ce soient précisément des mathématiciens. Même en dehors de leur domaine ils redoutent les hommes d'un niveau désagréablement (schroff) supérieur. (Note de Schumacher).

pouvant alors espérer montrer sa propre supériorité sur un homme célèbre, et ainsi établir encore plus solidement son autorité dans les salons. Il m'a paru également que l'on craignait un peu que vous fassiez sentir aux faibles votre supériorité avec peu de ménagements; vous pouvez voir combien peu on vous connait."

A l'automne de 1828, nous trouvons Abel, malgré une nouvelle période de maladie assez tenace pendant tout le mois de septembre (lettre XXXVIII), travaillant avec ardeur à la rédaction d'un grand ouvrage d'ensemble dont il augure très bien dans la lettre à Legendre. A vrai dire ce travail aurait dû paraitre sous forme de livre; mais, faute d'éditeur, il envoie encore au journal de Crelle ce qu'il en a fait, le fragment célèbre „Précis d'une théorie des fonctions elliptiques", à la fin duquel Crelle est malheureusement obligé d'ajouter: „Voilà ce qui est parvenu de ce mémoire à l'éditeur. M. Abel est mort (le 6 avril 1829) sans l'avoir terminé." Les grands principes dont Abel se propose de faire usage ici pour les fonctions elliptiques d'abord, et ensuite pour les fonctions supérieures,* il n'est parvenu à les appliquer dans cette partie de son travail qu'aux intégrales elliptiques. Mais dans l'ébauche d'un plan de l'ouvrage tout entier, et surtout de sa suite immédiate, que renferme en outre ce fragment, il a rendu compte de différentes manières de ses points de vue et des voies qu'il compte suivre; on ne peut donc pas dire que la suite ait été tout-à-fait perdue, bien que le détail de l'exposé fasse défaut.

Puisque nous sommes en présence de l'un des tout derniers parmi ses immortels travaux, nous voulons essayer, autant que cela est possible sans entrer dans des détails mathématiques, de caractériser brièvement les particularités qui marquent la marche de la pensée mathématique dans ses œuvres. Nous trouvons des indications à cet égard dans beaucoup de passages, çà et là, dans ses mémoires, mais tout spécialement dans un développement d'un extrême intérêt, dans un autre fragment magistral, inachevé, „Sur la résolution algébrique des équations", le même qui a été cité à propos de sa situation à l'égard de Ruffini (p. 27).

Après avoir rappelé que les équations des quatre premiers degrés sont résolubles

---

* Conformément à ce qui a été exposé à cet égard, je considère, avec Koenigsberger, le „Précis" comme le commencement de la „Théorie des fonctions transcendantes etc." en projet dans la lettre de Berlin à Holmboe (4 mars 1827, lettre XXVI). (v. p. 71).

d'une même manière (c'est à dire an moyen de radicaux), que les mathématiciens les plus éminents, comme Lagrange, avaient cru, mais en vain, pouvoir appliquer aussi aux équations du cinquième degré, il continue avec une clarté et une simplicité incomparables: „Cela fit présumer que la résolution des équations générales était impossible algébriquement; mais c'est ce qu'on ne pouvait pas décider, attendu que la méthode adoptée n'aurait pu conduire à des conclusions certaines que dans le cas où les équations étaient résolubles. En effet, on se proposait de résoudre les équations, sans savoir si cela était possible. Dans ce cas, on pouvait bien tomber sur la résolution, quoique cela ne fût nullement certain; mais si par malheur la résolution était impossible, on aurait pu la chercher une éternité sans la trouver. Pour parvenir infailliblement à quelque chose dans cette matière, il faut donc prendre une autre route. On doit donner au problème une forme telle qu'il soit toujours possible de le résoudre, ce qu'on peut toujours faire d'un problème quelconque. Au lieu de demander une relation dont on ne sait pas si elle existe ou non, il faut demander si une telle relation est en effet possible. Par exemple dans le calcul intégral, au lieu de chercher, à l'aide d'une espèce de tâtonnement et de divination, à intégrer les formules différentielles, il faut plutôt chercher s'il est possible de les intégrer de telle ou telle manière.

En présentant un problème de cette manière, l'énoncé même contient le germe de la solution, et montre la route qu'il faut prendre; et je crois qu'il y aura peu de cas où l'on ne parvient à des propositions plus ou moins importantes, dans le cas même où l'on ne saurait répondre complètement à la question à cause de la complication des calculs. Ce qui a fait que cette méthode, qui est sans contredit la seule scientifique, parcequ'elle est la seule dont on sait d'avance qu'elle peut conduire au but proposé, a été peu usitée dans les mathématiques, c'est l'extrême complication* à laquelle elle parait être assujettie dans la plupart des problèmes, surtout lorsqu'ils ont une certaine généralité; mais dans beaucoup de cas cette complication n'est qu'apparente et s'évanouira dès le premier abord. J'ai traité plusieurs branches de l'analyse de cette manière, et quoique je me sois souvent proposé des problèmes qui ont surpassé mes forces, je suis néanmoins parvenu à un grand nombre de résultats généraux qui jettent un grand jour sur la nature des quantités

* Souligné ici.

dont la connaissance forme l'objet des mathématiques. C'est surtout dans le calcul intégral que cette méthode est facile à appliquer." ABEL avait à peine 26 ans quand il écrivait cela.

Rien ne peut mieux rendre compte de la géniale supériorité d'ABEL que la clarté pleinement consciente avec laquelle il expose ces considérations générales. Et tout les confirme dans ses œuvres. Parmi les autres particularités dans sa manière de poser et de traiter ses développemeots, j'en signalerai une qui m'a frappé. Ses deux domaines principaux étaient la théorie des équations et la théorie des fonctions, et ses progrès dans l'une de ces deux branches différentes l'ont constamment conduit à de nouveaux progrès dans l'autre, et inversement; il y a aussi une remarquable ressemblance entre les manières dont il s'est posé et a résolu les principaux problèmes dans chacune. Un trait qui revient souvent est qu'il résout les difficultés, lorsqu'il est en face d'un cas particulier, en se posant un problème beaucoup plus élevé, comprenant le précédent. De la position ainsi franchie sa pensée s'avance, par les progrès les plus subtils, jusqu'au principe de classification le plus naturel, grâce auquel il ramène tous les phénomènes essentiels au plns petit nombre possible de types fondamentaux qu'il n'est plus possible de transformer les uns dans les autres. Puis il pénètre et expose leurs propriétés avec une vigueur incomparable, et montre comment ils se comportent dans les formes diverses du système plus complexe. Il est impossible de dire ce qui est ici le plus admirable, la puissance merveilleuse avec laquelle il se soumet la matière la plus indocile (voyez, par exemple, ce qu'il a dit plus haut des complications qu'il fait disparaître), la sûreté spontanée avec laquelle il discerne les caractères essentiels, ou la rigueur logique par laquelle il sait tout réduire aux types les plus simples possibles. A chaque proposition, il sait immédiatement de quel côté elle pourra être généralisée avec le plus grand avantage, et chaque principe plus général ainsi acquis est aussitôt pour lui un nouvel instrument pour aller plus loin. Sa richesse d'idées, l'étendue de son regard, la rigueur du progrès logique de sa pensée, la perfection de son exposé, tout est merveilleux. Ce fut grâce à ces qualités de son esprit, et aussi au travail infatigable qui eu si vite raison de son corps peu vigoureux, qu'ABEL put élever, depuis l'âge de 22 ans jusqu'à moins de 27, des constructions si solides, des théories éternelles.

Vers le milieu de septembre, Madame Hansteen quitta Kristiania pour se rendre dans sa famille à Copenhague, et la maison Hansteen fut vide et déserte. Abel avait perdu sa seconde mère, son amie la plus intime à tant d'égards. La simplicité avec laquelle il pouvait accepter d'elle des services, plus que de personne autre, nous la voyons dans des témoignages d'une insignifiance éloquente, jusqu'à ces petits billets non datés (lettres XXXII et XXXVI), qui ont été pieusement conservés, et qui en réalité racontent encore quelquechose de ses préoccupations pour son frère, quelquechose de ses embarras d'argent, quelquechose sur ses dettes, dont il réussit tout de même à payer une partie, ce qu'il lui a déjà librement confié. A sa maniére douce, il exprime dans sa lettre du 22 septembre (lettre XXXVIII), aussitôt qu'il a quitté son lit de malade, le regret que lui cause le départ de Madame Hansteen: „Comme c'est étrange, je ne peux pas me mettre dans la tête que vous êtes partie, et je suis souvent sur le point d'aller chez vous. Je suis pourtant presque absolument seul".

Et dans la jolie lettre d'on ne sait quel jour de novembre (lettre XLI), la dernière adressée à elle, que nous ayons de sa main, toutes ses pensées amicales, enfantines, viennent comme s'accumuler. C'est comme s'il était assis, encore une fois, sur la tabouret à ses pieds, il raconte toutes ses histoires, grandes et petites, et son accès d'orgueil devant la célébrité qui commence à l'assaillir a quelque chose du même caractère qu'autrefois, lorsqu'il avait entendu Degen faire son éloge. En même temps, il essaie de la consoler le mieux qu'il peut de son éloignement de sa maison. Il ne la revit plus jamais.

Le 21 septembre, Abel avait reçu de Crelle une nouvelle lettre, cette fois plus gaie et plus pleine d'espoir. De meilleures chances apparaissaient à nouveau, et la lettre contenait en outre des encouragements sur d'autres points. De cette lettre, qui était datée du 10 septembre, nous n'avons plus que des fragments (lettre XXXVII) qui sont reproduits d'après l'article nécrologique de Holmboe. Ces fragments disent combien son mérite est reconnu des côtés les plus différents, ce que Crelle s'est fait un plaisir de lui communiquer; mais par la lettre suivante à Madame Hansteen nous savons qu'elle contenait en outre l'offre renouvelée de lui payer ce qu'il enverrait dorénavant, à raison d'un ducat par feuille d'impression, et Abel ne crut plus devoir refuser. Si modeste et prudent que se soit certainement montré Abel dans ses lettres à Crelle, il est impossible que celui-ci n'ait pas senti la disproportion

qui existait entre les mérites d'Abel dans sa science, et la seule manière dont on avait cru pouvoir l'employer, ainsi que le traitement qu'on pouvait lui offrir à Kristiania. Et de quelque source que cela puisse être venu, il est certain que cette disproportion avait commencé à exciter un étonnement et une sollicitude bien justifiés pour ceux qui n'étaient pas au courant, même en dehors du milieu de Crelle. Dans la correspondance entre Legendre et Jacobi, ce point n'est touché nulle part, mais il n'est pas impossible que Crelle, en parlant d'Abel à Legendre, ne lui ait pas caché la situation. En tout cas Legendre, Poisson et Lacroix ont fait peu de temps après une démarche tout-à-fait exceptionnelle, en s'adressant au roi Charles-Jean (Bernadotte), pour qu'on assurât à Abel une situation convenable à l'académie suédoise des sciences à Stockholm. Abel était d'ailleurs absolument ignorant de ce fait, et le 6 décembre, il adresse de son côté une pétition au roi (doc. XLII) en vue d'une amélioration de sa situation financière d'une toute autre et plus modeste sorte. Il désirait simplement obtenir le traitement ordinaire de docent, 600 spd. au lieu de 400, qu'il avait reçus jusqu'alors. La pétition passa par la filière habituelle, sans opposition aucune, cette fois. L'Université est extrêmement satisfaite de la manière dont il compose et expose son cours, et lui donne la meilleure recommandation. Le 9 février, le décret royal fut signé, accordant la demande. Mais maintenant tous les tardifs rayons de soleil tombent sur son lit de mort ou sur sa tombe.

Il devait passer la Noël à Froland; mais le voyage même lui donne le dernier coup. L'hiver était rigoureux, et le costume de voyage d'Abel n'était pas des meilleurs. En arrivant il n'était pas précisément malade, mais il ne se sentait pas bien non plus, et la vie de joyeuse sociabilité à l'usine, où il s'était montré l'un des plus ardents, souvent l'âme de ce milieu, toujours gai parmi les gais, et enfant avec les plus jeunes, fut brusquement interrompue au bout de quelques jours, lorsqu'Abel dut tout-à-coup s'aliter par suite d'un crachement de sang. C'était une grave inflammation des poumons.

Toute la famille s'était attachée à lui avec un grand dévouement. A Froland toutes ses qualités aimables s'étaient épanouies dans ce milieu de bonté chaleureuse; sa gaieté tantôt tranquille, tantôt exubérante, avait parfois gagné toute la maison, et jamais on ne s'était fâché des nombreuses farces quil s'était permises, sûr qu'il était de la position qu'il avait acquise dans ce charmant milieu dans une famille distinguée. Sa bonté de cœur et son caractère enfantin lui avaient depuis longtemps

conquis tout le monde. Bien souvent il avait transporté son papier, sa plume et ses profondes spéculations mathématiques dans le cercle même de la famille, où les dames étaient occupées de de leurs travaux à la main, et causaient. Il s'installait là, „et il travaillait et écrivait pour diminuer les frais de poste sur le papier le plus mince et avec l'écriture la plus fine. Lorsqu'il se levait de son travail, raconte Bjerknes, il n'avait pas de plus grand plaisir que de dérober un mouchoir dans une poche ou de fouiller dans une boîte à ouvrage". Alors tout fut changé. Mais il les réunit encore tous autour de lui. Son lit de malade fut le centre de la famille, toutes les pensées s'y concentrèrent.

Il est inutile de dire qu'il fut soigné de la manière la plus affectueuse et la plus attentive, et qu'ainsi sur son lit de malade il jouit peut-être pour le première fois, non des joies de la société et de la vie raffinée, mais de tout l'épanchement d'intime bonté que des mains douces et des cœurs affectueux, dans une maison luxueuse, peuvent verser comme baume et adoucissement sur une jeune espérance de vie, brusquement brisée. Et il a certainement éprouvé à cette époque une joie encore plus profonde, en apprenant à connaître à fond le cœur de sa fiancée.

Il sembla un moment qu'il se remettrait. Mais dès le commencement de janvier survint une rechûte, qui l'amena, comme par un pressentiment de ce qui allait suivre, à chercher à sauver le joyau de sa vie et de son œuvre, le grand théorème d'addition contenu dans le mémoire de Paris. Comme pour sauver du feu ce brandon fumant, il le récrivit le 6 janvier, et l'envoya à Crelle. C'est la dernière chose que nous ayons de sa main, littéralement son testament scientifique. Comme nous savons qu'il resta trois mois sur son lit de mort, nous devons croire que c'est le jour même où il eut sa rechûte, qu'il allégea son cœur de ce gros souci.

Bientôt le caractère de la maladie fut évident pour tous, sauf pour Abel lui-même. C'était la phtisie, et de celles qui ne donnent pas de long sursis.

Il y a une étrange douceur dans cette terrible maladie, en ce que le malade continue à espérer de vivre; il croit, chaque fois qu'un accès est passé et qu'il peut avoir repos et soulagement, qu'il retourne vers la lumière et la santé, et qu'il pourra encore vivre et accomplir beaucoup de choses. A chaque intervalle nouveau, c'était comme si toutes les lumineuses puissances de la vie s'étaient unies pour sa joie en faisant cet espoir d'avenir aussi resplendissant et beau que possible. A tout ce que son entourage ami lui offrait de bon, s'ajoutèrent une série de nouvelles du

dehors, pleines de promesses. Dans le pays, le montant de son traitement était élevé, et il reçut, tant de Berlin directement, que de Paris par un détour, des nouvelles qui firent battre son cœur et colorèrent ses joues une dernière fois. Dans une lettre que nous ne possédons plus, mais dont Bjerknes rend compte, Crelle a de nouveau le meilleur espoir. La nomination à Berlin peut être considérée comme une chose faite. Et cela lui est plus tard confirmé par Legendre (lettre XLIII) dans le post-scriptum: „J'ai reçu il y a quelque temps une lettre de M. Humboldt, dans laquelle il m'informe que le ministre de l'instruction publique à Berlin est autorisé par le roi à fonder un séminaire pour l'étude des hautes mathématiques et de la physique, dans lequel vous serez appelé comme professeur avec M. Jacobi".

La joie que tout cela lui causait fut encore augmentée à l'idée que sa fiancée en profiterait aussi, et elle ne voulut pas l'arracher à ses heureux rêves d'avenir, mais examina, tout en plaisantant, avec lui, comment ils s'arrangeraient. „Tu ne t'appelleras plus madame, ni ma femme, lui arrivait-il de dire par plaisanterie, d'après le récit de Bjerknes, on dira Hr. Professor mit seiner Gemahlin". Et parmi ces jeux certainement mêlés de larmes, il glissa peu à peu, sans s'en douter, jusqu'à la mort. Il sut enfin à son tour que tout espoir était perdu, et sa pensée fut alors surtout préoccupée de faire quelquechose pour elle. Son dernier vœu, nous croyons qu'il fut transmis par la famille Smith, fut de charger son vieil ami Keilhau de prendre soin de sa fiancée. Il la savait ainsi entre des mains fidèles et pieuses, bien que Keilhau ne connût pas alors personnellement Mlle Kemp. „Elle n'est pas belle, dit Abel dans son adieu à Keilhau, elle a les cheveux roux et des taches de rousseur, mais c'est une femme admirable".* L'agonie fut pénible. Crelly ne le quitta point, et comme les autres voulaient partager sa tâche et l'aider à le soigner, elle refusa d'accepter leur aide „pour posséder seule ces instants." Le 6 avril à 4 heures de l'après midi, tout fut fini. Il avait alors 26 ans et 8 mois.

Deux jours après la mort, Crelle écrit encore une dernière lettre à Abel (lettre XLIV). Elle est rayonnante: „Je peux maintenant, mon cher, très-cher ami, vous donner une bonne nouvelle. Le ministre de l'instruction publique a décidé de vous appeler à Berlin, et de vous y nommer . . ." C'est avec peine que l'on lit l'expression de sa joie, sa prière à Abel de n'annoncer encore la nouvelle à personne, et

* Finne Grønn: „La famille d'Abel, le grand mathématicien", p. 71.

sa demande de répondre immédiatement, quand ce ne serait que quelques mots. „Soyez heureux et rassurez-vous tout-à-fait. Vous venez dans un bon pays, où le climat est meilleur, plus près de la science et d'amis sincères qui vous apprécient et vous aiment.“ Ces paroles montrent que Crelle n'avait pas été sans savoir qu'ABEL était malade, et probablement aussi de quelle maladie, bien qu'il fût loin de soupçonner avec quelle effrayante rapidité elle avait accompli son œuvre.

Le lendemain de la mort, Smith informa Holmboe (lettre XLVII). Cette courte lettre est une simple lettre d'affaires, mais l'annonce qu'il fit insérer dans le „Morgenbladet“ montre qu'il était parfaitement au courant de ce qu'avait été ABEL, non seulement comme homme, mais aussi comme penseur et comme savant.* Quelques jours avant l'enterrement. Mlle Kemp écrivit à Mme Friderichsen, et la pria d'informer Mme Hansteen avec tous les ménagements possibles. La lettre, qui existe encore, exprime la plus profonde douleur, et montre qu'elle même, Crelly, éprouvait envers Mme Hansteen exactement les mêmes sentiments qui avaient animé ABEL, en qui elle savait que Mme Hansteen“ „a perdu un fils tendre et pieux, qui l'aimait infiniment“. Et elle lui envoie la „mèche de cheveux de mon ABEL“, qui est devenue, avec les lettres de Mme Hansteen, la propriété de sa nièce, Madame Lange, veuve du ministre.

L'enterrement eut lieu au cimetière de Froland le 13 avril. L'hiver avait repris toute sa rigueur et un violent tourbillon de neige se déchainait. Des villages et de la campagne du voisinage on n'en vint pas moins en foule, car on était près de la maison de son enfance, lui faire un grand cortège pour lui rendre les derniers honneurs. Le bruit que le fils du pasteur de Gjerstad était devenu quelque chose de grand et de remarquable avait pénétré plus profondément dans le peuple de cette région qu'on n'aurait pu le soupçonner et cette grande manifestation de sympathie montra combien sa mort les avait tous frappés. Ainsi ce fut dans le peuple de sa propre province qu'il trouve les premiers de ses compatriotes qui honorèrent sa mémoire.

* Voici le texte de l'annonce: „J'ai la douleur de faire connaitre que Niels H. Abel, illustre et très estimé pour sa science mathématique, docent à l'université royale norvégienne, est mort chez moi après 12 semaines de maladie le lundi 6 avril, dans la 27ème année de son âge. Usine à fer de Froland, le 11 avril 1829. Sivert Smith.“ („Mgbl.“ des 19, 20, et 21 avril 1829).

Par Holmboe, la nouvelle se répandit dans le pays et à l'étranger, et excita partout une douleur et une consternation profondes. Crelle, tout ému, se hâta de se rendre au ministère de l'instruction publique prussîen, d'où la nomination d'Abel allait être envoyée le lendemain. La nouvelle fit sombrer de grands et beaux projets. Et les articles nécrologiques qu'on lit sur lui, non seulement dans les revues scientifiques et dans la presse, mais aussi dans la correspondance entre les grands mathématiciens contemporains, témoigne partout de la vénération qu'avait attachée à son nom cette mort soudaine, après qu'il eut, si jeune, créé une œuvre si capitale.

Le 12 mai, Schumacher a informé Gauss de la mort d'Abel. Le 19 Gauss répond: „La mort d'Abel, que je n'ai pas vue publiée dans les journaux, est une très grande perte pour la science. S'il existe, peut-être, ou si l'on imprime quelque chose sur le détail de la vie de cette tête extrêmement remarquable, et si cela vous tombe entre les mains, je vous prie vivement de me le communiquer. Je voudrais bien aussi avoir son portrait, s'il est possible de se le procurer. Humboldt, avec qui j'ai parlé de lui, avait le désir marqué de faire tout ce qu'il pourrait pour l'attirer à Berlin.

Le 4 juin, Legendre écrit à Jacobi. „En fermant cette lettre, je viens d'apprendre avec une profonde douleur que votre digne M. Abel est mort à Christiania des suites d'une maladie de poitrine dont il était affecté depuis quelque temps, et qui a été aggravée par les rigueurs de l'hiver. C'est une perte qui sera vivement sentie de tous ceux qui s'intéressent aux progrès de l'analyse mathématique, considérée dans ce qu'elle a de plus élevé. Au reste, dans le court espace de temps qu'il a vécu, il a élevé un monument qui suffira pour rendre sa mémoire durable et donner une idée de ce qu'on aurait pu attendre de son génie, *ni fata obstetissent*". Jacobi répond: „Peu de jours après l'envoi de ma dernière lettre, j'appris la triste nouvelle de la mort d'Abel. Notre gouvernement l'avait appelé à Berlin, mais l'appel ne l'a pas trouvé parmi les vivants. L'espérance que j'avais conçue de le trouver à Berlin a été ainsi cruellement déçue. Les vastes problèmes qu'il s'était proposés, d'établir des critères suffisants et nécessaires pour qu'une équation algébrique quelconque soit résoluble, pour qu'une intégrale quelconque puisse être exprimée en quantités finies, son invention admirable de la propriété générale qui embrasse toutes les fonctions qui sont des intégrales de fonctions algébriques quelconques

etc., etc., marquent un genre de questions tout-à-fait particulières, et que personne avant lui n'avait osé imaginer. Il s'en est allé, mais il a laissé un grand exemple".

Ce fut Crelle qui, dans son journal, écrivit sur lui les premières paroles de souvenir adressées au grand monde scientifique. Il trouve des expressions éloquentes pour décrire sa puissance et sa profondeur scientifiques: „Tous les travaux d'Abel portent l'empreinte d'une sagacité et d'une puissance d'esprit extraordinaires et vraiment étonnantes, même sans considérer sa jeunesse. Il pénétrait son sujet à fond avec une vigueur qui semblait irrésistible, il le saisissait avec une si extraordinaire énergie et de si haut, et il s'est élevé à tel point au-dessus du niveau de son époque, que les difficultés semblaient s'évanouir devant son génie victorieux." Il raconte l'histoire d'Abel dans son pays, l'espoir que l'on avait eu de l'attacher à Berlin, et le regret du ministre de l'instruction publique prussien de voir ces projets anéantis par la mort d'Abel. Puis vient quelque chose de personnel dans l'article nécrologique, et Crelle trace le portrait d'Abel. Il connaît à fond l'homme dont les lettres nous émeuvent, il le voit seulement peut-être à une distance encore un peu plus grande, comme cela devait être entre le jeune étudiant norvégien et le conseiller privé allemand, si complètement qu'ils eussent appris à s'apprécier mutuellement, et si intimes qu'ils fussent devenus. Ce qui a frappé Crelle, outre le naturel aimable d'Abel, c'est son étonnante modestie: il ne demandait rien pour lui-même. Nous qui pouvons le décomposer en tant de détails, nous devons être reconnaissants à Crelle d'avoir souligné, parmi ses nombreuses particularités personnelles remarquables et intéressantes, celle-là surtout, grande et belle, à laquelle il consacre le dernier paragraphe de l'article. „Il était également distingué par la pureté et la noblesse de son caractère, et par une rare modestie, qui le rendait aussi aimable que son génie était extraordinaire. La jalousie des mérites d'autrui lui était chose tout-à-fait étrangère. Il était bien éloigné de cette avidité d'argent ou de titres, ou même de renommée, qui porte souvent à se servir de la science comme d'un moyen de parvenir. Il estimait trop haut les vérités qu'il cherchait pour les vendre à si bas prix. Il trouvait la récompense de ses efforts dans leur résultat même, il était presque aussi heureux d'une découverte nouvelle, qu'elle eût été faite par lui ou par un autre. Les moyens de se faire valoir étaient pour lui chose inconnue; il ne faisait rien pour lui-même, mais tout pour sa chère science.

Tout ce qui a été fait pour lui provient exclusivement de ses amis, sans la moindre intervention de sa part . . . . Il a sacrifié sa vie pour la science, sans songer à sa propre conservation . . . . Gloire à la mémoire de cet homme également remarquable par ses talents extraordinaires et la pureté de son caractère. Il a été un de ces êtres rares dont il apparait à peine un par siècle."

Du jour même, 20 juin, où Crelle écrit ce qui précède, est aussi daté l'article nécrologique de Holmboe dans le „Magazin". Celui-ci avait le devoir, incomparablement plus difficile, de dire aux non-mathématiciens ce qu'Abel avait été. Il essaye de le faire en reproduisant les opinions de Fuss, Gauss, Jacobi et Legendre dans des lettres de Crelle à Abel, dont nous nous trouvons ainsi en possession (lettres XXXI et XXXVII), ainsi que dans une lettre de Legendre (lettre XLIII).

Au pays aussi le deuil fut grand dans les milieux universitaires et parmi les rares qui l'avaient approché davantage. Mais pour la plupart, son nom était inconnu, et même lorsque les articles nécrologiques eurent répandu sa gloire, on n'eut que ce renseignement, si peu explicite pour la foule, qu'il avait été „un grand mathématicien". La distance entre les mathématiques, telles qu'on se les représente, même avec la meilleure culture générale, et la profondeur de pensée atteinte par un esprit comme Abel, est tellement immense, que tout point de comparaison pour le comprendre fait réellement défaut. Si profondément que les mathématiques aient empreint la vie courante, sous toutes ses formes, par les innombrables applications, sans lesquelles nous ne pouvons plus nous la représenter, le monde de la pensée mathématique n'en est pas moins lointain et étranger, ni la langue moins incompréhensible, ni moins hors de la portée générale l'importance de l'homme que nous appelons un grand mathématicien, et cela d'autant plus que l'homme est plus grand.

Mais peu à peu tout le monde comprit de plus en plus dans le pays, sous l'influence du respect avec lequel les hommes de science les plus célèbres d'Europe saluaient sa mémoire, qu'un génie extraordinaire avait disparu, et de plus en plus, au regret de cet homme se mêla le sentiment douloureux qu'un trésor nous avait été confié, que la misère des temps nous avait enlevé avant que nous eussions compris combien il était inestimable. Le regret de l'Allemagne qui ne put adjoindre la puissance créatrice d'Abel à son travail le plus important, et le grand prix de l'Académie des sciences de Paris : 3000 francs à partager également entre lui et Jacobi

(lettre L), par lequel, même après sa mort, il vint en aide à sa famille, furent des témoignages qui non seulement durent frapper la foule dans tout le pays, mais aussi révélèrent à beaucoup de nos hommes les plus instruits un Abel différent de celui qu'ils avaient pu s'imaginer. Ainsi il fut peu à peu, après sa mort, plus dignement apprécié, et son œuvre est pour nous vivante aujourd'hui. Mais deux mots douloureux restent sur sa brève existence comme une devise, les mots trop tôt et trop tard. Il a poussé trop tôt comme par un printemps hâtif, il a été détruit comme par la gelée, et lorsqu'enfin le soleil a percé, il était trop tard; il s'est affaissé comme fait le blé dans un champ gelé, au moment même où le soleil brille et où fond le givre de la nuit.

Le premier qui montra à ses compatriotes qu'Abel avait été lésé fut le président de son ancien cercle de camarades dans l'association physiographique, Kristian Boeck, qui alors dirigeait le „Magazin". A l'article nécrologique de Holmboe dans le 9me volume il ajouta une série de considérations, décrivit avec chaleur les aspects aimables de la nature d'Abel, et posa enfin la question: son pays a-t-il fait pour lui ce qu'il pouvait? Il l'adresse à l'Université. Le conseil se vit obligé d'affirmer, dans une longue réplique — la défense dont il a été question précédemment, p. 18, parue dans le „Morgenbladet" du 16 décembre 1829 — que l'Université, tout au moins, avait toujours fait ce qu'elle avait pu pour Abel. Nous avons pu suivre dans ce qui précède, avec tous les détails, si l'on avait raison de le dire. L'unique, grande injustice qui fut commise contre lui en choisissant à sa place Holmboe, que l'on ne considérait certainement pas comme plus éminent ni plus capable, mais seulement comme plus apte à la chaire de mathématiques vacante, demeure quand même. Ce fut méconnaître complètement la double tâche qui s'imposait alors: la moindre était de pourvoir à la chaire, et l'autre, incomparablement plus grande, d'assurer un avenir à Abel.

La tombe d'Abel avait été placée dans le lieu de sépulture, non enclos encore, de la famille Smith. Sa fiancée restait toujours dans la famille, lorsque Keilhau, après mûre délibération, eut pris sa décision sur la meilleure manière d'exaucer la prière qu'Abel lui avait adressée de son lit de mort, de prendre soin de sa fiancée. Par l'intermédiaire de Holmboe, qui était en relations avec la famille Smith, il

entra en rapport avec elle, d'après une tradition de la famille Holmboe, et ne dissimula pas son intention, qui était de lui proposer de l'épouser. Elle était parfaitement consciente de ses imperfections extérieures, et ne les dissimula pas dans la réponse par laquelle elle lui permit une visite personnelle à Froland. Sur l'invitation de Smith, Keilhau arriva au commencement de 1830. Pendant cette visite ils se fiancèrent, et Keilhau, comme nous le voyons par la lettre à Boeck (lettre XLIX), ne tarda pas à apprécier ses qualités d'esprit. Leur première tâche commune fut consacrée à Abel et à sa mémoire.

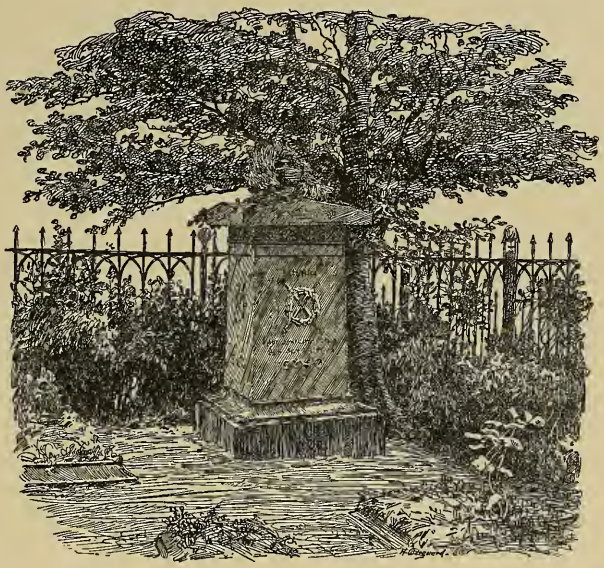
Si Boeck fut le premier à se plaindre du sort fatal qui avait frappé Abel de façon si imméritée, ce fut le second de ses plus anciens amis, Keilhau, qui pensa à faire élever le seul monument à son souvenir qui existe encore aujourd'hui. Mais par sa lettre à Boeck il a encore élevé un autre monument qui ne doit pas être oublié dans la biographie d'Abel. Nous avons suivi la chaude et fidèle amitié qui avait régné entre ces trois hommes Abel, Keilhau et Boeck, depuis le temps où leurs goûts intellectuels s'étaient éveillés pour la première fois jusqu'à la mort d'Abel. C'est à cette amitié inviolable que Keilhau dans sa lettre a consacré un souvenir d'une chaleur virile et d'une beauté impérissable. La lettre parle de son projet de monument funéraire. Smith lui avait raconté que lui et le pharmacien Tuxen avaient pensé à „placer un petit monument" sur la tombe.

Ceci me parait être plutôt l'affaire de ceux qui lui furent moins étrangers, je veux dire nous, ses amis, à qui il appartenait vraiment et qui ne considérerions pas le fait de lui élever une petite pierre funéraire comme un devoir qu'on remplit en son honneur, mais qui éprouvons un véritable désir de le faire et y trouverions une précieuse satisfaction. Il ne veut à aucun prix d'une souscription publique: „du moins, dans sa tombe, notre ami ne mendiera pas". Le monument doit être simple et digne, et s'harmoniser avec l'entourage très simple qu'il décrit brièvement, mais avec précision et sentiment. Puis il cite un par un ceux qu'il croit devoir être heureux de s'unir à lui et à Boeck: Treschow, Mme Hansteen, Skjelderup, Holmboe, Rasmusen et Hjort; „en outre toi et moi, ce qui fait déjà 9 participants, si vous ne considérez pas comme une usurpation de ma part de me réserver deux places." Ceci est une allusion discrète à ce qu'il représente aussi maintenant Mlle Kemp. Il ajoute: „Si tu connais quelqu'un en-dehors de ceux que j'ai nommés, que l'on ne peut pas exclure de la participation, tu agiras pour le

mieux; car tu m'as bien compris et de plus tu auras senti de quoi il s'agit". Ce dont il s'agit pour lui c'est de ne pas faire entrer dans l'entreprise quiconque y prendrait part „par des motifs quels qu'ils soient, qui ne sont pas ceux que nons désirons".

Chacun sera touché des sentiments délicats de cette lettre, non moins que de sa gravité chaude et émue.

La colonne de fonte sans prétention, dans sa simplicité, est belle et digne. Elle symbolise pour nous, d'une manière analogue aux lettres laissées par Abel, non le mathématicien, mais l'homme simple, aimable et sympathique qu'il fut.



CORRESPONDANCE D'ABEL

COMPRENANT SES LETTRES ET CELLES QUI LUI ONT ÉTÉ ADRESSÉES

CORRESPONDANCE D'ABEL

COMPRENANT SES LETTRES ET CELLES QUI LUI ONT ÉTÉ ADRESSÉES

I. ABEL A HOLMBOE

Copenhague, le 15 juin 1823.

Mon cher ami!

Je t'écris tout de suite, comme je te l'ai promis. — Il s'agit d'abord de mon voyage. Le premier jour nous n'avons pu avancer que de trois milles.* Le lendemain nous arrivions à Dröbak où nous sommes restés deux jours, et où j'ai été reçu chez Zwingelmayer[1], qui a trois filles assez jolies. — Le jour d'après nous avons eu bon vent, et nous sommes sortis du fjord de Kristiania, et les deux jours suivants on a marché vite. Je suis arrivé à Copenhague vendredi, et je me suis aussitôt précipité chez la sœur de Madame Hansteen, Madame Fredriksen, où j'ai été tout à fait bien reçu. C'est une femme extrêmement agréable, elle est fort belle, et son mari a quatre enfants, mais elle n'en a aucun à elle; son mari est parti depuis peu pour les Indes occidentales. — Dans huit jours environ elle s'en ira chez sa mère à Sorö, et elle m'a invité à y venir; je crois que j'accepterai l'invitation. J'ai été chez le professeur Thune[2]. C'est un homme très aimable et bon enfant, mais à mon avis un peu pédant. Il m'a reçu avec une parfaite courtoisie. — Aujourdhui j'ai été chez le professeur Degen, l'homme le plus drôle que tu puisses t'imaginer; il m'a fait toutes sortes de compliments, entre autres qu'il aura beaucoup à apprendre de moi; ce qui m'a rendu tout confus, comme tu peux croire. — Il a une jolie bibliothèque mathématique. — Kreidal[3] est professeur à

* Environ 30 kilomètres.

l'école d'Odense, et travaille les mathématiques de toutes ses forces; ce qui t'intéressera certainement autant que moi. Von Schmidten[4] est en ce moment à Berlin, et on l'attend ici au premier jour. — Je n'ai pas encore parlé à Ursin[5]. Il parait qu'il n'est pas plus fort que ça. Il vient de se marier. Je n'ai pas encore été dans les bibliothèques de cette ville, mais d'après ce que j'ai entendu dire, elles ne sont guère bien pourvues de livres mathématiques, ce qui est fâcheux. — Je me trouve extrêmement bien ici; car je suis logé chez mon oncle le capitaine Tuxen[6]; il m'a offert le gîte ici, tant que durera mon séjour. Sa famille est très nombreuse et intéressante; j'espère que ce sera fort agréable. — Il a huit enfants. — Les dames, dans cette ville, sont horriblement laides, mais gentilles tout de même. — Le professeur Kejser[7] est parti d'ici le jour de mon arrivée, et sera surement à Kristiania quand tu recevras cette lettre. Il a été un garçon pas commode. Degen est marié, je croyais que non. Il a une jolie femme, mais pas d'enfants. — Thune n'est pas marié. — J'ai parlé à Chr. Nielsen[8]. Il part pour Christiania jeudi prochain en compagnie de Meinerts[9], et traversera la Suède.

Il y dans cette ville beaucoup de fumistes. —

Tout y est plus mesquin qu'à Christiania. —

Henrik[10] doit être arrivé maintenant; je te prie de le saluer de ma part, ainsi que tes autres frères. —

Le roi n'est pas en ville en ce moment, mais en Holstein, avec sa famille. Les savants croient ici que la Norvège est un vrai pays barbare, et je fais tout mon possible pour les convaincre du contraire. — J'ai une invitation cet après-midi, en sorte que je n'ai pas le temps de t'en écrire davantage aujourdhui. Je t'en dirai plus long bientôt.

Compliments à tous les bons amis.

Ton ami

N. Abel.

II. ABEL A HOLMBOE

Copenhague [4 août 1823[1]]

Année $\sqrt[3]{6.064.321.219}$ | Prends aussi les décimales.

Cher ami!

Tu dois avoir reçu la lettre que je t'ai écrite aussitôt arrivé. — Je vais te faire part maintenant des observations que j'ai faites. Les mathématiques, ici, ne sont

pas précisément florissantes. J'ai eu beau demander, je n'ai pas encore pu découvrir un seul étudiant qui soit un peu solide, et encore bien moins quelqu'un qui cultive les math. ex professo. — Le seul qui sache des math. ici est Degen, mais aussi c'est un diable d'homme. Il m'a montré plusieurs de ses petits mémoires, et ils témoignent d'une grande finesse. Je lui ai aussi montré quelques uns des miens, il les a trouvés bons, il a surtout été tout à fait saisi devant une formule qui indique combien un nombre a de facteurs impairs, et il ne pouvait comprendre comment je l'avais trouvée. Ce petit travail traitait, tu te le rappelles, des fonctions inverses des Transcendantes elliptiques,* et j'y avais démontré une chose impossible; je l'ai prié de le lire d'un bout à l'autre; mais il ne put découvrir aucune fausse conclusion, ni comprendre où était la faute; Dieu sait comment je m'en tirerai.

J'ai étudié depuis que je suis ici deux ouvrages importants. *Application de l'analyse à la géométrie par Monge,* et *Essai sur la théorie des nombres par Legendre.* Ce dernier est extrêmement intéressant, et c'est grand dommage qu'il ne se trouve pas à Christiania. — Je ne peux m'empêcher de transcrire le théorême suivant qui s'y trouve, et qui est certes le plus merveilleux de toutes les mathématiques:

Théorème: Si y désigne le nombre des nombres premiers compris entre 1 et x, on a:

$$y = \frac{x}{\log x - 1{,}08366}$$

Naturellement le logarithme est népérien. —

La formule, comme on peut bien le comprendre, n'est qu'approximative, mais elle se rapproche beaucoup de la vérité, ce que tu pourras voir d'après le tableau suivant:

x	y d'après la formule:	y la vraie valeur:
10 000	1 230	1 230
100 000	9 588	9 592
200 000	13 844	13 849
300 000	26 023	25 998
400 000	33 854	33 861
1 000 000	78 543	78 527

Tu peux t'exciter sur la démonstration jusqu'à mon retour, alors je te communiquerai la démonstration qu'on trouve dans Legendre.

* En français dans le texte.

Un autre beau théorème est que $\alpha^2 + \alpha + 41$ est un nombre premier, si α est un des nombres 0, 1, 2, 3, 4 . . . . jusqu'à 39. —, et bien d'autres. — Les bibliothèques ne sont pas bien pourvues de livres mathématiques; mais elles possèdent bon nombre de revues de sociétés savantes. Entre autes les *Philosophical transactions*, où se trouvent beaucoup de très bonnes choses; en sorte que les anglais ne sont pas aussi mauvais mathématiciens que je l'avais cru. Herschel et Young sont très habiles. Ivory[2] est parmi les meilleurs mathématiciens vivants (s'il n'est pas mort). J'ai lu trois mémoires de v. Schmidten, ils ne sont pas aussi bons que j'aurais cru; il reste quand même un math. très habile, il faut dire que c'étaient ses premiers travaux. —

J'ai lu une masse de Gruson[3] (verjagen*); c'est un affreux rodomont; pourtant il a démontré que e est irrationnel. — Croirais tu qu'il a eu l'impudence de voler un mémoire de Parseval[4] et de le présenter à la Société des Sciences de Berlin. Il est traduit mot pour mot. —

En même temps que je lis, je travaille aussi moi-même. Ainsi j'ai cherché à démontrer l'impossibilité de résoudre l'équation $a^n = b^n + c^n$ en nombres entiers lorsque n est plus grand que 2; mais je suis resté en route. Je n'ai pu aller au delà des théorèmes ci-joints, qui sont pourtant assez curieux. — J'ai résolu l'équation suivante:

$$\psi(a) = \int \varphi(ax) \,.\, f(x)\, dx \quad (x = k,\ x = k')$$

où ψ et f sont deux fonctions données, et où l'on cherche φ. —

En outre j'ai intégré l'expression

$$\frac{x^m\, dx}{\sqrt{\left(a - (m+2)\, x^{m+1} + (m+1)\, x^{m+2}\right)\left(1 + 2x + 3x^2 + \ldots + m\, x^{m-1} + (m+1)\, x^m\right)}}$$

où a est une constante quelconque, ce qu'il faut bien remarquer. Peux tu intégrer cette expression? — Ce n'est pas difficile. —

Le 1er juillet, on a fêté solennellement le jubilé du Regentsen.** J'y ai été. On a bu ferme 800 bouteilles de vin. On a eu deux fois la Comédie. J'y ai été les deux fois. La dernière fois une pièce a été sifflée. —

* En allemand dans le texte.

** Ancien internat d'étudiants à Copenhague.

Je rentrerai à la fin d'août, et je te montrerai ma moisson, qui est très bonne. —

Si tu veux m'honorer de quelques mots, mon adresse est:

Christianshavn, Store Strandgade, 30.

Tous mes compliments à tes frères. —

Ton

N. Abel.

Théorème I.

L'équation

$$a^n = b^n + c^n$$

où n est un nombre premier, est impossible lorsqu'une ou plusieurs des quantités

$$a,\ b,\ c,\quad a+b,\quad a+c,\quad b-c,\quad \sqrt[m]{a},\quad \sqrt[m]{b},\quad \sqrt[m]{c}$$

sont des nombres premiers.

Théorème II.

Si l'on a:

$$a^n = b^n + c^n$$

on doit toujours pouvoir décomposer a, b, c, en deux facteurs premiers entre eux, tels qu'en posant $a = \alpha \,.\, a'$, $b = \beta \,.\, b'$, $c = \gamma \,.\, c'$,
on ait:

soit 1)

$$a = \frac{a'^n + b'^n + c'^n}{2}; \qquad b = \frac{a'^n + b'^n - c'^n}{2}; \qquad c = \frac{a'^n + c'^n - b'^n}{2}$$

ou 2)

$$a = \frac{n^{n-1} a'^n + b'^n + c'^n}{2}; \quad b = \frac{n^{n-1} a'^n + b'^n - c'^n}{2}; \quad c = \frac{n^{n-1} a'^n + c'^n - b'^n}{2}$$

ou 3)

$$a = \frac{a'^n + n^{n-1} b'^n + c'^n}{2} \; ; \quad b = \frac{a'^n + n^{n-1} b'^n - c'^n}{2} \; ; \quad c = \frac{a'^n + c'^n - n^{n-1} b'^n}{2}$$

ou 4)

$$a = \frac{n^{n-1}(a'^n + b'^n) + c'^n}{2} \; ; \quad b = \frac{n^{n-1}(a'^n + b'^n) - c'^n}{2} \; ; \quad c = \frac{n^{n-1}(a'^n - b'^n) + c'^n}{2}$$

ou 5)

$$a = \frac{a'^n + n^{n-1}(b'^n + c'^n)}{2} \; ; \quad b = \frac{a'^n + n^{n-1}(b'^n - c'^n)}{2} \; ; \quad c = \frac{a'^n - n^{n-1}(b'^n + c'^n)}{2}$$

Théorème III.

Pour que l'équation

$$a^n = b^n + c^n$$

soit possible, il faut que a ait l'une des trois formes suivantes:

1) $a = \dfrac{x^n + y^n + z^n}{2}$

2) $a = \dfrac{x^n + y^n + n^{n-1} z^n}{2}$ où x, y, et z ne doivent pas avoir de facteurs communs.

3) $a = \dfrac{x^n + n^{n-1}(y^n + z^n)}{2}$

Théorème IV.

La plus petite valeur que puisse prendre a est

$$a = \frac{5^n + 3^n + 2^n}{2}$$

[Les nombres 5, 3, 2, ont été corrigés par Abel en 9, 5 et 4]

et la plus petite valeur que puisse prendre la plus petite des grandeurs a, b, c est

$$\frac{5^n - 3^n + 2^n}{2}$$

[Comme ci-dessus; cependant Abel n'a pas continué la correction dans ce qui suit]

par exemple, pour $n = 7$, la plus petite valeur que puisse prendre c est

$$c = \frac{5^7 - 3^7 + 2^7}{2} = \frac{78125 - 2187 + 128}{2} = \frac{76066}{2}$$

ou $$c = 38033$$

et alors on a $$a = 40220$$

$$b = 40092$$

mais ces valeurs sont impossibles. —

III. ABEL A HOLMBOE

Copenhague, 13 sept. 1825.

Cher ami!

Permets moi de t'écrire en hâte pour te charger de commissions. Voici l'affaire: le professeur Thune m'a envoyé à Christiania 4 paquets avec des catalogues des livres de Degen, pour les distribuer dans le pays. Maintenant je suis ici, et il me faut bien te prier de prendre ces paquets qui doivent être soit au bureau de poste, soit chez mon frère, qui demeure chez Madame Tode, dans Voldgaden. Le port de ces paquets est payé, ce dont tu pourras mieux t'assurer en ouvrant la lettre envoyée en même temps. Tu seras peut-être aussi assez aimable pour remplir les désirs du professeur Thune à leur sujet, en t'adressant au professeur Sverdrup[1] pour leur distribution. Ne m'en veux pas si je te charge de ces commissions; la chose est pour moi d'une grande importance, à cause de Thune. Fais-le le plus vite que tu pourras, car la vente aura lieu le 5 octobre. Le 13, je pars pour Soröe, où je rendrai visite à la mère et à la sœur de Madame Hansteen; j'y resterai quelques jours. De vendredi en huit je prendrai le vapeur pour Lübeck, et de là pour Hambourg.

Salue pour moi Madame Hansteen et sa sœur, si tu vas les voir.

J'enverrai le mémoire par Petersen.

Une autre fois je t'enverrai une vraie lettre.

Ton ami

N. Abel.

IV. ABEL A HANSTEEN

Professeur Hansteen!

Berlin, 5 décembre 1825.

J'aurais bien pu, et j'aurais dû, peut-être, vous écrire plus tôt, monsieur le Professeur; mais je désirais d'abord prendre quelques dispositions afin d'être en mesure de vous dire quel profit je tire et je tirerai de mon séjour ici. Vous aurez peut-être été surpris de ce que je suis venu d'abord en Allemagne; je l'ai fait, en partie parcequ'il se trouve que j'y vis avec des connaissances, et aussi parceque j'y suis moins exposé à ne pas employer mon temps le mieux possible, puisque je peux quitter l'Allemagne n'importe quand pour aller à Paris, qui doit être pour moi le lieu le plus important. — Ici à Berlin je n'ai pas trouvé grande ressource dans les bibliothèques publiques, car en ce qui concerne les mathématiques, elles sont étonnamment médiocres; il n'y a presque rien des travaux récents, et ce qui s'y trouve est très incomplet. Notre bibliothèque, si j'ose dire, est mieux pourvue. J'ai été assez heureux pour faire la connaissance de deux mathématiciens distingués: le conseiller privé Crelle, et le Professeur Dirksen[1]. v. Schmidten m'avait parlé du premier comme d'un homme excellent à tous égards, et lorsque je suis arrivé à Berlin, je me suis rendu chez lui sans perdre de temps. Ce fut long, avant que je pusse lui faire bien comprendre le but de ma visite, et le résultat semblait devoir être lamentable, lorsque je pris courage à sa question sur ce que j'avais déjà étudié en mathématiques. Quand je lui eux cité quelques travaux des mathématiciens les plus éminents, il devint tout à fait empressé, et parut vraiment enchanté. Il engagea une longue conversation sur diverses questions difficiles qui n'étaient pas encore résolues, et nous en vînnes à parler des équations de degré supérieur; lorsque je lui dis que j'avais démontré l'impossibilité de résoudre l'équation générale du 5ème degré, il ne voulut pas le croire, et dit qu'il y ferait des objections. Je lui remis donc un exemplaire; mais il dit qu'il ne pouvait comprendre la raison de plusieurs de mes conclusions. Plusieurs autres m'ont dit la même chose, aussi j'ai entrepris une refonte de ce travail.

Il parla beaucoup aussi du faible niveau des mathématiques en Allemagne, et dit que les connaissances de la plupart des mathématiciens se réduisaient à un peu de géométrie, et à quelque chose qu'ils appelaient Analyse, mais qui n'était rien d'autre que la théorie des combinaisons. Pourtant il semblait, à son avis, qu'une

période plus heureuse pour les mathématiques allait commencer maintenant en Allemagne. Lorsque je lui exprimai mon étonnement qu'il n'existât pas ici de Journal de mathématiques, comme en France, il dit qu'il avait eu depuis longtemps l'intention d'entreprendre un pareil journal, et qu'il n'allait pas tarder à le lancer. Tout est prêt maitenant, et j'en suis très enchanté; car j'ai ainsi où faire paraître tel ou tel de mes petits travaux. — J'en ai déjà rédigé 4, qui doivent prendre place dans le premier fascicule, et comme je les ai écrits en français, Crelle est assez aimable pour les traduire. Mon peu de français m'est ainsi bien utile. Crelle, au sujet de la forme de mes articles, m'a dit qu'à son avis ils sont très clairs et bien écrits, ce qui me fait grand plaisir, car j'ai toujours craint d'avoir de la peine à développer mes idées d'une manière convenable. Mais il m'a conseillé de m'étendre davantage, surtout ici, en Allemagne. Il m'a aussi offert des honoraires pour mes articles, ce sur quoi je n'avais naturellement pas compté, aussi ai-je refusé; pourtant j'ai cru remarquer qu'il aurait préféré me voir accepter. Ce même Crelle a aussi une bibliothèque mathématique tout à fait remarquable, dont je me sers comme si elle était à moi, et qui m'est très utile, car elle contient toutes les choses les plus nouvelles, qu'il a aussi vite que possible. Il a entre autres la revue publiée à Paris sous la direction du baron de Ferrussac, le „Bulletin universel des sciences et de l'industrie", qui m'est d'une extrême utilité, car j'y trouve annoncés tous les livres et découvertes mathématiques. — Je suis invité chez Crelle une fois pour toutes le lundi soir. Il y a chez lui une sorte d'assemblée, et l'on s'y occupe principalement de musique, à quoi malheureusement je ne comprends pas grand chose. Je m'y amuse bien tout de même, car j'y rencontre toujours quelques jeunes mathématiciens avec qui je cause. Cela m'exerce aussi à l'allemand, ce dont j'ai grand besoin, et ce qui ne va guère bien. Chez Crelle il y avait aussi auparavant une réunion hebdomadaire de mathématiciens, mais il a été obligé de les interrompre, parcequ'il y avait un nommé Ohm[2] avec qui personne ne pouvait s'entendre à cause de son effroyable arrogance. C'est vraiment une chose pénible qu'un seul homme se mette ainsi en travers, quand il s'agit de science. C'est extraordinaire à quel point les jeunes mathématiciens, ici à Berlin, et, à ce que j'entends dire, partout en Allemagne, portent Gauss aux nues, pour ainsi dire. Il est pour eux la substance de toute perfection mathématique, mais s'il est en effet certainement un grand génie, il est tout aussi sûr qu'il rédige mal. Crelle dit que tout Gauss

écrit est une horreur,* car c'est tellement obscur qu'il n'est presque pas possible de le comprendre. — Gauss travaille maintenant à un grand ouvrage sur l'astronomie physique, dont les trois premières parties sont prêtes à imprimer (à ce que me dit un de ses élèves qui est ici, à Berlin). Il s'y trouvera beaucoup de choses nouvelles. — Lorsque j'étais à Hambourg, j'ai rendu visite au Professor Schumacher, qui m'a reçu avec beaucoup d'empressement, mais il ne se portait pas bien à ce moment là. J'y ai fait aussi connaissance avec T. Clauson[3], qui a certainement des dispositions remarquables pour les mathématiques; mais, autant que j'en ai pu juger, il n'avait pas étudié beaucoup. Le Professeur Encke[4], qui est maintenant nommé ici à l'Académie de Berlin, était aussi alors à Hambourg, mais je ne l'ai pas vu. Il est bizarre qu'il n'y ait ici, à Berlin, aucune chaire d'astronomie. Encke ne donnera pas de leçons.

Je vois que je vais passer tout l'hiver à Berlin, et je n'ai pas encore bien décidé l'époque à laquelle je partirai. A cause de Crelle et du Journal, je resterais volontiers ici aussi longtemps que possible, et, d'après ce que j'entends dire, il n'y a aucun autre endroit en Allemagne qui me sera plus profitable. Göttingen a, il est vrai, une bonne bibliothèque, mais c'est tout; car Gauss y est le seul qui sache quelque chose, et il est absolument inabordable. Pourtant, je dois aller à Göttingen, bien entendu. En somme, je voudrais visiter le plus d'universités que je pourrai, car je dois pouvoir récolter un peu dans chacune. —

Je vous prie, monsieur le Professeur, de saluer le Professeur Rasmusen et B. Holmboe, et de dire à celui-ci que je lui écrirai bientôt une longue lettre mathématique.

Je souhaite de tout mon cœur que vous vous portiez bien, et je vous prie de continuer à me traiter avec la bonté que vous m'avez constamment témoignée. Je m'efforcerai de m'en rendre aussi digne que possible.

Respectueusement

N. Abel.

Je n'oublierai pas à l'occasion d'envoyer quelque petit article au Magasin, si cela peut vous servir.

---

* Gräuel en allemand, dans le texte.

V. ABEL A MADAME HANSTEEN

Berlin 8 décembre.

Chère Madame Hansteen.

Par ma lettre au professeur vous pourrez voir où en sont mes affaires. J'ai en outre une prière à vous adresser. Vous avez toujours été pour moi si excessivement bonne; Dieu vous bénisse, n'oubliez pas non plus mon frère. J'ai tellement peur que ça marche mal pour lui. S'il avait besoin que je lui donne davantage, j'oserais peut-être vous prier de lui remettre quelque chose de plus. Lorsque les 50 species seront épuisés, je m'arrangerai pour vous faire parvenir de l'argent, si vous voulez encore être assez bonne pour le garder, et le lui donner à mesure, comme vous le jugerez à propos. Je veux espérer tout de même, avec l'aide de Dieu, qu'il s'efforcera de se conduire d'une manière convenable. Quand vous le verrez, je vous prie de lui faire mes amitiés, et de le presser de m'écrire. Il peut envoyer la lettre à ma fiancée, qui s'en chargera, ou bien le mieux est qu'il envoie la lettre non affranchie. — Je vous ai envoyé de Hambourg, par le négociant Bisgaard[1], un petit paquet que vous avez dû recevoir. Ma fiancée m'a écrit, il est vrai, qu'elle n'a pas reçu une lettre qui y était incluse; mais comme Mademoiselle Collett en a reçu une de Boeck qui a été envoyée par la même voie, c'est sans doute que l'envoi aura simplement subi un retard. — Je vis d'ailleurs d'une manière extrêmement calme, et je suis assez occupé; mais j'ai par moments une terrible nostalgie, d'autant plus grande que les nouvelles de chez nous sont d'une rareté navrante. — Je pense que ma chère sœur va bien. Je la salue bien cordialement. Et la charmante, la toute-bonne Charite, je lui envoie mes souhaits de tout mon cœur. Portez vous bien, chère Madame Hansteen. Je ne peux pas en écrire davantage, je suis bien triste.

Adieu, et ne soyez pas fâchée contre moi; je dois vous paraître un peu bizarre.

VI. ABEL A HOLMBOE

Le 16 janvier 1826.

Cher ami!

Après la promesse que je t'ai faite en quittant Christiania, tu dois depuis longtemps attendre une lettre de moi, et il faut que je te prie de m'excuser de ne

pas t'avoir écrit plus tôt. C'est que je désirais ne pas te raconter seulement ce qui m'est arrivé dès le début de ma tournée, mais aussi comment se dessine mon voyage dans l'ensemble. En outre, je désirais encore t'informer de telle ou telle de mes recherches sur plusieurs sujets intéressants dont je me suis occupé. — Je ne vais pas te faire de récit de mon voyage, qui au total a été très dénué d'aventures, et dont peut-être, d'ailleurs, tu auras entendu parler par le professeur Hansteen. Je l'ai prié de te saluer dans la lettre que je lui ai écrite il y a quelque temps. Je suis enchanté qu'il me soit arrivé de venir en Allemagne, surtout à Berlin, avant d'aller à Paris; car, ainsi que tu l'as peut-être appris par ma lettre à Hansteen, j'ai fait ici une merveilleuse connaissance dans la personne du conseiller privé Crelle. Tu ne peux pas t'imaginer l'homme excellent qu'il est; justement ce qu'il me faut, prévenant sans être cuirassé de cette effroyable politesse dont se couvrent bien des gens, d'ailleurs fort honnêtes. Je le fréquente aussi aisément que toi ou d'autres de mes meilleures relations. Il travaille très assidûment les mathématiques, ce qui est d'autant plus méritoire qu'il a énormément à faire comme fonctionnaire. Il a publié dans ces dernières années plusieurs livres mathématiques, qui me paraissent très bons. Il m'a fait l'honneur de me donner la plupart, savoir : une traduction des œuvres mathématiques de Lagrange, comprenant : Théorie des fonctions analytiques, Leçons sur les fonctions analytiques et Théorie des équations numériques, accompagnées de notes excellentes; j'ai reçu également la Theorie der analytischen Facultäten, de Crelle. (Elle se trouve à la bibliothèque de Christiania, et si tu ne l'as pas lue, il faut que tu la lises. C'est à beaucoup d'égards un livre remarquable, surtout sous le rapport de la forme); Lehrbuch der Arithmetik und Algebra et Lehrbuch der Elemente der Geometrie 3 volumes, de Crelle. En outre je me suis procuré sa „Darstellung der Rechnung mit veränderlichen Grössen“ et je me procurerai aussi plusieurs petits mémoires qu'il a fait imprimer. Au printemps j'enverrai tous ces livres et plusieurs autres en Norvège, et je les confierai à ta garde. Naturellement je ne peux pas les emporter avec moi. Je vais chez Crelle toutes les semaines le lundi soir, et de plus nous nous promenons ensemble tous les vendredis dans l'après-midi pendant quelques heures. Tu peux penser si l'on s'en donne, des mathématiques, aussi vite que mon mauvais allemand me le permet. Je m'y débrouille tout de même passablement. Il ne peut pas se mettre dans la tête que je peux comprendre tout ce qu'on dit, sans savoir bien parler moi-même. — La langue de Berlin n'est d'ailleurs pas précisément la meilleure, d'une part assez dure,

et d'autre part excessivement molle et effacée. Ainsi on prononce toujours au commencement des mots j pour g, ce qui est diablement drôle à entendre, par exemple O! Jot! que l'on entend à chaque instant. On a la phrase suivante pour se moquer des Berlinois sous ce rapport: „Eine jute jebratene Jans ist eine jute Jabe Jottes". Une autre chose qui produit un effet bizarre est qu'ils intervertissent mir et mich, dir et dich; et aussi on dit constamment sind pour seyn. Mon garçon dit: Wollen Sie so jut sind mich Jeld zu jeben; ich werde jleich hier sind. —

Comme Hansteen te l'a peut-être raconté, un Journal mathématique paraitra ici à dater du commencement de l'année, ce dont je suis bien content, comme tu penses. Il ne contiendra certainement pas beaucoup de mauvais, un peu est inévitable, car il y aura probablement beaucoup de gens à y écrire. Dans chaque numéro paraitront deux ou trois mémoires de moi, tu peux y compter, et je ferai tous mes efforts pour produire ce que je pourrai de mieux, tu peux m'en croire. J'en ai déjà terminé 6. Il en paraitra 1 ou 4 dans le premier numéro,[1] qui paraitra bientôt, dans un mois environ. L'un de ces mémoires est la démonstration de l'impossibilité de la résolution générale des équations, que j'ai développée plus amplement que je ne l'avais fait dans le mémoire que j'ai fait imprimer à Christiania. Crelle disait de ce mémoire qu'il était honorable, mais qu'il ne pouvait pas encore le comprendre tout à fait. J'ai tant de peine à m'exprimer d'une manière claire dans ces sujets que l'on a encore si peu étudiés à ma façon. — Depuis que je suis arrivé ici à Berlin, j'ai cherché aussi à résoudre le problème général suivant: „Trouver toutes les équations que l'on peut résoudre algébriquement." Je ne suis pas encore au bout, mais autant que je comprends, ça ira bien: Tant que le degré de l'équation est un nombre premier, il n'y a pas trop de difficulté, mais lorsque c'est un nombre composé, c'est le diable. J'ai appliqué aux équations du 5ème degré, et j'ai heureusement résolu le problème dans ce cas. J'ai trouvé un grand nombre d'équations, outre celles déjà connues, que l'on peut résoudre. Lorsque j'aurai achevé le mémoire comme je le désire, je me flatte qu'il sera bon. Au moins c'est quelque chose de général, et il y aura de la méthode, c'est là, je trouve, le plus important. — Un autre problème dont je me suis beaucoup occupé est la sommation de la série:

$$\cos mx + m \cos (m-2)\, x + \frac{m\,(m-1)}{2} \cos (m-4)\, x + \ldots\ldots$$

Si m est un nombre entier positif, la somme de cette série, comme tu sais, est $(2 \cos x)^m$, mais si m n'est pas un nombre entier, il n'en est plus de même, à moins que x soit plus petit que $\frac{\pi}{2}$. — Il n'y a aucun problême qui ait occupé les mathématiciens autant que celui-là dans ces derniers temps. Poisson, Poinsot, Plana, Crelle, et une quantité d'autres ont cherché à le résoudre, et Poinsot est le premier qui ait trouvé une somme exacte, mais son raisonnement est tout à fait faux, et personne encore n'a pu en venir à bout. J'y ai réussi avec une entière rigueur. Un mémoire là-dessus prendra place dans le Journal, et j'en enverrai bientôt un autre en France pour être inséré dans les *Annales de mathématiques* de Gergonne. — J'ai trouvé

$$\cos mx + m \cos (m-2)\, x + \ldots . = (2 + 2 \cos 2\, x)^{\frac{m}{2}} . \cos mk\pi$$

$$\sin mx + m \sin (m-2)\, x + \ldots . = (2 + 2 \cos 2\, x)^{\frac{m}{2}} . \sin mk\pi$$

m est une grandeur comprise entre -1 et $+\infty$, k un nombre entier, et x une grandeur comprise entre $(k - \frac{1}{2})\pi$ et $(k + \frac{1}{2})\pi$. Si tu fais dans la seconde égalité $k = 0$, tu as la curieuse formule:

$$\sin mx + m \sin (m-2)\, x + \frac{m\,(m-1)}{2} \sin (m-4)\, x + \ldots . = 0$$

pour toutes les valeurs de x comprises entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$. Si m est compris entre -1 et $-\infty$, les deux séries sont divergentes, et par suite n'ont aucune somme. Les séries divergentes sont en bloc une invention du diable, et c'est une honte que l'on ose fonder sur elles la moindre démonstration. On peut en tirer tout ce qu'on veut quand on les emploie, et ce sont elles qui ont produit tant d'échecs et tant de paradoxes. Peut-on penser quelque chose de plus affreux que de dire que

$$0 = 1 - 2^n + 3^n - 4^n + \text{etc.}$$

où n est un nombre entier positif. *Risum teneatis amici.* Je suis devenu prodigieusement attentif à tout cela; car si l'on excepte les cas de la plus extrême simplicité, par exemple: les séries géométriques, il n'y a presque pas, dans toutes les mathématiques, une seule série infinie dont la somme est déterminée d'une manière rigoureuse: en d'autres termes, ce qu'il y a de plus important dans les mathématiques est sans fondement. La plupart des choses sont exactes: cela est vrai; et c'est extraordinairement surprenant. Je m'efforce d'en chercher la raison.

Sujet excessivement intéressant. — Je ne crois pas que tu puisses me présenter beaucoup de propositions où entrent des séries infinies, contre la démonstration desquelles je ne puisse faire des objections fondées. Fais-le, je te répondrai. Même la formule du binôme n'est pas encore démontrée rigoureusement. —

J'ai trouvé que l'on a

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2} x^2 + \ldots$$

pour toutes les valeurs de m lorsque x est plus petit que 1. Si x est égal à $+1$, on a la même formule dans le cas où m est > -1, et seulement alors, mais si $x = -1$, la formule n'a pas lieu, à moins que m soit positif. Pour toutes les autres valeurs de x et de m la série $1 + mx +$ etc. est divergente. La théorème de Taylor, la base de toutes les mathématiques supérieures, est tout aussi mal fondé. Je n'en ai trouvé qu'une démonstration rigoureuse, et elle est de Cauchy dans son *Résumé des leçons sur le calcul infinitésimal.* Il y démontre que l'on a:

$$\varphi(x+\alpha) = \varphi x + \alpha\, \varphi' x + \frac{\alpha^2}{2} \varphi'' x + \ldots.$$

toutes les fois que la série est convergente (mais on a bientôt fait de s'en servir dans tous les cas). Pour montrer par un exemple général (*sit venia verbo*) combien on raisonne mal et combien il faut être prudent, je choisirai l'exemple suivant: — J'en étais là lorsque Maschmann est entré, et comme depuis longtemps je n'ai pas reçu de lettre de chez nous, je me suis arrêté pour m'informer s'il n'en avait pas une pour moi (c'est lui en effet qui nous les apporte toujours), mais il n'y avait rien. Par contre il avait lui-même reçu une lettre, et entre autres nouvelles, il a raconté que toi, mon ami, tu es nommé lecteur à la place de Rasmusen. Reçois mes félicitations les plus sincères, et sois assuré qu'aucun de tes amis ne s'en réjouit autant que moi. J'ai souvent souhaité un changement dans ta situation, tu peux me croire, car être professeur dans une école doit être quelque chose d'affreux pour quelqu'un comme toi, qui t'intéresses tant à ta science. — A présent il va falloir que tu t'occupes de trouver une fiancée, n'est-ce pas. J'entends dire que ton frère le doyen* en a trouvé une. Je ne puis nier que cela m'a vivement frappé. Salue-le bien de ma part, et félicite le „très-chaudement".** —

* Degré dans la hiérarchie ecclésiastique luthérienne, au dessus des prêtres et au dessous de l'évêque.[2]

** Am meisten, en allemand, dans le texte.

Et maintenant je reviens à mon exemple. Soit une série infinie quelconque

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \text{etc.}$$

tu sais qu'une manière très courante d'en faire la sommation, est de chercher la somme de:

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots.$$

et de faire ensuite $x = 1$ dans le résultat. C'est juste: mais il me semble qu'on ne peut l'accepter sans démonstration; car si l'on prouve que

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots.$$

pour toutes les valeurs de x inférieures à 1, il n'est pas dit pour cela qu'il en soit de même lorsque $x = 1$. Il serait très possible que la série $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots.$ s'approchât d'une valeur toute différente de $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots.$ à mesure que x tend vers 1. Cela est clair dans le cas général où la série $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots.$ est divergente, car elle n'a alors aucune somme. J'ai démontré que c'est exact lorsque la série est convergente. L'exemple suivant montre combien on peut se tromper. On peut démontrer rigoureusement que l'on a pour toutes les valeurs de x inférieures à π

$$\tfrac{1}{2} x = \sin x - \tfrac{1}{2} \sin 2x + \tfrac{1}{3} \sin 3x - \text{etc.}$$

Il semble que par suite la même formule devrait avoir lieu pour $x = \pi$; mais cela donnerait:

$$\pi = \sin \pi - \tfrac{1}{2} \sin 2\pi + \tfrac{1}{3} \sin 3\pi - \text{etc.} = 0 \quad \text{(absurde).} \qquad *$$

On peut trouver d'innombrables exemples de ce genre. — En général la théorie des séries infinies, jusqu'à présent, est très mal établie. — On fait toute espèce d'opérations sur les séries infinies, comme si elles étaient finies, mais est-ce permis? Jamais de la vie. Où cela est-il démontré que l'on obtient la dérivée d'une série infinie en prenant la dérivée de chaque terme? Il est facile de citer des exemples où cela n'est pas exact, par ex.:

$$x = \sin x - \tfrac{1}{2} \sin 2x + \tfrac{1}{3} \sin 3x - \ldots \qquad **$$

---

* Abel a par incurie mis au premier membre π au lieu de $\frac{1}{2}\pi$.

** — — — — x au lieu de $\frac{1}{2}x$.

En prenant les dérivées, on a:

$$x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x - \text{etc.} \qquad *$$

Résultat absolument faux, car cette série est divergente. — Il en est de même pour la multiplication, la division, etc. des séries infinies. — J'ai commencé à passer en revue les règles les plus importantes qui sont admises (aujourd'hui) sous ce rapport, et à montrer dans quels cas elles sont justes ou non. — Cela va très bien et m'intéresse extrêmement. —

Il est probable que je resterai ici à Berlin jusqu'à la fin de février ou jusqu'en mars, et que je passerai ensuite par Leipzig et Halle pour aller à Göttingen (non pas pour Gauss, car il est, parait-il, insupportablement orgueilleux, mais pour la bibliothèque qui est, dit-on, magnifique).

Vers la fin de l'été j'irai à Paris. Je voudrais bien être chez nous, car j'ai une terrible nostalgie. Et maintenant écris moi une longue lettre sur toutes sortes de choses. Fais le, je te prie, sitôt ma lettre reçue. — Demain j'irai à la Comédie voir *Die schöne Müllerinn.* Adieu, et salue mes connaissances.

Ton ami
N. H. Abel.

Si tu désires quelques livres tu n'as qu'à m'écrire, et je te les enverrai. Inutile d'envoyer de l'argent; car je dois à Madame Hansteen, tu n'as donc qu'à le lui faire tenir. Adieu, et écris moi bientôt. Excuse cette lettre si compacte, et par suite si compacte.**

VII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Berlin 16 janvier 1826.

Excellente Madame Hansteen!

Je vous aime tellement, chère madame Hansteen, qu'il faut au moins que je vous adresse quelques courtes lignes. Mais êtes vous bonne aussi pour moi. J'ai

* Abel a par incurie mis au premier membre x au lieu de $\frac{1}{2}$.

** Le texte norvégien a deux fois „tykt" (compacte), — la seconde fois peut-être pour „dyrt" (chère).

si peur que vous ne le soyez pas, car ce n'ai encore rien reçu de vous, ce qui me serait une si grande joie. J'ai tout de même ferme espoir, car ma fiancée m'a écrit que vous avez l'intention de m'écrire une petite lettre. J'ai encore une autre raison d'espérer, j'ai rêvé cette nuit que j'avais reçu une lettre de vous, et je ne peux m'empêcher de croire que mon rêve se réalisera, il me semble que j'étais si heureux. Hier j'ai vu la favorite de votre mari, Mme Seidler, dans Die schöne Müllerinn, elle était charmante. — Lorsque vous écrirez à votre sœur, Madame Fredrichsen, n'oubliez pas de la saluer de ma part; j'ai depuis longtemps l'intention de lui écrire, car elle m'y a autorisé; mais je ne sais trop si j'oserai le faire. — Elle doit être un peu difficile, et je me regarde comme un grand nigaud. Il ne faut pas oublier non plus de saluer votre mère et Mademoiselle Rosenstand[1]. — Il me tarde beaucoup d'avoir des nouvelles de Norvège. Croiriez vous que je n'ai pas eu de réponse de ma fiancée à mes deux dernières lettres, j'écris la troisième aujourd'hui. Je suis vraiment un peu inquiet, mais je veux croire que la faute en est à la poste. A Noël j'ai été au bal chez le conseiller privé Crelle, mais je n'ai pas osé danser, bien que j'eusse soigné ma toilette comme je ne l'avais jamais fait. Pensez, j'étais tout neuf de la tête aux pieds, avec double gilet, col empesé et lunettes. Vous voyez que je commence à suivre les conseils de votre sœur, j'espère que ce sera complet quand j'arriverai à Paris. Je voudrais bien y avoir été et être rentré au pays. C'est si singulier de se trouver au milieu d'étrangers. Dieu sait comment je le supporterai lorsque je me séparerai de mes compatriotes. Ce sera au commencement du printemps. — Saluez Charite bien cordialement, ainsi que ma sœur et mon frère. J'ai écrit à mon frère il y a trois semaines par l'intermédiaire de ma fiancée. Il a dû recevoir ma lettre. Je lui ai fait la morale du mieux que j'ai pu. Je veux espérer que ça ira bien. Au fond, le naturel est bon chez lui, mais il a honte. — En cela je lui ai ressemblé quelque peu, mais ce ne suis pas si raide. — Adieu, excellente Madame, et deux petits mots, ou je n'oserai plus vous écrire.

Votre N. Abel.

Dans ma lettre au Professeur, j'ai peut-être, Dieu sait que c'est bien malgré moi, si je l'ai fait, employé des expressions qui ne lui plairont pas. Soyez mon avocat à ce propos, et excusez moi le mieux possible.

Portez vous bien et saluez Charite.

VIII. ABEL A HANSTEEN

[Berlin le 30 janvier 1826.]

Vous avez dû recevoir la lettre que je vous ai écrite il y a quelque temps; j'attends avec impatience la réponse. Car je vais quitter Berlin d'ici 3 semaines pour aller à Leipzig et à Freiberg avec Keilhau. Je reviendrai ensuite à Berlin pour faire en compagnie de Crelle le voyage de Göttingen et des bords du Rhin. A Göttingen je ne resterai que peu de temps, puisqu'il n'y a rien à y gagner. Gauss est inabordable, et la bibliothèque ne peut pas être meilleure qu'à Paris. Il est probable que Crelle ira aussi à Paris, ce qui me sera extrêmement agréable. C'est un homme excellent. Le Journal va bien. En avril vous aurez le premier fascicule. Vous verrez que je travaillerai de toutes mes forces. — 3 á 4 articles de moi paraîtront chaque fois. Si je puis avoir un éditeur, je ferai aussi imprimer mes recherches sur le calcul intégral. Mais ce sera probablement assez difficile, car les choses de ce genre sont peu demandées, surtout ici en Allemagne. — Cependant je verrai ce que je peux faire, avec l'aide de Crelle. Il m'a donné l'espoir que cela pourra passer, quand j'aurai d'abord écrit quelques articles dans le Journal. Aussi je commence par mes meilleurs mémoires. Il semble que je ne manquerai pas de sujets pour le moment. — Si seulement je pouvais faire imprimer tout, mais, de fait, c'est bien difficile. Si le Journal n'avait pas abouti, ce serait encore pis. — Je vous prie de saluer votre femme et Charite, et les prie de me garder un souvenir amical.

Votre très dévoué

N. Abel.

J'ai appris par les lettres de ma fiancée qu'elle a été à Christiania à la foire. Cela me ferait plaisir, si elle a trouvé grâce à vos yeux. —

IX. ABEL A CRELLE

2.) [Freyberg (im Erzgebirge) den 14. März 1826].

— —

Wenn eine Gleichung des fünften Grades, deren Coëfficienten rationale Zahlen sind, algebraisch auflösbar ist, so kann man immer den Wurzeln folgende Gestalt geben:

$$x = c + A \,.\, a^{\frac{1}{5}} . a_1^{\frac{2}{5}} . a_2^{\frac{4}{5}} . a_3^{\frac{3}{5}} + A_1 \,.\, a_1^{\frac{1}{5}} . a_2^{\frac{2}{5}} . a_3^{\frac{4}{5}} . a^{\frac{3}{5}} + A_2 \,.\, a_2^{\frac{1}{5}} . a_3^{\frac{2}{5}} . a^{\frac{4}{5}} . a_1^{\frac{3}{5}} +$$
$$+ A_3 \,.\, a_3^{\frac{1}{5}} . a^{\frac{2}{5}} . a_1^{\frac{4}{5}} . a_2^{\frac{3}{5}}$$

wo

$$a = m + n\sqrt{(1+e^2)} + \sqrt{(h\,(1 + e^2 + \sqrt{(1+e^2)}))},$$

$$a_1 = m - n\sqrt{(1+e^2)} + \sqrt{(h\,(1 + e^2 - \sqrt{(1+e^2)}))},$$

$$a_2 = m + n\sqrt{(1+e^2)} - \sqrt{(h\,(1 + e^2 + \sqrt{(1+e^2)}))},$$

$$a_3 = m - n\sqrt{(1+e^2)} + \sqrt{(h\,(1 + e^2 - \sqrt{(1+e^2)}))},$$

$$A = K + K'a + K''a_2 + K'''aa_2\,, \quad A_1 = K + K'a_1 + K''a_3 + K'''a_1a_3\,,$$

$$A_2 = K + K'a_2 + K''a + K'''aa_2\,, \quad A_3 = K + K'a_3 + K''a_1 + K'''a_1a_3\,.$$

Die Grössen c, b, e, m, n, K, K', K'', K''' sind alle rationale Zahlen.

Auf diese Weise lässt sich aber die Gleichung $x^5 + ax + b = 0$ nicht auflösen, so lange a und b beliebige Grössen sind.

Ich habe ähnliche Lehrsätze für Gleichungen vom 7ten, 11ten, 13ten etc. Grade.

— —

X. ABEL A HANSTEEN

Dresde, 29 mars 1826.

Très honoré monsieur le Professeur.

Je vous remercie vivement, monsieur le Professeur, de vos salutations amicales dans la lettre de Boeck. Vraiment j'avais peur de m'être exprimé dans ma dernière lettre d'une manière un peu singulière, et peut-être l'ai-je fait. En général il faut que je vous prie de passer avec moi sur bien des choses, surtout en ce qui regarde la forme. — Vous m'avez complètement rassuré pour ce qui est de mon avenir, et vous m'avez par là rendu un vrai service, car j'avais quelques craintes, trop, peut-être. — J'éprouve une joie infinie à l'idée de rentrer au pays, et de pouvoir être en mesure de travailler tranquillement. J'espère que tout ira bien, je ne manquerai pas de sujets d'ici plusieurs années, et il m'en viendra encore pendant le voyage,

car justement il me passe en ce moment beaucoup d'idées par la tête. La mathématique pure dans son sens le plus strict doit être à l'avenir mon étude exclusive. Je veux m'appliquer de toutes mes forces à apporter un peu plus de clarté dans la prodigieuse obscurité que l'on trouve incontestablement aujourdhui dans l'analyse. Elle manque à tel point de plan et d'ensemble, qu'il est vraiment tout à fait merveilleux qu'elle puisse être étudiée par tant de gens, et le pis est qu'elle n'est pas du tout traitée avec rigueur. Il n'y a que très peu de propositions, dans l'analyse supérieure, qui soient démontrées avec une rigueur décisive. Partout on trouve la malheureuse manière de conclure du particulier au général, et il est très singulier qu'avec une pareille méthode, il ne se trouve malgré tout que peu de ce qu'on appelle paradoxes. Il est vraiment très intéressant d'en rechercher la raison. — A mon avis cela provient de ce que les fonctions dont l'analyse s'est occupée jusqu'ici peuvent, la plupart, être exprimées au moyen de puissances. Aussitôt que d'autres interviennent, ce qui, il est vrai, n'arrive pas souvent, alors ça ne va plus, et de conclusions fausses découlent une foule de propositions incorrectes qui s'enchaînent. — J'en ai examiné plusieurs, et j'ai été assez heureux pour les tirer au clair [la plupart]. Pourvu qu'on emploie une méthode générale, ça va encore; mais j'ai dû être extrêmement circonspect, car les propositions une fois admises sans démonstration rigoureuse (c'est à dire, sans démonstration) se sont si fortement enracinées en moi, que je suis à chaque instant exposé à m'en servir sans y regarder de plus près. Ces menus travaux figureront dans le Journal publié par Crelle. — J'ai vraiment fait en cet homme une connaissance tout-à-fait excellente, et je ne puis assez louer mon heureuse étoile qui m'a conduit à Berlin. En vérité, je suis au fond un homme chanceux. Il y a peu de gens, il est vrai, qui s'intéressent à moi, mais ceux-là me sont infiniment précieux, parcequ'ils m'ont témoigné une si extrême bonté. Pourvu que je réponde en quelque mesure aux espérances qu'ils ont en moi; car ce doit être dur de voir la peine qu'on se donne en faveur de quelqu'un perdue. — Il faut que je vous raconte une offre que m'a faite Crelle avant mon départ de Berlin. Il voulait absolument me persuader de rester à Berlin pour toujours, et me décrivait les avantages que j'en pourrais avoir. Si je voulais, il m'offrait la direction du Journal, qui réussit bien, même pécuniairement. Il semblait vraiment que cela lui tînt à cœur, mais naturellement je refusai. Cependant je dus exprimer mon refus sous une forme voilée, disant que je le ferais si je ne trouvais pas de quoi vivre dans mon pays (ce que je ferais en effet). Comme conclusion,

il dit qu'il renouvellerait son offre n'importe quand je voudrais. Je ne peux nier que cela m'a beaucoup flatté, mais n'était-ce pas aussi bien joli? Je dus au moins lui promettre une chose très formellement, savoir, de revenir à Berlin avant la fin de mon voyage à l'étranger, et je peux en retirer du reste le plus grand profit. Il m'a donné en effet promesse tout-à-fait sûre de me procurer un éditeur pour mes mémoires plus étendus, et même, croiriez vous? avec des honoraires importants. Nous avons d'abord examiné entre nous si nous publierions ensemble de temps en temps une suite de travaux étendus, et cela devait commencer tout de suite; mais après un plus mûr examen, et après consultation avec un libraire à qui l'édition fut offerte, on considéra comme le mieux d'attendre jusqu'à ce que le Journal fût tout-à-fait lancé. Quand je reviendrai à Berlin, j'espère que notre plan pourra se réaliser. N'est ce pas magnifique? et n'ai-je pas raison de me féliciter d'être venu à Berlin? Il est vrai que je n'ai rien appris des autres pendant mon séjour, mais je n'ai pas non plus considéré cela comme le but véritable de mon voyage. Les relations doivent être l'affaire principale en vue de l'avenir. N'est-ce pas votre avis?

A Freiberg, où je suis resté un mois chez Keilhau, j'ai fait la connaissance d'un jeune mathématicien plein d'ardeur, un frère de Naumann[1], qui a été en Norvège. C'est un homme fort agréable, et nous nous entendions bien ensemble.

Vous écrivez dans votre lettre à Boeck, que vous vous demandez ce que je veux faire à Leipzig et aux bords du Rhin, mais j'aimerais savoir ce que vous direz si je vous raconte maintenant que je vais aller à Vienne et en Suisse. J'avais d'abord pensé aller directement de Berlin à Paris, ce que j'espérais faire en compagnie de Crelle, mais il a eu des empêchements, et j'aurais donc voyagé seul. Or je suis ainsi fait que je ne supporte pas du tout, ou du moins très difficilement, d'être seul. Je deviens alors tout triste, et je ne suis pas alors dans la meilleure disposition pour faire quelque chose. Je me suis donc dit que le mieux était de partir avec Boeck etc. pour Vienne, et je peux aussi justifier cela, ce me semble, puisqu'à Vienne il y a Littrow, Burg[2] et d'autres. Ce sont vraiment des mathématiciens distingués, et à cela s'ajoute que je ne voyagerai guère qu'une fois dans ma vie. Peut-on me reprocher de désirer aussi voir quelque chose de la vie et des manières du sud. Je peux aussi travailler assez bien pendant ce voyage. Une fois à Vienne, pour aller à Paris, la ligne droite traverse presque la Suisse. Pourquoi n'en verrais-je pas aussi quelque chose? Pardieu! Je ne suis pourtant pas tout-à-fait dénué du sens des beautés de la nature. Le voyage entier me fera arriver à Paris deux mois plus

tard, et cela n'a pas d'importance. Je rattraperai bien cela. Ne croyez vous pas qu'un tel voyage me fera du bien?

De Vienne à Paris je voyagerai probablement en compagnie de Keilhau. Alors nous nous mettrons furieusement au travail. — Je pense que ça ira bien. —

A Vienne j'avais des lettres de recommandation de Crelle pour Littrow et Burg. Ma vanité me pousse à transcrire un passage de la lettre à Littrow. Après avoir parlé du Journal, il dit:

„M. Abel, de Christiania en Norvège, qui vous remettra cette lettre, est aussi un assidu collaborateur du Journal, et non un de ses moindres ornements. Ce jeune homme possède ma haute estime, et je désire le recommander aussi à votre bonté et votre bienveillance très distinguées. Le haut degré de distinction comme mathématicien qu'il a déjà acquis donne à la science les espérances les plus vives.“*

Nous resterons à Vienne environ un mois, et nous nous séparerons probablement deux par deux. Boeck et Keilhau passeront par Trieste et Venise pour traverser le Tyrol et la Suisse, et Møller et moi irons à Paris. — Pour cette dernière ville j'aurai des lettres de recommandation du Professeur Dirksen, de Berlin, à Humboldt[3] et d'autres. Je désirerais y avoir seulement moitié autant de chance qu'à Berlin, ce serait parfait. —

Keilhau et Boeck sont sortis aujourd'hui de très bonne heure pour faire des expériences avec l'appareil à oscillations, tandis que nous autres (Møller, Tank et moi) restions couchés. Ils auront une sérieuse série d'observations. Ils envoient tous leurs compliments.

Nous avons tous présenté nos devoirs à M. Irgens-Bergh[4]. Hier soir il avait été assez aimable pour nous envoyer des billets pour le Casino de la Noblesse, où l'on ne danse qu'en escarpins,** et ainsi nous avons été des nobles ce soir-là. M. de Keilhau, M. d'Abel, etc. Nous y avons vu les Incroyables du tout Dresde élégant. Aujourd'hui nous avons été invités à un diner chez Bergh. Nous y avons vu Baggesen[5]. Il est très faible. On dit que la bouteille en est la cause. — Nous avons aussi fait la connaissance du peintre Dahl[6], de Bergen. Il partira bientôt pour la Norvège, qu'il ne quittera guère avant 1827. —

* Cette citation est en allemand dans le texte.

** En français dans le texte.

Vous avez été assez bon, M. le Professeur, pour me promettre une lettre bientôt. Je ne l'ai pas encore reçue, mais la raison en est probablement qu'elle fait quelques détours. Je me suis arrangé pour que Maschmann me l'envoie à Vienne. Je serai extrêmement heureux d'avoir des nouvelles de vous et de ma seconde mère. —

De temps en temps je prendrai la liberté de vous écrire, non que je me flatte que cela vous intéresse beaucoup, mais parceque j'y trouve moi même grand plaisir. De ma part vous ne devez naturellement pas attendre d'intéressantes notes de voyage accompagnées de descriptions esthétiques. Je dois laisser cela à mes compagnons de voyage mieux doués, spécialement à Keilhau. —

Je vous prie de présenter mes compliments à Holmboe, mais en même temps de lui dire que ce n'est pas bien de ne pas m'avoir écrit. Mais peut-être je suis injuste envers lui, sa lettre est peut-être en route. —

Au revoir, M. le Professeur, et portez vous aussi bien que je le souhaite. Votre dévoué

N. H. Abel.

Vous serez peut-être assez bon pour faire tenir à ma sœur le billet ci-joint. Mes compliments les plus respectueux au Professeur Rasmusen, mais surtout à Madame Hansteen et à Charite. —

XI. ABEL A HOLMBOE

Vienne, 16 avril 1826.

Cher ami.

Enfin j'ai reçu une lettre de toi; je croyais presque que tu m'avais complètement abandonné; j'ai eu d'autant plus de plaisir à la recevoir. Je suis arrivé à Vienne le 14 au soir, et j'ai reçu ta lettre le 16, envoyée de Berlin par Maschmann. Tu n'aurais guère pensé que j'irais à Vienne, mais il m'a semblé que je ne devais pas laisser échapper la bonne occasion qui me permettait de faire ce voyage en compagnie de Boeck et de Keilhau. Et je voyagerai plus loin encore, à Trieste et Venise, Vérone, Turin (pour aller voir Plana), puis à Paris. Chemin faisant, nous ferons quelques petits crochets d'une cinquantaine de milles en Tyrol, Suisse etc. Pourtant le voyage n'est pas encore tout à fait décidé. Je l'abrégerai

un peu, pour ma part. Tu trouves sans doute que c'est mal de gaspiller tant de temps en voyage, mais je ne crois pas que cela puisse s'appeler gaspiller. Dans un pareil voyage on apprend bien des choses curieuses qui peuvent m'être plus utiles que si j'étudiais les mathématiques sans reprendre haleine. Et puis tu sais qu'il me faut toujours des périodes de paresse, pour pouvoir prendre de nouveau mon élan avec des forces nouvelles. Quand j'arriverai à Paris, ce qui aura lieu vers juillet ou août, je me mettrai au travail avec fureur. J'étudierai et j'écrirai. J'achèverai mes études de calcul intégral, la Théorie des fonctions elliptiques etc.,* que j'ai sérieux espoir, avec l'aide de Crelle, de faire imprimer à Berlin lorsque j'y reviendrai, ce que je ferai si j'ai assez d'argent, comme je l'espère. Cependant c'est effrayant, quelle masse d'argent s'en va. Il faut vivre dans des hôtels, et ça monte terriblement la dépense, et à cela s'ajoute qu'ici, à Vienne, on est si diablement tenté de vivre largement. Le Viennois est extrèmement sensuel, et aime surtout le boire et le manger. L'homme qui nous a visité nos effets à la douane mangeait, bref tout mange. L'autre jour j'ai remarqué quelqu'un qui commençait son repas en déboutonnant son pantalon. C'est effroyable, ce qu'il a englouti. — Vienne est une grande ville, et Berlin n'est rien en comparaison, au point de vue de ce qu'on appelle städtisch. Une foule immense dans les rues qui sont souvent étroites, de hautes maisons (4, 5, 6 étages), avec, à n'en plus finir, des boutiques, des églises etc.

La plus haute tour, celle de St. Etienne, est la plus haute que j'aie vue. Je demeure dans le voisinage. A l'intérieur elle est splendide, et l'on y fait du catholicisme à force sans désemparer. Le service divin a vraiment beaucoup de grandeur, et il n'y a pas à s'étonner que la foule l'aime. — Il y a 5 théâtres à Vienne, que je dois visiter tous, un dans la ville et 4 dans les faubourgs. Parmi ceux-ci, celui qui est dans Leopoldstadt est à part, et l'on a occasion d'y étudier le viennois: car on n'y représente presque que des pièces relatives à Vienne, et surtout à ses habitants de la classe inférieure. On s'y porte en foule. Ce théâtre s'appelle beym Casperl parceque le rôle comique principal était autrefois celui d'un écuyer** nommè Casperl. Aujourd'hui on voit surtout le fabricant de parapluies Staberl: personnification de la classe des artisans à Vienne. — Personnage infiniment comique. J'y ai été une fois et je me suis bien amusé. Dans le public,

* En français dans le texte.

** En allemand dans le texte: Schildknappe.

c'est un tumulte formidable d'aupplaudissements et de cris sans discontinuer. — D'ailleurs la plupart des pièces qu'on y joue sont un fatras sans fin des histoires les plus absurdes et des caricatures les plus outrées. Mais les acteurs sont excellents. — J'ai été encore à un autre théâtre, le théâtre i. et r. de la Cour, qui est très grand. On y donnait une très bonne pièce, extrêmement bien jouée, comme bien on pense. Un théâtre hors ligne est vraiment un plaisir tout-à-fait exquis C'est une chose qui nous manque absolument, et que sans doute nous n'aurons jamais. — Il est bon d'y aller aussi pour la langue. On y entend le plus pur et le meilleur. Je peux dire que ce que je sais d'allemand, je l'ai appris aux théâtre de Berlin, car en dehors de cela je n'ai eu que très peu d'occasions d'en entendre. Maintenant ça va très bien, et je peux me débrouiller partout sans difficulté. J'ai plus peur du français, mais ça marchera aussi quand j'en aurai besoin. — On est ici très méfiant à l'egard des étrangers, et l'on vous y interroge de telle manière que cela nous parait bien bizarre. On a demandé à Keilhau qui était son père, et il a dû raconter toute l'histoire de sa vie. — Pour avoir permission de vivre à Vienne il faut fournir caution que l'on a de quoi vivre.

A la fin de février je suis parti avec Keilhau, par Leipzig, pour Freyberg, où je suis resté un mois pour terminer un mémoire qui doit être inséré dans le Journal. Je l'ai écrit en allemand, et il sera imprimé tel qu'il a été écrit. (N'est ce pas fameux?) — J'ai avec Crelle une correspondance fréquente. J'ai déjà reçu de lui 2 longues lettres et j'attends la troisième. Mon voyage avec lui ne s'est pas arrangé, car il ne partira même probablement pas. Pourtant il est possible que je le retrouve à Paris. De Freyberg, je suis allé, en compagnie de Keilhau et de Møller (qui nous avait rejoints), à Dresde, la jolie ville. Nous y sommes restés 8 jours, et après nous sont arrivés Boeck et Tank, en sorte que nous étions 5 norvégiens. Nous y avons vu Berg, chez qui nous avons fait un repas monstre avec le peintre Dahl et Baggesen, en sorte que nous étions seulement des danois et des norvégiens. Ensuite nous nous sommes dirigés plus loin vers le sud à trois, Boeck, Keilhau et moi, et nous sommes arrivés à Prague après deux jours et demi de voyage en voiture. — Sitôt que l'on a passé la frontière de Bohême, tout change, paysage, gens, etc., etc. Lorsque nous étions sur l'Erzgebirge il neigeait, et lorsque nous fûmes descendus en bas de la vallée, il faisait le plus beau temps du monde dans un très beau pays extraordinairement fertile. — Dès que l'on arrive en Bohême, on commence à voir partout des statues de saints le long des chemins, nous en avons

vu un grand nombre, parmi lesquels revenait souvent Népomucène. Mais auprès de ces statues nous avons vu aussi un grand nombre de mendiants, surtout des aveugles. Ils restent sur le chemin toute la journée. — Le premier jour nous avons été jusqu'à Teplitz, qui est connu pour ses bains chauds. Il y vient pendant les mois d'été une masse énormes de gens riches, malades et bien portants. En quittant Teplitz, on arrive en haut du Mittelgebirge, d'où l'on a une vue d'une immense étendue sur la Bohême, qui n'est presque qu'une plaine sans limites, et extrêmement fertile.

Après un voyage d'un peu plus d'un jour, nous avons traversé cette plaine jusqu'à Prague, où nous étions convenus de rester deux jours environ, mais nous y sommes restés 8 jours pleins, Boeck ayant trouvé diverses choses d'histoire naturelle qui l'intéressaient. Pendant ce temps j'ai circulé dans la ville, j'ai été au théâtre, qui est un des meilleurs d'Allemagne etc. J'y ai vu un acteur de Munich, Eslair, que l'on dit être le plus remarquable de l'Allemagne. Je l'ai vu dans le Tell de Schiller, j'aurais voulu que tu voies ce jeu! A Prague j'ai été voir un certain David[1], professeur d'astronomie. C'était un vieux bonhomme maussade, et qui semblait avoir grand peur des étrangers. J'en conclus que ses connaissances devaient être fort minces. Il y a un autre mathématicien à Prague, Gerstner[2], qui, parait-il, a du talent; mais lorsque j'ai entendu qu'on l'appelait un *Veteran*, j'ai eu peur; car ce nom là est celui qu'on donne ordinairement à ceux qui ont fait quelque chose autrefois, mais qui ne sont plus bons à rien. Et j'ai bien fait de ne pas y aller, car il parait, d'après ce que j'ai entendu dire depuis, qu'il ne peut presque plus ni voir ni entendre. Prague n'est pas une vilaine ville, et est très joliment située. Il y a une partie qui est très élevée, et que l'on appelle Hradschin, et d'une tour qui est dans cette partie on a une vue immense. De là on peut voir à la fois le Mittelgebirge, l'Erzgebirge et le Riesengebirge, du moins quand il fait très clair. — J'ai été là haut, mais je n'ai pas pu voir tout cela parceque le temps n'était pas favorable. Derrière le Hradschin se trouve l'observatoire dont s'est servi Tycho Brahé. Les bâtiments servent maintenant d'établissement militaire. — On peut voir aussi le tombeau de Tycho Brahé dans une des innombrables églises de la ville. — D'ailleurs les manières sont assez grossières à Prague. Chapeau sur la tête au théâtre etc., et dans les restaurants, c'est bien vilain. On ne voit que d'affreuses gens; des femmes avec de grandes cruches de bière devant elles etc. On boit énormément de bière dans les états autrichiens que nous avons parcourus

jusqu'à présent. La première question que l'on vous pose dans tout restaurant est: *Schaaffens Bier Gnaaden,* mais nous tenons toujours pour les vins qui sont très bons ici, je trouve, et pas très chers. Deux bouteilles de bon vin coûtent à peu près un mark norvégien et demi.* Mais on peut aussi avoir du vin qui coûte 4 ducats la bouteille. — De Prague nous sommes partis avec un cocher de louage qui devait nous mener à Vienne pour 24 species, ce qui n'est pas cher pour un chemin de 40 milles. Nous avons voyagé très confortablement dans une voiture fermée (Glaswagen). A quelques milles de Prague nous étions tout au bord de l'Elbe et nous pouvions en même temps voir le Riesengebirge qui était couvert de neige. Nous avions une chaleur de près de 20 degrés, qui était surtout gênante pour nos observations magnétiques, que nous faisions principalement deux fois par jour, à midi et le soir. Sur la route de Prague à Vienne on voit une énorme quantité de villes, et l'on ne fait presque pas attention à certaines d'entre elles qui chez nous ne passeraient pas pour négligeables. Dans les auberges où nous nous sommes arrêtés, c'était en général bon et bon marché, mais on n'y trouvait pas, loin de là, la propreté de l'Allemagne du Nord. — Le pays au sud de Prague n'est pas aussi plat que la partie nord, mais très fertile. Quand on arrive au contraire en Moravie, il prend un aspect plutôt stérile, et ressemble à bien des régions de Norvège. — Mais cela change subitement quand on arrive en Autriche. — C'est le pays le plus fertile que j'aie vu, et si bien cultivé. Il n'y a pas un endroit qui ne soit champ ou vignoble. — Il nous arrivait souvent, en regardant autour de nous, de ne voir qu'un seul champ à perte de vue. — Les prairies sont extrêmement rares. — Après quatre jours de voiture nous sommes arrivés à Vienne peu de temps avant le coucher du soleil. De très loin déjà nous pouvions voir la pointe de la la tour de St. Etienne, qui est extrêmement haute. Quelque temps après nous voyions toute la ville défiler devant nous, et bientôt nous traversâmes un bras du Danube. Après avoir subi une visite d'octroi bénigne, et traversé le pont Ferdinand et Leopoldstadt, nous entrâmes dans la ville, pour descendre de voiture dans l'hôtel le plus cher de toute la ville, qui s'appelle *Zum wilden Mann.* — Nous y sommes encore, mais nous allons déménager aujourdhui. Nous avons loué un appartement pour lequel nous devrons payer 30 fl. par mois, soit à peu près 15 species. C'est très cher. Vienne en général est très cher, surtout pour des étrangers, naturellement. Notre dîner nous coûte au

* 2 f. 10. (le mark est la cinquième partie d'un speciedaler).

moins 1/2 sp. par personne, et pourtant ce serait mal de dire que nous vivons luxueusement, surtout en comparaison des Viennois qui mangent énormément. — L'autre jour nous avons été chez un oncle de Møller[3], qui demeure dans la ville et s'est depuis longtemps converti à la religion catholique. Il nous a reçus très aimablement, et nous a invités à dîner chez lui. Il a presque oublié le norvégien pour le parler; mais il le comprend bien. — Il est marié et a un fils déjà grand. Nous avons été aussi chez l'ambassadeur suédois et nous dînerons chez lui demain. — J'ai des lettres de recommandation de Crelle pour Littrow et Burg, mais je n'ai pas encore été chez eux: l'un n'est pas en ville, et je n'ai pas encore pu savoir où trouver l'autre (Littrow). Cet après-midi je vais l'aborder „à corps perdu" (comme on dit).* Il parait que c'est un homme très obligeant. Il y a ici plusieurs jeunes mathématiciens de mérite, entre autres un qui s'appelle Hansteen[4], que l'on dit tout à fait distingué. J'espère pouvoir faire sa connaissance, ainsi que des autres. Maintenant je n'ai plus peur du tout d'accoster les gens. Au commencement cela me paraissait un peu singulier. Mais en voyageant on acquiert la mesure d'effronterie nécessaire pour se présenter. — Ton idée d'aller à Paris pendant les vacances me serait doublement agréable, si je pouvais y être à ce moment-là, mais je ne crois pas que cela arrive. Et puis tu auras de la peine à te rendre libre, avec les examens etc. —

(Fais lire ma lettre à Hansteen, si tu veux, entends-tu).

Vienne, le 20 avril 1826.

J'ai enfin été renseigné sur Littrow hier. J'ai été chez lui à 7 h. du matin; car il passe presque toute la journée à l'Observatoire.

Il m'a très bien reçu, a parlé de toutes sortes de choses, et m'a invité à venir le voir souvent, et à dîner dimanche. J'espère avoir beaucoup de satisfaction de sa connaissance. C'est un homme très vif, de la stature de Hansteen, à qui il ressemble beaucoup; mais on dit aussi que c'est un gaillard colérique. — Sitôt que quelque chose ne lui plait pas, il jette feu et flamme. — Il a fait un grand éloge de A. Burg; je n'ai pas encore vu celui-ci, mais j'espère aujourd'hui le rencontrer chez Littrow à l'observatoire. — Il sera très prochainement nommé professeur à

* Paa *Cadaveret,* expression allemande traduite en norvégien par Abel. La parenthèse est en allemand dans le texte: (wie man so zu sagen pflegt).

l'université. Il était jusqu'ici seulement professeur à l'Institut polytechnique. Il y a encore plusieurs autres jeunes mathématiciens. Hier nous avons dîné chez l'ambassadeur suédois le baron Croneberg.[5] Il n'y avait que nous trois et trois dames, le baron et sa femme. C'était un vrai repas viennois. On a mangé énormément; surtout la belle-mère du baron, viennoise de naissance. Je ne me suis pas négligé non plus, mais je n'ai guère envie de recommencer. —

En ce moment il fait très froid ici à Vienne, contre l'ordinaire; j'ai si froid aux doigts que je peux à peine écrire, je te prie donc de m'excuser si mon écriture est peu lisible. — Je ne voudrais pas être à Vienne pour toujours, le vent y souffle toute la journée, et d'une manière effroyable. Il y a une poussière à ne pas y tenir. — Aussi une énorme quantité de gens y meurent de pneumonie. —

Quant à tes recherches sur les expressions de π et autres arctang. je n'ai pas encore vu les formules que tu donnes. Je crois que le tout, présenté d'ensemble, ferait bien. — Quant à mes mémoires, il vaut mieux certainement ne les insérer que rarement, parcequ'ils ne sont pas absolument à leur place dans le Magazin. D'ailleurs ceux que tu as, et d'autres encore sont à ta disposition avec le plus grand plaisir. — Ton offre de m'écrire m'est extrêmement précieuse. — Voici l'adresse pour la prochaine lettre:

A Monsieur
Monsieur N. H. Abel de Christiania en Norvège
Addresse: M^s. Frères Schielin
à
fr Hamburg Venise (Venedig).

mais il faut que tu écrives tout de suite, sans quoi je ne recevrai pas ta lettre, et écris l'adresse distinctement, et aussi complètement que je l'ai écrite.

Mes salutations extrêmement empressées à Hansteen et à Madame Hansteen, et dis leur que je n'ai encore reçu aucune lettre. J'ai écrit à Hansteen de Dresde. Prie Madame Hansteen d'ajouter quelques lignes pour moi dans la lettre. Il faut qu'elle fasse cela. — Je lui écrirai dans quelque temps. — Porte toi bien, et salue mes connaissances que tu rencontreras. —

Ton ami
N. H. Abel.

XII. ABEL A HANSTEEN

Grätz, 28 mai 1826.

Monsieur le Professeur Hansteen.

Rien ne pourrait m'être plus agréable, M. le Professeur, que de pouvoir vous envoyer, comme je l'ai promis, le premier fascicule, maintenant paru, du Journal mathématique, mais lorsque j'ai quitté Berlin il n'était pas encore tout à fait prêt; je dois donc vous prier de m'excuser. Quand je reviendrai j'apporterai toute l'histoire.* — L'impression va bien. Le second fascicule sera bientôt prêt, et le troisième suivra tout de suite. Dans le second fascicule il y aura toute une série de petits articles de moi, et dans le troisième deux grands. J'ai reçu récemment une lettre de Crelle. Il viendra probablement à Paris, où je le rencontrerai, ce qui me fait grand plaisir. A Vienne j'ai été voir Littrow très souvent, et j'ai trouvé en lui un homme excellent. Il m'a donné une lettre de recommandation pour le directeur de l'observatoire de Paris, Bouvard[1], ce qui, j'espère, me sera d'un très grand avantage. Littrow m'a demandé quelques articles pour les *Annalen der Sternwarte,* et je profiterai naturellement de cette bonne occasion pour me produire un peu. — Littrow a une femme fort aimable, avec qui il a eu douze enfants, bien qu'elle n'ait encore que 34 ans. Elle est polonaise et prise beaucoup, dans sa jeunesse elle fumait aussi comme un turc (ainsi s'est exprimé son mari). En revanche elle a raconté d'autres jolies histoires sur son compte. — Littrow vient de publier une astronomie populaire, qui me paraît très bien. Bientôt paraîtra une troisième partie de son astronomie savante, la partie physique. J'arriverai à Paris avec Møller dans six semaines environ. Je me flatte d'y trouver quelques mots de vous ou de votre femme; car malheureusement je n'ai pas encore été assez heureux pour cela. — Ce sera pour moi d'un grand encouragement, et plus cher que je ne peux le dire. Quand je serai à Paris je vous écrirai quelques lignes sur la manière dont j'y serai reçu, en même temps que sur une autre affaire importante pour moi, mais dont je n'ose vous importuner encore. — Mes complimens les respectueux à votre épouse et à Charite.** Votre

ABEL.

Je vous prie de saluer B. Holmboe et ma sœur quand vous la verrez.

---

* En allemand dans le texte.

** En français dans le texte.

XIII. ABEL A HOLMBOE

Bolzano (Botzen dans le Tyrol italien)
le 15 juin 1826.

Je viens de recevoir ta lettre datée du 22 mai, merci mille fois, car tu ne peux t'imaginer combien je suis heureux d'avoir des nouvelles du pays, et surtout de toi. La lettre m'est parvenue ici à Botzen, car lorsque j'étais à Venise il y a 8 jours elle n'était pas encore arrivée. Tu peux voir avec quelle précision je compte le temps. Je suis heureux que mon voyage te plaise en général, et je crois aussi qu'il n'est pas mal combiné. Tu ajoutes que ce doit être une vie agréable; je donnerais beaucoup à présent pour n'avoir pas fait ce voyage, mais cela t'étonnera peut-être si je dis que je suis très content d'en être où je suis, et particulièrement hors d'Italie. Ce que j'ai vu m'a extrêmement intéressé, mais c'est un affreux pays pour le voyageur. Je vais rapidement te raconter mon voyage. J'ai quitté Vienne en compagnie de Møller et de Tank le 25 mai dernier à 10 heures du soir par la Eilpost (ainsi nommée parcequ'elle va assez vite, mais cependant pas aussi vite que les voitures ordinaires en Norvège. Dans l'Allemagne du nord on appelle cette même poste Schnellpost, ou par moquerie Sneelpost[1], parce que là elle se traine un peu plus lentement) pour aller à Grätz, qui est à un peu plus de vingt milles de Vienne. On éprouve un sentiment singulier à quitter pour toujours une ville si grande et si variée, surtout quand on s'y est beaucoup amusé. J'étais de mauvaise humeur et j'ai passé une nuit horrible, presque sans dormir, comme tu peux penser. Sitôt qu'un jour pâle nous éclaira, la première chose que je fis fut d'étudier mes compagnons de voyage, et après un certain temps d'examen je conclus qu'il y avait dans la voiture, outre nous trois, 2 allemands et 3 italiens, tous gens vulgaires, surtout un Kaufmann von Venedig, qui faisait un vacarme effroyable. Entre Vienne et Grätz à peu près à mi-chemin, on passe un col des Alpes appelé le Sémering, et c'est la frontière entre l'Autriche et la Styrie. Le pays commence à devenir très beau, je croyais être en Norvège, tellement la Styrie y ressemble. La route longeait une vallée assez étroite où coule la Mur, qui contribue beaucoup à animer la scène; à chaque instant un nouveau, bel aspect; mais si le pays était beau, les gens ne l'étaient pas. On y rencontre partout des goîtreux. C'est épouvantable à voir. On dit que cela vient de l'eau. Au sud de Grätz cette maladie

devient plus rare. — Nous sommes arrivés à Grätz fatigués, à 8 h. du soir, et sitôt le repas absorbé nous sommes allés nous coucher. Møller et moi nous avons consacré la journée suivante à visiter l'endroit qui est extrêmement beau, on a surtout une vue merveilleuse d'une montagne qui est située juste à l'entrée de la ville. Pendant que nous étions à table, Boeck et Keilhau entrèrent; ils étaient partis de Vienne à pied quelques jours avant nous, et avaient suivi une autre route où ils s'étaient amusés énormément, mais avaient été fort empêtrés par la neige épaisse. Cela nous fit grand plaisir, car nous ne savions ce qu'ils étaient devenus, et c'était un hasard qu'ils arrivassent où nous étions. — Grätz est une jolie ville de 40000 habitants, elle a un beau théâtre neuf où nous sommes allés tous les soirs, car nous allions dire adieu au théâtre allemand, où nous avions pris grand plaisir. — Le 29 mai je quittai Grätz en compagnie de Boeck, Keilhau et Møller. Nous avions engagé un „Lohnkutscher" qui devait nous conduire à Trieste en 4 [jours] ½ pour 44 fl. (environ 21 sp.). Nous fîmes un voyage très agréable. Le pays est excessivement beau. Champs fertiles, grands fleuves (Mur, Save, Drave) et hautes montagnes font un bel effet. Par contre les nuits ne furent pas aussi agréables, car les auberges sont mauvaises. Tout est odieusement sale, mais très bon marché. — Ce que nous avons rencontré de plus remarquable en route, c'est la célèbre caverne souterraine près d'Adelsberg, à quelques milles de Trieste. Cette cave a une étendue de plusieurs milles sous la montagne, et il faut 24 heures pour arriver jusqu'où on est parvenu jusqu'à présent. Elle s'étend encore plus loin; mais on est arrêté par une fosse profonde et large. — Nous n'avons fait qu'y pénétrer. A travers la même montagne coule une rivière qui reste cachée aux yeux sur un espace de 3 milles. Nous avons vu son entrée et sa sortie. — Le 5me jour nous sommes arrivés en Italie et nous avons dîné dans la première ville italienne, Sessana. Les gens étaient allemands, mais la nourriture italienne, macaroni etc. Nous dûmes nous contenter d'un repas maigre, parce que c'était un vendredi. — Le vin rouge y est appelé vin noir, et en effet ce nom lui convient assez. Il semblait devoir être bien fort; mais il n'est pas fameux. — Nous n'étions plus très loin de la mer, et bientôt nous approchâmes d'un endroit d'où on peut la dominer. Nous descendîmes de voiture pour mieux jouir de la vue. Tout à coup l'Adriatique est apparue devant nous. En bas, à nos pieds, Trieste. Dans le golfe beaucoup de vaisseaux, d'un côté nous voyions la cote d'Istrie, et de l'autre jusqu'à celle de Vénétie. La vue était certainement très belle, mais il n'y a pas à la comparer, loin de là, avec celle qu'on a

d'Egeberg.* Mais sur nous, qui avions dû rester si longtemps loin de la mer, elle nous causa naturellement une impression agréable, d'autant plus que c'était l'Adriatique que nous voyions. — Nous descendîmes la côte en voiture, et nous fûmes bientôt dans Trieste, où nous entrâmes à l'*Albergo all'aquila nera* (zum schwarzen Adler). Avant d'arriver à régler nos affaires nous dûmes nous échiner avec 4 langues, le norvégien, l'allemand, le français et l'italien, et nous nous sommes servis journellement de ces 4 langues tant que nous avons été en Italie. — La première chose que nous fîmes fut d'aller nager; nous eûmes beaucoup de difficultés pour obtenir une barque, car personne ne comprenait l'allemand ni le français, et nos connaissances en italien étaient extrêmement légères. Enfin une cinquième langue, l'anglais, nous tira d'embarras, lorsque nous eûmes la chance de tomber sur un matelot anglais: Møller parle anglais. — Trieste est une très jolie ville de 36000 habitants, au commerce actif. D'innombrables nations y grouillent. On y trouve certes toutes les nations européennes, y compris les Turcs et les Grecs; en outre il y a des Arabes et des Egyptiens. — Il y avait aussi dans le port 4 navires norvégiens chargés de poisson, deux de Bergen et deux de Trondhjem. Nous avons causé avec les 3, et nous avons emmené l'un des capitaines de Bergen, ainsi qu'un autre norvégien, un certain Larsen[2], d'Arendal, qui a été consul à Gênes, dîner avec nous, et nous avons fait grande chère avec des vins classiques. Profitant du capitaine de Bergen, j'ai écrit un bout de lettre au lecteur** Bohr[3], et je lui ai adressé plusieurs livres que je le prie de t'envoyer. Je te prie de les recevoir et de les garder jusqu'à mon retour. — J'ai vu à Trieste la première comédie italienne *Il dottore e la morte.* En dehors du théâtre plusieurs des scènes les plus remarquables étaient peintes, avec le titre en lettres de deux pieds. — Le soir du 7 juin, à minuit, nous quittâmes Trieste tous les 5 avec le vapeur pour aller à Venise. A 8 h. nous aperçûmes les tours, et peu de temps après nous étions à l'ancre dans l'étrange ville. Il me semble que je ne peux pas croire que j'ai été à Venise. Nous étions dans le voisinage de la célèbre place S. Marc. Nous fûmes immédiatement entourés d'une infinité de gondoles qui voulaient toutes gagner quelque chose. Ces gondoles sont longues et étroites, portent au milieu une sorte de petite maison

* Colline qui domine Christiania à l'est, et d'où la vue s'étend à la fois sur le Bundefjord et le Christianiafjord.

** Bohr était professeur (Overlærer) au lycée de Bergen.

où l'on s'assied, et sont manœuvrées avec une rame. Nous en prîmes une, non sans avoir d'abord fait prix; car sans cela on serait volé; à Venise on est rançonné de toutes les manières. Il s'y trouve des rôdeurs, des mendiants, des filous, en telle quantité, qu'il faut être constamment sur ses gardes. Nous descendîmes à l'hotel Europa, qui nous avait été recommandé comme un des meilleurs, mais il était plutôt mauvais et assez cher. — Nous louâmes tout de suite un domestique pour nous conduire par la ville et nous en montrer les choses remarquables. Nous prîmes deux gondoles et nous voilà partis; car de même que dans d'autres villes on va en voiture ou à pied dans les rues, de même on circule ici dans les canaux qui remplacent les rues. On peut tout de même aller aussi partout dans Venise par terre, mais comme les rues sont très étroites et tortueuses, on préfère aller par eau. — Cela donne une triste impression de parcourir Venise. On voit partout des signes d'ancienne magnificence et de misère actuelle. Des palais magnifiques absolument déserts et beaucoup presque délabrés. Maisons affreusement laides où peut-être une ou deux pièces sont habitées. Ruines de monuments tombés et démolis qui ont été beaux autrefois. Tout accuse la décadence. On admet que plus de la moitié de la ville est déserte. Venise n'a pas plus de 80000 habitants. L'endroit le plus remarquable de la ville est la place S. Marc. C'est une place extrêmement belle, entourée des plus beaux bâtiments avec des colonnades interminables. Cette place est surtout animée vers le soir jusque tard dans la nuit. Les gens se rendent alors dans les innombrables cafés qui se trouvent derrière les colonnes. Sur l'un des côtés j'en ai complé 25 dont plusieurs très grands. De l'autre côté il y a des boutiques splendides. — Sur la place S. Marc se dresse, toute seule, une très haute tour, la tour S. Marc. Nous sommes montés tout en haut, et nous avons eu de là une jolie vue sur la ville. Elle est sûrement unique dans son genre, car on voit de l'eau partout, et aucune terre que très loin. En face de la tour est la magnifique église S. Marc, construite toute en marbre, et avec l'ornementation la plus splendide. Presque tous les murs sont incrustés de mosaïque, le parquet aussi etc . . . . Tout contre se trouve l'ancien palais des doges, sous le toit duquel se trouvaient autrefois les Plombs de Venise connus par l'histoire de Casanova. Ils ont été détruits par les Français. — Je pourrais te raconter encore beaucoup de choses sur Venise, mais il faut que j'abrège, car je veux aussi écrire à ma fiancée aujourd'hui. — Le 10 nous avons quitté Venise et nous sommes partis en deux gondoles pour Fussina, où nous avions engagé un vetturin qui devait nous conduire à Padoue. Nous y

fûmes en peu de temps, et nous prîmes place dans une magnifique voiture grande et spacieuse. Elle roula le long de la Brenta, au milieu du pays le plus fertile et le plus cultivé que l'on puisse imaginer. Le pays tout entier était plat comme un lac et tout à fait comme un jardin. Des champs de blé, des vignobles et des vergers à tout instant. — Après 6 heures de course environ nous fûmes à Padoue, qui est une ville horriblement laide, la plus laide que j'aie vue. Après avoir visité quelques églises etc.* et avoir passé une journée et une nuit coûteuses dans une mauvaise auberge, nous nous rendîmes le lendemain à Vincenza,** qui est située dans un pays délicieux. Nous y dînâmes, et nous arrivâmes le soir à Vérone après une course agréable. — Là nous avons visité plusieurs choses remarquables, telles qu'une porte qui remonte au temps des Romains, un pont construit par Vitruve sur l'Etsch,*** rivière qui traverse la ville, et avant tout un amphithéâtre antique immense où peuvent tenir 23 000 personnes. — Le 11 nous avons quitté Vérone, et suivant le cours de l'Etsch dans une étroite vallée bordée de montagnes extrêmement hautes nous sommes arrivés dans le Tyrol, et nous sommes parvenus hier, le 14, ici à Botzen. Nous allons maintenant faire une excursion de quelques jours dans la vallée de Fassa, et alentour dans les montagnes, après quoi nous partirons à toute vitesse pour Schaffouse et de là, Møller et moi, tout droit pour Paris, où j'espère me trouver dans un mois ou un peu moins. Pour Paris j'ai une lettre de recommandation de Littrow auprès de Bouvard, et je pense que cela me sera excessivement utile, car la lettre est bonne. — Enfin écris moi tout de suite, et autant de nouvelles que cette fois-ci, à l'adresse suivante: Mallet frères à Paris. — J'aurais bien voulu t'écrire beaucoup d'autres choses, mais j'ai trop peu de temps, et il faut que je m'arrête. Quand j'arriverai à Paris j'en écrirai davantage (lorsque j'aurai reçu ta lettre). Mes salutations tout à fait empressées à Hansteen et à Madame Hansteen. Si la lettre est partie je pourrai encore l'avoir. — Félicite le de la décoration.[4] Il fallait bien qu'il l'eût un jour. —

Salue mes connaissances que tu rencontreras, et écris tout de suite, n'est ce pas.

Ton ami

N. H. Abel.

---

* Nous avons vu entre autres la maison où Tite-Live a demeuré, et qui a été conservée jusqu'aujourd'hui.

** Vicence.

*** Adige.

XIV. ABEL A KEILHAU

Zurich le 15 juillet 1826

Tu t'étonneras sans doute de ne pas trouver ta malle et tes autres affaires à Schaffhausen; mais quand nous sommes arrivés à Bodensack il nous a paru qu'il serait plus intéressant de passer par Zurich pour voir quelque chose de plus de la Suisse. J'ai laissé les affaires en question à Zurich à l'adresse suivante

zum Schwerdt

où tu pourras les avoir en donnant ton nom.

Nous avons fait une excursion délicieuse du côté d'Insbrück, et l'on a . . . . . .* Nous avons trouvé les Tyrolermädchen fort agréables, et nous en avons emmené une en voiture un bout de chemin. La route de Bodensack à Zurich est aussi très jolie, mais encombrée d'une masse de crottin de cheval. — Nous vous souhaitons à tous deux une excursion réussie et agréable. De Paris je n'oublierai pas d'écrire à Genève et à Bâle. Adieu.

N. H. Abel.

En hâte. Midi environ, et nous allons repartir tout de suite.

XV. ABEL A CRELLE

8.) [Paris le 9 Août 1826.]

— —

Ich habe darin eine allgemeine Eigenschaft aller derjenigen Functionen, deren Differenzial algebraisch ist, aufgestellt. Diese Eigenschaft besteht darin, dass eine Summe einer beliebigen Anzahl Functionen durch eine bestimmte Anzahl der nemlichen Functionen ausgedrückt werden kann. Nemlich:

$$\varphi(x_1)+\varphi(x_2)+\varphi(x_3)+\ldots+\varphi(x_\mu)=v-\{\varphi(z_1)+\varphi(z_2)+\varphi(z_3)+\ldots+\varphi(z_n)\},$$

$x_1, x_2, \ldots x_\mu$ sind beliebige Grössen, $z_1, z_2, \ldots z_n$ algebraische Functionen dieser Grössen und v eine algebraisch-logarithmische Function derselben; n ist eine be-

* Le mot du texte norvégien était presque illisible, et n'offre pas de sens clair.

stimmte, von μ unabhängige Zahl. Ist z. E. φ eine algebraische Function, so ist $n = 1$, wie bekannt, aus Legendre's Th: etc. Wenn aber die Function nicht elliptisch ist, so kennt man bis jetzt keine Eigenschaften derselben. Als einen der merkwürdigsten Fälle werde ich folgenden hinschreiben:

Wenn man die Function

$$\int \frac{(\alpha + \beta x) . \partial x}{\sqrt{(a + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6)}}$$

durch $\varphi(x)$ bezeichnet, so ist

1. $$\varphi(x_1) + \varphi(x_2) + \varphi(x_3) = C - \{\varphi(y_1) + \varphi(y_2)\},$$

wo x_1, x_2, x_3 drei wilkürliche variable Grössen, C eine Constante und y_1, y_2 die zwei Wurzeln der Gleichung

$$y^2 - \left\{ \frac{c_2^2 + 2c_1 - a_4}{2c_2 - a_5} - x_1 - x_2 - x_3 \right\} y + \frac{\left(\frac{c^2 - a}{x_1 . x_2 . x_3}\right)}{2c_2 - a_5} = 0;$$

[sind.] Die Grössen c, c_1, c_2 sind durch die drei lineairen Gleichungen:

$$c + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 + x_1^3 = \sqrt{(a + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + a_3 x_1^3 + \ldots + x_1^6)},$$

$$c + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 + x_2^3 = \sqrt{(a + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \ . \ . \ . \ . \ + x_2^6)},$$

$$c + c_1 x_3 + c_2 x_3^2 + x_3^3 = \sqrt{(a + a_1 x_3 + a_2 x_3^2 + \ . \ . \ . \ . \ + x_3^6)}.$$

[bestimmt.] Durch diese Gleichung 1. ist die ganze Theorie der Function $\varphi(x)$ gegeben, weil diese Eigenschaft, wie man beweisen kann, diese Function völlig bestimmt.

— —

XVI. ABEL A HANSTEEN

Paris 12 août 1826.

Me voici enfin arrivé au foyer de tous mes vœux mathématiques, à Paris. J'y suis déjà depuis le 10 juillet. Vous trouvez que c'est un peu tard et que je n'aurais pas dû faire le long détour par Venise. Cher M. le Professeur, cela me fait beaucoup de peine d'avoir fait quelque chose qui n'a pas votre approbation; maintenant

que c'est fait, il faut que je me réfugie dans votre bonté, j'espère que vous avez assez de confiance en moi pour croire qu'en somme j'emploirai bien mon voyage. Certes, je le ferai. Pour mon excuse je n'ai rien d'autre à dire, sinon que mon désir était grand de regarder un peu autour de moi; voyage-t-on uniquement pour étudier ce qui est étroitement scientifique? Après cette excursion je travaille avec d'autant plus d'ardeur. A Botzen j'ai quitté Møller, Boeck et Keilhau, et je suis parti pour Paris le plus vite possible. D'Insbrück j'ai été au lac de Constance et j'ai vu un peu de la Suisse, me le reprocherez-vous? Cela m'a coûté deux jours et quelques skillings de plus que la ligne droite. J'ai été par Zurich, Zug, le lac des quatre cantons et Lucerne à Bâle. J'ai été aussi sur le Rigi, entre le lac de Zug et le lac des quatre cantons, d'où l'on a la vue la plus étendue de la Suisse. Je ne regrette vraiment pas ce petit détour. — De Bâle j'ai été en 3 jours et 4 nuits d'un trait jusqu'à Paris. — Pour me mettre mieux au français, je me suis logé dans une famille où j'ai tout pour 120 francs par mois. Le mari et la femme sont très aimables, et je suis bien, sauf que la chambre est très mauvaise et que je ne mange pas plus de deux fois par jour. J'ai eu beaucoup de peine à trouver cette installation; et je ne m'en serais peut-être pas tiré si par bonheur je ne m'étais rappelé le peintre Gørbitz,[1] dont vous avez parlé. Il s'est montré à mon égard aussi prévenant et obligeant qu'on peut le désirer. Je vais le voir souvent. Il vous présente ses compliments empressés. Il ira en Norvège l'été prochain. — J'ai été chez le directeur de l'observatoire, M. Bouvard, et je lui ai remis une lettre de recommandation de Littrow. Il a été „très amical",* m'a montré l'observatoire, qui naturellement est excellent, et s'est offert pour me présenter aux mathématiciens les plus remarquables quand je voudrais me rendre à l'Institut. Je n'ai cependant pas encore profité de cette offre, parceque j'aimerais d'abord pouvoir parler un peu français. En outre je veux avant tout avoir achevé un mémoire auquel je travaille, et que je veux présenter à l'Institut. Quand il sera fini, ce qui arrivera bientôt, j'irai. J'ai très bien réussi dans ce mémoire, qui contient beaucoup de choses nouvelles, et qui mérite, je crois, d'être remarqué. „C'est la prémière ébauche d'une théorie d'une infinité de fonctions transcendantes."** — J'ai l'espoir que l'Académie le fera imprimer dans les Mémoires des Savants étrangers. Sinon, je le

* En allemand dans le texte; gar freundlich.

** En français dans le texte.

ferai imprimer moi-même, ou je l'enverrai à Gergonne[2] à Montpellier pour être inséré dans les Annales de mathématiques. — Je lui enverrai bientôt autre chose. J'ai toute une série de mémoires prêts, dont les uns paraîtront dans lesdites Annales etc., d'autres dans le „Journal der Mathematik" de Crelle, d'autres dans les „Annalen der Wiener-Sternwarte" de Littrow, et enfin quelques uns seront présentés à l'Institut. — Vous pouvez voir que je fais de mon mieux. — Du Journal de Crelle les trois premiers fascicules ont paru, et il semble qu'il marche bien, ce qui me fait grand plaisir, puisque j'ai une certaine part dans son succès. Dans ces trois fascicules il se trouve 6 articles de moi, si je ne me trompe pas; car je n'ai encore reçu que le premier numéro. Je recevrai bientôt de Crelle les deux autres. J'ai envoyé le premier de Trieste à Bohr par un bâteau à poisson de Bergen, mais il ne sera pas de retour avant longtemps. — J'ai été chez Legendre avec mon hôte, qui est un brigand autodidacte en mathématiques. Il était sur le point de sortir en voiture, en sorte que je ne lui ai dit que quelques mots. Il parait que c'est un vieillard tout-à-fait distingué. Comme mathématicien il est assez connu. — Une fois par semaine il y a des soirées chez lui. Je pense y être invité. — J'ai été chez le baron de Ferussac[3], l'éditeur du Bulletin etc. Il n'était pas chez lui. Je peux y aller en soirée une fois par semaine, et j'y ai l'occasion de voir toutes les revues possibles et les livres nouvellement parus, ce qui est une bonne chose en cette saison où toutes les bibliothèques possibles sont fermées. Je n'ai vu Poisson que sur une promenade publique; il m'a paru très épris de lui-même. Il parait pourtant qu'il ne l'est pas. — „Voilà toutes mes connaissances";* mais ce ne sera pas long avant que j'en fasse davantage, maintenant que j'ai mis un peu en mouvement ma langue française. Les Français me paraissent très difficiles à comprendre. — J'ai écrit de Botzen à Bernt Holmboe. Il a dû recevoir ma lettre. J'attends une réponse avec impatience. Je vous prie de lui présenter mes compliments empressés. — Je mène d'ailleurs une vie très tranquille. J'écris toute la journée, et je ne fais que de temps en temps un tour au Jardin du Luxembourg ou au Palais-Royal. Croiriez vous, que je n'ai pas encore été à la Comédie. — Talma a été sur le point de mourir, mais il est maintenant hors de danger. —

Vous avez sans doute reçu une lettre de Keilhau ou de Boeck. Je n'ai aucune nouvelle d'eux depuis que nous nous sommes séparés à Botzen; mais j'attends

* En français dans le texte.

Keilhau bientôt, et nous camperons probablement ensemble ici cet hiver. — Møller rentrera bientôt au pays, il est fatigué de voyager, et je ne peux pas dire autrement: je commence à sentir fortement la nostalgie. D'autant plus que Paris ne sera certainement pas le séjour le plus agréable: il y est si difficile de faire sérieusement connaissance avec les gens. Ce n'est pas comme en Allemagne. —

J'ai acheté pas mal de livres mathématiques, et j'ai pensé à en acheter davantage, surtout des mémoires séparés que l'on ne peut pas avoir si l'on n'est pas sur place; mais comme cela coûtera assez cher, j'ai pensé à proposer à Holmboe de les acheter ensemble. Entre autres il est nécessaire que j'aie la partie mathématique du Bulletin de Ferussac. —

Cela me sera extrêmement agréable, M. le Professeur, s'il y a quelque chose que je puisse faire pour vous ici à Paris. Je ferai certes de mon mieux. — Mon adresse est

Mr de Cotte Rue Ste Marguerite No. 41 Faub. St. Germain.

J'ai l'honneur de presenter mes respects les plus profonds à Madame Hansteen.* Je sais que Charite et Madame Friderichsen sont déjà parties pour Copenhague.

Votre d(évoué)

N. H. Abel.

Je vous prie de saluer ma sœur à l'occasion.

XVII. ABEL A ELISABETH ABEL

Paris 16 octobre 1826.

Keilhau part pour rentrer au pays, et je ne veux pas négliger cette occasion de t'écrire quelques lignes. Je pense très souvent à toi, ma chère sœur, et je fais pour toi des vœux de bonheur. Tu te trouves bien, n'est ce pas, au milieu des gens excellents chez qui tu es; mais où en sont ma mére, mes frères. Je ne sais rien sur eux. Il y a déjà longtemps que je n'ai écrit à ma mère. La lettre est parvenue, je le sais, mais je n'ai rien reçu d'elle. Où est ***** vit-il, et comment? Je suis très inquiet de lui. Lorsque je suis parti, les choses ne s'annon-

* En français dans le texte.

çaient pas bien pour lui. Dieu sait combien souvent j'ai été triste à cause de lui. Il n'a sans doute pas beaucoup d'affection pour moi; et cela me fait beaucoup de peine; car je n'ai jamais fait volontairement rien qui puisse lui déplaire. Ecoute, Elisabeth, écris moi tout au long sur lui, sur ma mère et mes frères. — Ici à Paris ma vie est assez agréable. Je travaille assidûment, je visite de temps en temps les choses remarquables de la ville, et je prends part aux divertissements qui me plaisent, mais quand même je désire beaucoup rentrer au pays, et voudrais partir aujourd'hui si c'était possible; mais il faut que je reste encore assez longtemps. Au printemps je rentrerai. Il est vrai que je devrais rester à l'étranger jusqu'en août prochain, mais je constate que je ne peux pas avoir d'avantage sensible à rester plus longtemps exilé. Je rentrerai au pays par mer, ou peut-être par voie de terre en passant par Berlin où j'aimerais aller avant de rentrer, mais je ne sais pas si j'aurai assez d'argent. — De ma fiancée qui est maintenant à Aalborg chez sa sœur,[1] je n'ai reçu aucune nouvelle depuis un temps assez long. Je commence à en être inquiet, je veux quand même espérer qu'elle va bien. — Elle a dû écrire, mais la lettre se sera perdue. — Comment va Madame Hansteen? Bien sans doute. N'oublie pas de lui dire mes compliments tout-à-fait les plus aimables. Et aussi au Professeur Hansteen. Je lui ai écrit il y a quelque temps. Je pense que tu y vas quelque fois. Présente mes compliments les plus respectueux au ministre et à sa femme. — Keilhau a eu la bonté de se charger d'un petit cadeau pour toi. J'aurais voulu le faire plus beau, mais je n'en ai pas le moyen. — Il y a deux bracelets et une boucle pour mettre à un ruban de taille, et une petite bague. Ne refuse pas cela et pense quelque fois à

ton
frère dévoué
N. H. Abel.

Quand tu écriras il faut adresser à

Monsieur
N. H. Abel
à Paris.
Rue Ste Marguerite No. 41 Faubourg St-Germain.

La lettre ne te coûtera rien, du moins pas plus de 2 skillings.

Porte toi bien, ma chère sœur, et écris sitôt que tu auras reçu cette lettre.

XVIII. ABEL A HOLMBOE

Paris 24 octobre.

Tu t'y entends à garder le silence, il faut le reconnaître. Il m'a tant tardé de recevoir quelques mots de toi, tu ne peux pas t'en faire une idée. La seule raison pour que tu n'aies pas écrit doit être que tu n'as pas reçu ma dernière lettre datée de Botzen (Bolzano). Il y a déjà 4 mois et plus qu'elle a été envoyée. Voyons, mon ami, ne me cause plus de déception, et envoie moi quelques mots qui me consolent et me réconfortent dans ma solitude. Car, bien que je sois dans la ville la plus bruyante du continent, je me trouve comme si j'étais dans un désert. — Je ne connais presque personne. Cela tient à ce que tout le monde pendant l'été habite à la campagne, et est par suite invisible. — Jusqu'à présent je n'ai fait connaissance qu'avec Legendre, Cauchy et Hachette[1], plus quelques mathématiciens secondaires, mais fort habiles, Monsieur Saigey[2], directeur du „Bulletin des sciences etc." et Herr Le-jeune Dirichlet,[3] un prussien, qui l'autre jour est venu me trouver, me considérant comme un compatriote. C'est un mathématicien très sagace. Il a démontré en même temps qua Legendre l'impossibilité de résoudre en nombres entiers l'équation $x^5 + y^5 = z^5$ et d'autres jolies choses. — Legendre est un homme extrêmement aimable, mais par malheur „vieux comme les pierres".* Cauchy est fou** et il n'y a rien à faire avec lui, bien qu'il soit en ce moment le mathématicien qui sait comment il faut traiter les mathématiques. Ses travaux sont excellents, mais il écrit d'une manière très confuse. Au commencement je ne comprenais presque rien à ce qu'il écrit, maintenant ça va mieux. Il fait imprimer à présent une série de mémoires sous le titre „Exercises des mathématiques".** Je les achète et les lis assidûment. 9 fascicules ont paru depuis le commencement de l'année. Cauchy est extrêmement catholique et bigot. Chose bien étrange pour un mathématicien. Il est d'ailleurs le seul qui travaille aujourd'hui dans les mathématiques pures. Poisson, Fourier, Ampère etc. etc. ne s'occupent absolument que de magnétisme et d'autres affaires de physique. Laplace n'écrit plus guère. La dernière chose qu'il ait faite était un supplément à la „Théorie des probabilités". Il dit que c'est son fils,

---

* Steinalt, en allemand, dans le texte.

** En français dans le texte.

mais en réalité c'est bien lui. Je l'ai vu souvent à l'Institut. Il à l'air alerte et petit, mais il a le défaut que le diable boiteux[4] reproche à Zambullo, c'est à dire „la mauvaise habitude de couper la langue aux gens".* Poisson est un petit homme avec un joli petit ventre. Il porte son corps avec dignité. De même Fourier. Lacroix est effroyablement chauve et remarquablement vieux. Lundi je serai présenté à la plupart de ces messieurs par Hachette. D'ailleurs je n'aime pas autant le Français que l'Allemand: le Français est extrêmement réservé à l'égard des étrangers. Il est très difficile d'arriver à des relations intimes avec lui. Et je n'ose espérer y parvenir. Chacun travaille à part sans s'occuper des autres. Tous veulent instruire et personne ne veut apprendre. L'égoïsme le plus absolu règne partout. La seule chose que le Français recherche chez des étrangers est le côté pratique; personne ne sait penser en dehors de lui. Il est le seul qui sache produire quelque chose de théorique. Telles sont ses idées, et dès lors tu peux comprendre qu'il est difficile d'attirer l'attention, surtout pour un débutant. — J'ai achevé un grand mémoire sur une certaine classe de fonctions transcendantes pour le présenter à l'Institut. Cela aura lieu lundi. Je l'ai montré à Cauchy; mais c'est à peine s'il a voulu y jeter les yeux. Et j'ose dire sans me vanter qu'il est bon. Je suis curieux d'entendre le jugement de l'Institut. Tu en seras informé quand le moment sera venu. — J'ai écrit plusieurs autres mémoires particulièrement pour le Journal de Crelle dont 3 numéros ont paru. De même pour les Annales de Gergonne qui tombent de jour en jour. Il devient trop vieux. Il en est de lui comme de v. Zach,[5] il est vrai que celui-ci n'a jamais rien valu. Un résumé de mon mémoire sur l'impossibilité de résoudre les équations algébriques est inséré dans le Bulletin de Ferussac. Je l'ai écrit moi-même. J'ai fait et je continuerai à faires d'autres articles pour ce Bulletin. — C'est un travail diablement ennuyeux quand on n'a pas écrit soi-même le mémoire, mais je le fais à cause de Crelle, le plus brave homme que l'on puisse imaginer. — Je corresponds régulièrement avec lui, et j'ai de lui une masse de lettres, autant que j'en ai reçu de ma fiancée. — Aujourd'hui j'ai écrit à un mathématicien, Kulp,[6] de Darmstadt, qui m'a demandé des éclaircissements sur plusieurs passages de mes mémoires. Une relation par correspondance. — Je travaille à présent à la théorie des équations, mon sujet favori, et je suis enfin parvenu à ce point que je vois le moyen de résoudre le problème général suivant. „Déterminer la forme de toutes

* En français dans la texte.

les équations algébriques qui peuvent être résolues algébriquement.“* J'en ai trouvé des quantités innombrables des 5ème, 6ème, 7ème degrés etc. qu'on n'a pas encore flairées jusqu'à présent. En même temps j'ai la solution la plus directe des équations de 4 premiers degrés, d'une manière qui met clairement en évidence pourquoi précisément celles-ci peuvent être résolues, et pas d'autres. En ce qui concerne l'équation du 5ème degré, j'ai trouvé que si une telle équation est résoluble algébriquement, la racine doit avoir la forme suivante

$$x = A + \sqrt[5]{R} + \sqrt[5]{R'} + \sqrt[5]{R''} + \sqrt[5]{R'''}$$

où R, R', R'', R''' sont les 4 racines d'une équation du 4me degré, et qui peuvent être exprimées par des racines carrées seulement. — J'y ai éprouvé des difficultés pour les expressions et les signes. — En outre je m'occupe des quantités imaginaires pour lesquelles il y a beaucoup à faire, du calcul intégral et surtout de la théorie des séries infinies dont la base est si peu établie. — Je ne pourrai rien en tirer de développé avant d'avoir achevé mon voyage à l'étranger et d'être revenu au calme chez nous, si cela arrive. Je regrette d'avoir demandé une bourse de 2 ans, un an et demi aurait grandement suffi. J'ai fortement la nostalgie, et beaucoup moins d'avantage, à partir de maintenant, à rester ici et ailleurs, que l'on ne pourrait peut-être croire. J'ai pris connaissance de tout ce qui existe d'important et d'insignifiant dans les mathématiques pures, et mon désir est maintenant de pouvoir consacrer mon temps à mettre en œuvre ce que j'ai amassé. Il y a tant de choses que j'ai en projet, mais tant que je serai à l'étranger, cela n'ira pas comme il faudrait. Si j'étais dans la peau de Keilhau pour le professorat! Je ne suis pas tranquille, mais je n'ai pas peur non plus; car si ça casse d'un côté, ça tiendra bon d'un autre. Quels appointements as-tu? Vas tu te marier, es-tu fiancé et avec qui, il faut me répondre à toutes ces questions; car mes pensées se reportent souvent vers toi et tout ce qui te concerne. Je n'ai pas une telle abondance d'amis que je courre risque d'oublier ceux que j'ai.

Je mène d'ailleurs une existence très sage. Je travaille, je mange, je bois, je dors, et je vais parfois à la Comédie; c'est de tout ce qu'on appelle plaisir le seul que je m'accorde, mais c'en est un grand. Je ne connais pas de plus grand plaisir

* En français dans le texte.

que de voir une pièce de Molière où joue Mlle Mars. Alors je suis tout à fait ravi; elle a 40 ans, mais elle joue tout de même des rôles très jeunes. Talma le grand tragédien célèbre est mort il y a quelques jours. Le théâtre français a été fermé 2 soirs à cette occasion, et les autres théâtres aussi. — Une foule immense a suivi son cercueil. Celui-ci a été porté directement au cimetière sans passer d'abord par l'église, selon l'usage ordinaire; en qualité d'acteur il est exclu „de la communion des fidelles".* Ridicule mais indifférent. Il a fait élever ses enfants, qui sont tous naturels, dans la religion protestante. — Il eut de son vivant trois grands défauts. Il se laissait entrainer par le jeu, les femmes, et la manie de bâtir, les trois choses poussées très loin. — Les acteurs lui font élever un monument pour 12 000 fr. Je vais aussi de temps en temps au Palais royal que les Parisiens appellent „un lieu de perdition".* On y voit en assez grand nombre „des femmes de bonne volonté".* Elles ne sont nullement indiscrètes. Tout ce que l'on entend est „Voulez vous monter avec moi mon petit ami; petit méchant".* Naturellement, en ma qualité de fiancé etc. je ne les écoute pas et je quitte le Palais royal „sans la moindre tentation".* Il y en a beaucoup de fort jolies. — L'autre jour j'ai été à un dîner diplomatique chez son Ex. le comte Löwenhjelm,[7] où je me suis un petit peu grisé, ainsi que Keilhau, mais très-légèrement. Il est marié avec une jeune française. Il a raconté que tous les ans le 24 décembre il fait rouler sous la table tous les compatriotes. — Notre „Monsieur"* Skramstad[8] est ici maintenant. Il habite avec 3 Suédois un faubourg de la ville. Il circule, vêtu en paysan du Hedemarken, bas de laine bleue et veste rayée. Je ne l'ai pas vu, mais on me l'a décrit. Il parle suédois. — J'habite ici dans une famille où j'ai „la chambre et la table et la blanchisseuse"* pour 120 fr. par mois. Le mari est un peu mathématicien mais très bête, et la femme très brouillonne, de 35 ans et plus. On parle toujours à table par équivoques, sur „les secrets du ménage etc".* L'autre jour ça a été si loin qu'une dame a dit que l'oie qui était sur la table serait transformée le lendemain en un „étron".* — Parler de pots de chambre etc. est parmi les choses les plus convenables. Je bois toujours le café dans „mon petit pot de nuit".* — D'ailleurs je mange très bien, mais 2 fois par jour seulement. Le matin „un déjeuner à la fourchette"* et l'après midi à 5 h. 1/2 un long dîner. Entre 1 bouteille de vin et 1 bouteille 1/2 tous les jours. — Je suis maintenant absolument

* En français dans le texte.

seul, Keilhau étant parti depuis peu (16 octobre) pour rentrer au pays par mer. Je l'ai chargé d'une quantité de livres dans une grande malle rouge adressée à toi, je te prie de me la garder avec le contenu. J'ai acheté ce que j'ai pensé que l'on n'avait pas chez nous. J'en ai d'autres que j'enverrai au printemps. Parmi les livres il y a le 5me „Tome" de la „Mecanique céleste". Il est destiné au Professeur Hansteen, parce que je sais qu'il a les 4 premiers volumes. Tu auras peut-être la bonté de le lui remettre avec tous mes compliments. — Voilà donc la „Mecanique" achevée. Celui qui a écrit un pareil livre peut avec plaisir jeter un regard en arrière sur sa vie scientifique. — Legendre a fait imprimer un remaniement de ses „Exercises", (sic) mais cela n'a pas encore paru en librairie. — Les mathématiques subissent un vilain recul en France. — Les Jésuites veulent gouverner et les journaux sont pleins de polémiques à propos d'eux. C'est une vermine du diable. Il y a quelques jours un jeune jésuite a dénoncé un grand nombre d'entre eux et va encore en dénoncer 300 autres. D'après ce qu'il raconte ils doivent être les gens les plus affreux de la terre. On a voulu l'assassiner tout récemment, mais il a échappé. — J'ai prêté à Keilhau 180 marcs banco.** — Je l'ai prié de te les remettre. Tu auras la bonté de les recevoir. Peut-être serai-je obligé de t'importuner en te priant de me les envoyer en une traite sur Hambourg: Encore ceci, rien qu'une humble question; pourrais tu me prêter 220 marcs,*** en sorte que ça ferait 400 en tout. Tu me rendrais un très grand service. Car j'aurais diablement envie de passer par Berlin avant de rentrer au pays, et d'acheter ici plusieurs choses que je ne pourrais avoir chez nous, ou qui coûteraient trois fois plus cher. Ne te fâche pas de ma question, et réponds y tout de suite. N'oublie pas: le plus vite possible. Une longue lettre avec beaucoup de nouvelles. Salue tous les bons amis et n'oublie pas

Ton ami

J'ai reçu une lettre de Henrik. — N. Abel.

Ne manque pas d'écrire 8 jours au plus tard après avoir reçu cette lettre, et n'affranchis pas la lettre. Je n'ai pas voulu le faire, car c'est moins cher pour nous deux et c'est plus sûr. — „Je vous salue." *

* En français dans le texte.

** Environ 225 f.

*** Environ 275 f.

XIX. ABEL A CHR. BOECK

Paris le 1er Novembre 1826.

Je viens de recevoir ta lettre à Keilhau. Elle est arrivée trop tard; l'homme est déjà parti. Il s'en est allé le 16 octobre et a quitté le Hâvre le 19. Il a pris passage pour Arendal où il est peut-être déjà arrivé. Une 1/2 heure avant de quitter Paris il a reçu ta lettre; mais il n'a eu le temps de la lire qu'en route. Il t'a écrit quelques lignes; je te les envoie en même temps. En outre il m'a remis une lettre pour toi adressée à Brogniart[1]. — Chez le ministre suédois il y a pour toi deux lettres, dans l'une desquelles, qui est déjà là depuis très longtemps, se trouve une traite de 600 francs. (Bohr a dit cela dans une lettre à Keilhau qui est arrivée après son départ). L'autre jour, étant à un dîner chez le Ministre, j'ai prié le secrétaire de me remettre les lettres pour te les envoyer, mais il a oublié de me les donner. Il faut donc que tu t'adresses à la légation même, ce que le secrétaire préfère de beaucoup. La lettre doit être adressée au secrétariat de la légation suédoise-norvégienne à Paris. Ne me donne aucune autorisation de prendre les lettres, mais écris toi-même. Je me chargerai de la lettre, si tu veux, quand tu écriras. Et comme la traite est sur Paris, je retirerai l'argent avec plaisir, si tu veux écrire derrière la traite qu'elle doit m'être payée. Je pourrais ensuite déposer l'argent soit chez Cotte[2], soit chez mon banquier, ou te procurer une traite sur Munich. — Tu me dois 75 . . . . . que . . . . . Keilhau, c'est peu près à ce qu'il a eu

. . . . . .

XX. CRELLE A ABEL

Berlin d. 24 Novbr. 26.

Liebster Freund.

Ihre beiden Briefe vom 23 8ber und 1 Nvmber habe ich erhalten und danke Ihnen dafür sehr. Dass Sie sich wohl befinden freut mich sehr, aber dass Sie nicht nach Berlin kommen wollen, betrübt mich. Käme doch nur mein Project mit dem Journal zu Stande, dann könnte ich Ihnen sogar einige Geld Mittel verheissen. Es

ist zwar noch Hoffnung da, aber noch nichts entschieden. Ich wollte Ihnen anfangs nichts eher davon erzählen bis die Entscheidung erfolgt wäre, aber da es so lange dauert will ich Ihnen meinen Plan sagen. Vielleicht macht Ihnen schon die Hoffnung die ich darauf gründe einiges Vergnügen. Ich habe mich nemlich an unser Gouvernement gewendet und gebeten der Staat möchte einen solchen Zuschuss von Geld geben dass das Unternehmen ordentlich in Schwung gebracht werden könne. Ich habe nemlich gewünscht man möchte eine bedeutende Zahl von Exemplaren für die Gymnasien und Schulen kaufen. Von allen den Herrn mit denen ich darüber persönlich gesprochen habe, ist meine Idee und mein Wunsch sehr bereitwillig aufgenommen worden nur scheint der Herr Minister des Kultus und Unterrichts[1] nicht allein mit dem Antrage beim Könige herantreten zu wollen und ich werde noch erst anderen Herrn dazu ebenfalls zu disponiren suchen müssen. Die sind so eben verreiset, und daher verzögert sich die Entscheidung. Ich werde gewiss keine Mühe sparen, doch kann man freilich nichts bestimmtes vorhersagen. Wird meine Bitte genehmigt, dann kann ich (unter uns gesagt) Ihnen ein Honorar zahlen. Es bleibt aber unter uns, denn ich kann es nicht jedem anderen ebenfalls geben. Und das sind die Geldmittel von welchen ich oben sprach.

Sollte mein Plan fehlschlagen so werde ich dennoch das Mögliche thun um den Journal fortzusetzen und sollte es auch mit eigenen Aufopferungen geschehen müssen. Freilich kann ich dann nicht daran denken Honorare zu zahlen sondern muss mich vielmehr auf die Eifer der Wissenschaftsfreunde verlassen. Vor dem Ende dieses Jahres denke ich soll es doch damit zum Beschluss kommen. Helfen Sie nur immer dort [?] Mitarbeiter werben, damit es dann um so glänzender wird, wenn meine Absichten rëussiren. Erzählen Sie nur dort dass ich mich an mein Gouvernement um Unterstützung gewandt und die beste Hoffnung hätte dergleichen zu erhalten wie es auch wirklich der Fall ist, da das Preussische Gouvernement für die Wissenschaften Vieles und mit Eifer thut. Dieses wird die dortigen Mitarbeiter besonders aufmuntern. Denn das Journal selbst erhielte dadurch einen ungemein viel höheren Ruf wenn die Regierung eines grossen Landes sich desselben annehmen sollte.

Sobald nur Etwas entschieden ist werde ich Sie bitten mir recht viel von Ihren Arbeiten zu schicken. Sie sollen dann alle aufgenommen werden. Jetzt wird eben das 4te Heft gedruckt. Es enthält Ihre Abhandlung über die Reihe

$$1 + mx + \frac{m(m-1)}{2}x^2 \ldots$$

Die Bekanntschaft mit den Herrn Hachette, Dirichlet und Anderen benutzen Sie doch auch für das Journal; denn ich rechne auf französische Mitarbeit ganz vorzüglich. Das vierte Heft enthält auch von dem was mir Hrr. Hachette geschickt hat.

Sie erinnern sich vielleicht noch dass man Ihnen hier Briefe für Paris versprochen hatte die Sie aber nicht erhalten haben. Die Ursache des Ausbleibens war dass Herr Dirksen der sie besorgen wollte sich mehrere Monate lang nicht hier befand. Die Briefe waren an Herrn von Humbold. Derselbe ist jetzt in Berlin und ich habe Gelegenheit gehabt ihm auch über Sie zu sprechen und Sie können denken mit welchem Eifer. Vielleicht ersetzt dies schon einigermassen die Briefe. Herr von Humbold kehrt in wenigen Tagen nach Paris zurück. Versuchen Sie doch ihn zu sprechen und sagen ihm dass ich ihm von Ihnen gesprochen hätte. Vielleicht erinnert er sich dessen. Er kann Ihnen nützlicher sein als vielleicht irgend ein Anderer. Können Sie ihn aber nicht zu sprechen bekommen, was sehr schwer sein soll, so will ich Ihnen dann noch die Briefe zu besorgen suchen.

Wenn ich Sie nicht damit incommodirte, so hätte ich wohl eine kleine Bitte, nemlich mir das Alles was von der correspondance sur l'ecole polytechnique par Hachette herausgekommen ist zu verschaffen und durch eine Buchhandlung zu überschicken. Das Buch ist so wichtig und ich habe davon nichts noch. Auch ist es nicht mehr im Buchhandel zu haben. Des letzten Umstandes wegen ist mir der Preis unbekannt, sonst würde ich ihn sogleich beifügen. Das Geld soll aber auf der Stelle erfolgen sobald ich nur die Summe kenne.

Nun bitte ich, antworten Sie mir gefälligst mit umgehender Post aber ich bitte ausdrücklich, unfrankirt.

Steiner und alle Freunde grüssen Sie, so wie auch meine Frau. Ich bin und bleibe Ihr aufrichtig ergebener Freund

CRELLE.

XXI. ABEL A CRELLE

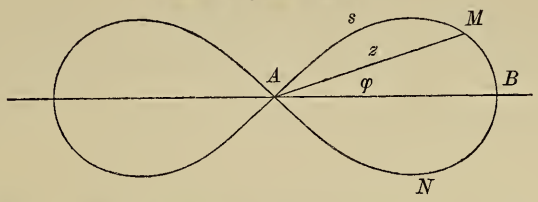
12.) [Paris le 4 décembre 1826.]

— —

Wenn man eine Curve $AMBN$ beschreibt, deren Gleichung

$$z = \sqrt{(\cos 2\varphi)},$$

wo $$z = AM, \varphi = < MAB,$$



so ist der Bogen AM durch folgenden Ausdruck gegeben

$$s = \int \frac{\partial x}{\sqrt{(1 - x^4)}},$$

und hängt also von den elliptischen Functionen ab.

Nun habe ich gefunden, dass man immer die Peripherie $AMBN$ geometrisch (d. h. vermittelst des Lineals und des Zirkels) in n gleiche Theile theilen kann, wenn n eine Primzahl von der Form $2^m + 1$ ist, oder wenn

$$n = 2^\mu (2^m + 1)(2^{m'} + 1)(2^{m''} + 1) \ldots (2^{m^{(k)}} + 1),$$

wo $2^m + 1, 2^{m'} + 1$ etc. Primzahlen sind. Wie Sie sehen, so ist dieses Theorem ganz dasselbe, wie das Gaussische für den Kreis. Man kann auf die Weise die obige krumme Linie z. E. in 2, 3, 5, 17 etc. gleiche Theile theilen. Meine Theorie der Gleichungen, verbunden mit der Theorie des nombres hat mich auf dieses Theorem geführt. Ich habe Grund zu glauben, dass Gauss auch daurauf gekommen ist.

— —

XXII. ABEL A HOLMBOE

[Paris décembre 1826].

Cher ami! Mille remerciments pour tes deux lettres, les bien venues, et aussi parceque tu as été si exact. Si j'avais su que tu avais écrit, je n'aurais pas osé demander un si grand sacrifice. — Ne te fâche pas de ma demande d'argent. J'ai deux véritables amis, et je suis bien obligé de les importuner malgré moi. — Peut-être je pourrai t'épargner, mais il est probable que je ferai appel à ta bonté. Pas

tout de suite, mais quand j'arriverai à Berlin. Je vais en effet d'ici peu quitter Paris où je n'ai plus rien à pêcher, et j'irai tout d'abord à Göttingen pour faire le blocus de Gauss s'il n'est pas trop fortifié d'orgueil. Et je préfère être maintenant en Allemagne pour y apprendre un peu plus d'allemand, ce qui sera pour moi de la plus grande importance plus tard. — Je me tire d'affaire avec le français autant qu'il faut pour écrire un Mémoire et je voudrais bien pouvoir en faire autant en allemand. — Tu écris que tu as lu les deux premiers fascicules du Journal de Crelle. Les mémoires que j'y ai publiés, „excepté“* celui sur les équations, n'ont pas grande importance, mais tu verras, cela viendra. J'espère que tu seras content d'un mémoire sur une intégrale, qui se trouve dans le troisième fascicule, un long mémoire; mais surtout je suis content d'un qui s'imprime en ce moment pour le 4me fascicule, sur la simple série $1 + mx + \frac{m(m-1)}{2} x^2 + \ldots$. J'ose dire que c'est la première démonstration parfaitement rigoureuse de la formule du binôme dans tous les cas possibles, en même temps que d'une quantité d'autres formules en partie connues, mais insuffisamment établies. Dans le prochain numéro (janvier) des Annales de Gergonne paraîtra un petit mémoire de moi sur l'élimination. C'était un essai pour voir s'il voudrait imprimer. J'en enverrai ces jours-ci un meilleur sur le développement de fonctions („continues ou discontinues) selon des cos. ou sin. d'arcs multiples.“* J'y démontre une formule connue que l'on a jusqu'ici démontrée d'une manière inexacte. Item j'envoie à Gergonne un grand mémoire sur „les fonctions elliptiques“* où sont exposées beaucoup de choses curieuses qui, je m'en flatte, vont piquer la curiosité de plus d'un. Entre autres la division de la lemniscate. Tu verras comme c'est beau. — J'ai trouvé que l'on peut partager la lemniscate avec la règle et le compas en $2^n + 1$ parties lorsque ce nombre est premier. La division dépend d'une équation dont le degré est $(2^n + 1)^2 - 1$. Mais j'en ai trouvé la solution complète par des radicaux carrés. J'ai découvert du même coup le mystère qui enveloppait la théorie de Gauss sur la division du cercle. Je vois clair comme le jour comment il y est parvenu. — Ce que je dis là de la lemniscate est un des résultats que j'ai tirés de mes études sur la théorie des équations. Tu ne peux pas t'imaginer combien de jolies propositions j'y ai trouvées, par ex.: Si une équation $P = 0$, dont le degré est $\mu\nu$ où μ et ν sont des nombres premiers entre eux, est résoluble d'une manière quelconque par des radicaux, P est ou bien

* En français dans le texte.

„décomposable en μ facteurs du degré ν"* dont les coefficients dépendent d'une équation du μ^{me} degré, ou en „ν facteurs du degré μ"* dont les coefficients dépendent d'une équation du degré ν.

XXIII. ABEL A CHR. BOECK

Berlin le 15 janvier 1827.

Cher ami Boeck.

Tu seras sans doute étonné que je sois déjà à Berlin. Mais je ne pouvais pas tenir à Paris plus longtemps, faute d'argent. J'ai donc dû me hâter de partir au plus tôt tandis que j'avais encore de quoi faire le voyage jusqu'ici. Lorsque je suis arrivé ici il y a 5 jours, ma fortune entière s'élevait à 14 thalers. De Backer[1] j'en ai reçu 50. Je suis obligé de te demander au plus vite ce que tu me dois. Le mieux est que je le touche en monnaie prussienne. — Keilhau te doit peut-être encore quelque chose, puisque nous avons compté 100 speciedalers au lieu de 600 francs qui font un peu plus. Du reste, tu sais bien ce que tu lui devais primitivement. — La veille de mon départ de Paris (29 décembre) j'ai reçu de lui une très longue lettre. Il me prie de t'informer qu'il ne t'a pas oublié, loin de là, et que tu recevras bientôt une longue lettre de lui. Tu l'as sans doute déjà. — Il voudrait retourner à l'étranger, et nous qui sommes ici voudrions être rentrés au pays, c'est bizarre. Je crois tout de même que l'étranger vaut mieux. Quand nous serons rentrés, nous penserons sûrement comme Keilhau. — Il te présage bien des ennuis quand tu seras revenu. Ma situation sera la meilleure, dit-il, en apparence peut-être, mais „entre nous soit dit"** je prévois bien des ennuis d'ordre privé. J'ai vraiment peur de l'avenir. J'aurais presque envie de rester pour toujours ici en Allemagne, ce que je peux faire sans difficulté. Crelle m'a terriblement poussé dans mes retranchements pour me faire rester ici. Il est un peu fâché contre moi parceque je refuse. Il ne comprend pas ce que je veux faire en Norvège, qui lui parait être une autre Sibérie. Maschmann va bien et t'envoie tous ses compliments. Très mécontent que tu n'aies pas écrit. Il s'est scandaleusement laissé aller dans

* En français dans le texte.

** Unter uns gesagt, en allemand, dans le texte.

ces dernier temps, dit-il. En mai il se dirigera vers le sud. A la même époque, c'est vers le nord que je me dirigerai. Maschmann parle maintenant très bien l'allemand, ce qui est bien aussi ton cas. Je n'ai rien oublié, mais ça ne va pas très couramment. Mon voyage de Paris ici a été terriblement vide. Je suis parti de Paris par la diligence pour Bruxelles par Valenciennes. J'ai été tout le temps seul avec une danseuse, non du grand opéra, mais d'un des théâtres secondaires. — Dangereux voisinage, la nuit. Elle a dormi dans mes bras, bien entendu, mais c'est tout. D'ailleurs j'ai tenu avec elle une conversation très édifiante sur l'instabilité des choses en ce monde. A Bruxelles, qui est une très jolie ville, je ne suis resté qu'une nuit et un jour et j'ai couru tout le temps par la ville. J'en suis parti de même avec la diligence pour Aix la Chapelle par Liége. J'étais en compagnie d'un garçon fort poli de Francfort sur le Main. Jusqu'à Liége tout le monde parle français. A Aix . . . . . il me semblait être comme un peu plus chez nous. Puis . . . . . séjour à Cologne sur le Rhin; ville extrêmement vieille et laide avec beaucoup de filles. J'y suis resté un jour et deux nuits, et suis parti avec la Poste pour Cassel par Elberfeld et Arnsberg. Il parait que cette région est extraordinairement belle, mais la nuit et l'hiver m'ont empêché de la remarquer. Entre Elberfeld et Arnsberg nous eûmes le malheur de passer sur le corps d'un garçon de 7 à 8 ans. Il est resté mort sur place. La voiture lui avait roulé sur le ventre. — On continua la route sans s'arrêter. — A Cassel, qui est une très jolie ville, j'ai passé la nuit et j'ai été à la Comédie. Le théâtre est très joli et on y jouait bien. — A Cologne j'ai aussi été au théâtre, mais [il était] mauvais. De Cassel je suis parti avec la voiture de poste spéciale (Extrapost) pour Magdebourg en compagnie d'un négociant qui allait à Berlin et à Königsberg. Nous traversâmes le Harz. Ça doit être très beau l'été. De Quedlinburg à Magdebourg, la route est la plus détestable que j'aie suivie. Nous étions deux dans la voiture et bien que nous eussions fait atteler 4 chevaux, nous n'avancions qu'à grand peine. A Magdebourg je passai encore la nuit, et j'en partis pour Berlin avec un cocher de louage. La route est excellente, mais la compagnie fut affreuse, un cordonnier, un gantier et un soldat libéré. Constamment ils buvaient de l'eau de vie. Je m'ennuyais, et personne n'a été plus heureux que moi, lorsqu'après deux jours de voyage, je suis entré dans Berlin par la Porte de Potsdam. Je suis descendu au Kronprinz, et je demeure maintenant Französische Strasse no. 39 au second, tout près du Gensdarmen Markt. Un quart d'heure après

mon arrivée en ville j'étais assis au Königstädter et j'avais la joie de voir des visages de connaissance et d'entendre des voix connues. — J'ai aussi été une fois au Schauspielhaus. — Il y a ici un pharmacien de Bergen, Monrad[2], avec sa femme et sa mère. Je suis entré en relation avec eux. Ce sont des gens agréables. J'ai l'intention d'ailleurs de travailler beaucoup ici. — Je n'ai pas entendu parler avant mon départ du mémoire que j'ai déposé à l'Académie de Paris.

Pour ce qui est de ton séjour à Paris, je ne peux pas te recommander la pension où j'ai été. — Ou bien il faudrait que tu y prennes tes repas; et tu habiterais un „hôtel garni" qui est tout à côté. — A Paris demeure un norvégien, Grønvold[3], qui se mettra très volontiers à ton service à ton arrivée. Son adresse est Rue Taitbout no. 17. C'est un gentil garçon. Mais ce que tu peux faire de mieux est de descendre à l'Hotel de Suède Rue du Bouloy no 3, où ce n'est pas cher. — Le peintre Gørbitz, de Bergen, qui est un excellent homme, demeure Rue de l'Université no 84. Chez lui est déposée la lettre que Keilhau a écrite pour toi à Brogniart.

Je t'aurais écrit une lettre plus longue si je n'en avais pas tant à écrire. A ma fiancée (qui va bien), à Hansteen, Keilhau, Bernt Holmboe, Møller etc. ce que j'aurais dû faire déjà depuis longtemps.

J'attends lettre et chèque le plus vite que tu pourras.

Ton bien dévoué

N. Abel.

Mon adresse est Französische Strasse No. 39

deuxième étage.

. . . . . (Pa)ris et quand?

XXIV. ABEL A HOLMBOE

Berlin le 20 janvier 1827.

Je te remercie vivement de tes deux lettres; tu auras appris sans doute par Skjelderup[1] que je les ai reçues. Certes, j'aurais dû t'écrire depuis longtemps, mais j'attendais d'abord la solution au sujet de mon mémoire que j'ai déposé à l'Institut. Mais ces hommes lents n'en finissaient pas. Legendre et Cauchy étaient juges. Cauchy „rapporteur"*. Legendre a dit „ça prendra".* La-dessus mon voyage de

* En français dans le texte.

Berlin m'est arrivé comme la Noël sur la bonne femme. — Cette fois-ci encore tu n'auras pas grand chose de moi; j'ai si terriblement à faire pour le Bulletin de Ferussac et le Journal de Crelle. A bientôt davantage.

Et maintenant ce que je voulais surtout — de l'argent. Tu as été assez bon pour me promettre de m'aider. Comme je me trouve dans un embarras du diable, je voudrais naturellement avoir tout ce que tu pourras et le plus tôt possible. — Quant à la remise, le mieux est que tu en parles au professeur Maschmann[2]. Il a un commissionnaire à Hambourg. Ici son fils a promis d'en écrire deux mots à son père. C'est bien le plus commode que tout soit adressé en Hamburger-Banco. — Ne te fâche pas si je t'importune tellement, mais que veux tu que je fasse, moi „pauvre diable?"*

XXV. ABEL A CHR. BOECK

Berlin 26 février 1827.

Grand merci, mon cher Boeck, pour les deux lettres, que j'ai reçues toutes deux, retour de Paris. Tu as fini par avoir la lettre de Hansteen. Cela m'a fait grand plaisir de la recevoir, et je te remercie mille fois de l'avoir envoyée. — J'ai reçu il y a quelques jours une longue lettre de Madame Hansteen et du professeur, 6 pages in-quarto pleines; mais il n'y avait pas grand chose de nouveau dedans. Car la plus grande partie était entre Madame H. et moi. La lettre avait passé par Paris et datait du 25 janvier. Tu as probablement des nouvelles plus fraiches. Esmark[1] devait faire, pour l'anniversaire du roi, un discours en latin, sur lequel il avait peiné considérablement. Sommerfelt et Ratke[2] sont en guerre dans le Magasin. Hansteen espère que Ratke en sortira avec les oreilles coupées. Hansteen a été nommé membre de deux Sociétés savantes, celle de Copenhague et la Société Verner, d'Edinbourg. Comment il a été nommé à celle-ci, il ne le sait, car il ne se connait pas le moins du monde en minéraux. Madame H. a eu un fils, c'est tout. — Aussitôt que je suis arrivé à Berlin (il y a plus d'un mois) j'ai écrit au sujet du peu d'argent qui me revient de toi. N'oublie pas de me l'envoyer avant de quitter Munich. Je ne suis [pas précisément] en fonds. J'ai reçu hier de Bernt Holmboe

* En allemand dans le texte.

(qui a été à Stockholm et à Upsala et s'est beaucoup amusé dans ce voyage) 293 Mark Banco. C'est tout ce qui me reste. En mai je partirai donc d'ici par nécessité et sans déplaisir. — Hansteen croit que je serai nommé à l'Université quand je reviendrai. Mais il a été aussi question de me torturer pendant une année dans une école. Si on veut faire cela, je ne marcherai pas plus qu'un âne. „Le patron"[3] va bien, s'ennuie, et partira pour le sud à Pâques. — Le pharmacien Monrad est ici avec sa mère (qui souffre des yeux) et sa femme. Maschmann (qui te salue) et moi, nous y allons régulièrement tous les soirs et nous jouons aux cartes; je les plume, ce dont j'ai besoin, du reste, et ce n'est que juste. J'aurai bien de tes nouvelles avant que tu quittes Munich. Si je peux te servir à quelque chose avec la formule, ce sera avec plaisir.

J'ai un nombre effroyable de lettres à écrire. En outre j'ai été malade pendant quelque temps et suis resté au lit. Vais bien maintenant. — Il fait terriblement froid et il tombe beaucoup de neige. Nous avons eu jusqu'à 18 degrés R.

Adieu mon cher Boeck

Ton ABEL.

XXVI. ABEL A HOLMBOE

Berlin le 4 mars 1827,

Le résultat de ton dévouement, excellent Holmboe, et de mon bout de lettre, je l'ai appris déjà depuis plusieurs jours, en recevant par l'intermédiaire de Cordes, de Hambourg, 293 B ℔ 10 ß. Mille fois merci de ta générosité. Cela m'a rendu un grand service, car j'étais plus pauvre qu'un rat d'église. Maintenant je vais vivre ici là-dessus aussi longtemps que je pourrai, puis je filerai vers le nord. Je resterai un moment à Copenhague, où ma financée viendra me rejoindre, puis au pays, où j'arriverai si dénué que je serai bien obligé de tendre la main à la porte de l'église. Je ne me laisse pourtant pas abattre; je suis si bien habitué à la misère et au dénuement. Ça ira toujours. Je t'ai envoyé par Peckel[1] il y a un mois le 3ème numéro du Journal de Crelle et un peu plus de la moitié du quatrième, qui est achevé maintenant. Que te semble de mon mémoire? Je me suis efforcé d'être si rigoureux qu'on ne puisse faire aucune objection fondée. — Il y aura un petit arrêt dans la publication (Hansteen sait pourquoi), puis il sera probablement imprimé en français.

J'ai déjà préparé un mémoire considérable où l'on voit beaucoup de choses curieuses („Fonctions elliptiques").* Ainsi j'ai trouvé qu'on peut avec la règle et le compas diviser la circonférence de la lemniscate (équation polaire $z = \sqrt{\sin 2\varphi}$) en autant de parties égales que Gauss l'a enseigné pour le cercle, par ex. en 17 parties. Pour la diviser en m parties on arrive à une équation d'un degré extrèmement élevé, du degré $m^2 - 1$ (si, par exemple, $m = 17$, le degré $= 17^2 - 1 = 288$). Si m est un nombre premier de la forme $2^n + 1$, j'ai démontré que cette équation, dont le degré est alors $2^{n+1}(2^{n-1} + 1)$ peut-être résolue au moyen de radicaux carrés seulement. Ceci n'est qu'une conséquence très particulière d'une „foule"* d'autres propositions générales. — Mes recherches générales sur les équations m'y ont amené. Dans la théorie des équations je me suis proposé et j'ai résolu le problême suivant qui comprend tous les autres: Trouver toutes les équations possibles d'un degré donné qui sont résolubles algébriquement. Je suis parvenu à beaucoup de jolies propositions à propos de cette question par ex.: Si une équation $P = 0$ de degré $\mu\,\nu$ est résoluble algébriquement, P doit être soit un produit de μ facteurs de degré ν dont les coefficients sont déterminés par une équation du $\mu^{\text{ème}}$ degré, ou bien un produit de ν facteurs de degré μ dont les coefficients sont déterminés par une équation du $\nu^{\text{ème}}$ degré. Il faut toutefois que μ et ν soient des nombres premiers entre eux, sans quoi la proposition est fausse. Mais ce que j'ai de plus beau, c'est dans la „Théorie des fonctions transcendantes en général et celle des fonctions elliptiques en particulier."* Mais cela, il faut que je le garde jusqu'à mon retour pour te le faire connaître. Au total j'ai fait une masse effrayante de découvertes. Si seulement je les avais mises en ordre et rédigées, car la plupart ne sont encore que dans ma tête. Il n'y a pas à penser à quoi que ce soit avant que je me sois installé convenablement chez nous. Alors il me faudra travailler dur comme un cheval de fiacre; mais avec plaisir, bien entendu. — Je mène une vie assez ennuyeuse, car elle est sans variété. Etudier, manger et dormir, et pas grand chose de plus. Je joue aux cartes deux ou trois fois par semaine chez le pharmacien Monrad, de Bergen, qui est ici avec sa mère et sa femme. Je plume les gens. Crelle est toujours extrêmement obligeant. J'ai été malade et suis resté au lit pendant quelques jours, je suis remis, et je parle allemand mieux que l'an dernier. Maschmann y est passé maître; il te salue. Il a fait un froid de chien cet hiver, mais il semble que ce soit fini. On a eu

* En français dans le texte.

à Munich — 24° R. Boeck part en avril pour Paris et sera en août à Berlin. Il a de fortes hémorrhoïdes et a été au lit par suite de refroidissement. Va bien maintenant, mais très affecté de la mort de sa mère. — Il me tarde de rentrer au pays, car je ne peux guère avoir d'avantage à rester ici. Quand on est chez soi ou se fait de l'étranger de diables d'idées, autres qu'il ne faudrait. Ils ne sont pas si forts. — Les gens en général sont mous, mais assez droits et honnêtes. Nulle part il n'est plus facile d'arriver qu'en Allemagne et en France, chez nous c'est 10 fois plus difficile. — J'entends dire que tu as été à Upsal et à Stockholm. Pourquoi n'es-tu pas venu plutôt à Paris? Il faudra que j'y retourne une fois avant de mourir. — Il faut que je te prie de remettre la lettre ci-incluse au Professeur Hansteen en mains propres. J'ai reçu une lettre de lui il y a quelques jours, qui avait passé par Paris. — Je ne veux pas te demander de m'écrire, mais si tu veux dépenser du temps et de l'argent pour moi (car on ne peut pas envoyer sans affranchir), tu peux comprendre combien cela me ferait plaisir. Mais il faudrait alors que ce soit au plus tôt. Dis moi quelque chose du vapeur.[2] Salue les connaissances et porte toi bien.

Ton Abel.

XXVII. ABEL A MADAME HANSTEEN

[Berlin mars 1827]

— —

. . . . sentir qu'il m'arrivera souvent d'aller chez vous. Ce sera véritablement une de mes meilleures joies. — Mon Dieu, que de fois n'ai-je pas eu envie d'aller vous voir, mais je n'ai pas osé. Bien des fois j'ai été jusqu'à la porte, et je suis reparti, par crainte de vous importuner; car ç'aurait été le pis qui pût m'arriver, si vous aviez été trop lasse de moi. Très bien, puisque je puis m'assurer qu'il n'en est pas ainsi. — Je suis maintenant ici à Berlin, et j'en suis heureux, car les Français ne me plaisent pas. Ce sont des gens froids et prosaïques. Ils traitent toutes les choses possibles de la même manière. Ils parlent avec la même gravité ou la même légèreté des sujets les plus sérieux comme des plus futiles. Aucune intimité chez

eux. Un Français a des relations presque aussi bonnes avec tout le monde. D'affreux égoïstes. S'ils entendent dire qu'à l'étranger on possède quelque chose qu'ils ont ou qu'ils n'ont pas, ils s'étonnent et ils disent „Diable“* et c'est ainsi qu'ils s'étonnent de tout. — Et puis le cher sexe féminin. Elles sont si gentilles, si câlines et s'habillent si joliment, mais „Voila tout“.* La modestie et la timidité que les hommes aiment tant chez les femmes leur fait certes grandement défaut. — Les Français le disent eux-mêmes. Ils disent: „Les étrangères sont plus modestes que les Françaises“.* — Les Allemandes, par contre, sont certainement à préférer. — Quand je pense au plaisir que vous avez eu, vous et Hansteen, lorsque Madame Frederichsen et Carite ont été chez vous, je suis positivement jaloux. Je dois vous dire que je les aime si cordialement toutes les deux. Je suis tout joyeux du plaisir de les revoir quand j'arriverai à Copenhague, ce qui ne tardera sans doute pas extrêmement. Ma fiancée, qui est maintenant à Aalborg, y viendra aussi. J'ai toujours vécu à Copenhague la vie la plus agréable. — J'ai reçu une lettre de Boeck hier. Il a été malade pendant quelque temps, d'un refroidissement et encore autre chose. Va bien maintenant. Sa mère est morte. Il partira pour Paris au milieu d'avril et reviendra au pays en passant par Berlin. — Il n'est pas dans les meilleures dispositions. C'est un brave garçon Il écrit qu'un fils de Lövenskjold[1] est à Munich pour épouser une demoiselle Sechendorf. —

Je suis extrêmement heureux que tout aille si bien pour ma chére sœur. J'ai tant d'affection pour elle. C'est à vous, chère Madame Hansteen, que sont dûs son bonheur, et la joie qu'il m'a causé. — Il faut que vous la saluiez le plus tendrement de ma part lorsque vous la verrez. Je pense toujours à elle.

D'ailleurs je vis, comme vous le pensez bien, une vie extrêmement tranquille et monotone. Tous mes plaisirs extérieurs consistent à aller de temps en temps au théâtre, et, tous les lundis, en „Assemblé“** chez Crelle. —

Mais adieu ma très chère, maternelle tutrice, et gardez une toute petite place dans votre cœur pour

Votre

Abel.

---

* En français dans le texte.

** Sic.

XXVIII. ABEL A MADAME HANSTEEN*

Christiania le 18 d'Août 1827.

Excusez Madame que je prend la liberté de vous addresser la présente; ayant quelque chôse à vous dire mais pas la force et le coeur de vous fatiguer par la vue de ma personne insignifiante, je me suis resout à prendre cette demarche. Voilà dont il s'agit: Je dois recevoir ce soir avec la poste une lettre de ma future mais malheureusement je ne suis pas en état d'aller la chercher moi-même, étant invité à passer le soir chez Monsieur le Professeur Holmboe, chez lequel il est impossible de savoir le moment, quand le bateau à vapeur arrive, ou d'en être informé. Je vous prie donc Madame de vouloir bien avoir la complaisance de charger votre servante de cette commission: de prendre ma lettre à la poste en même temps qu'elle y va chercher celle que vous attendez très-certainement de votre cher époux. Desirant de même, comme vous pouvez bien vous le figurer, avec toute la force de mon ame d'avoir des nouvelles de ce que j'aime le plus, j'ose encore souhaiter que la domestique aille me donner la lettre chez Monsieur le professeur Holmboe, demeurant au second en face du théatre, dont les habitués ont été rejouis tant de fois par vos charmes.

Agreez Madame l'assurance de ma plus parfaite consideration avec la quelle
j'ai l'honneur
d'être
Votre serviteur
très humble et très obéissant
N. H. Abel.

A Madame
Madame H. A. Hansteen.

XXIX. ABEL A CRELLE*

16.) [Christiania mai—novembre 1827.]

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Théorème. Si la somme de la série infinie

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_m x^m + \ldots$$

* Cette lettre est écrite en français.

est égale à zéro pour toutes les valeurs de x entre deux limites réelles α et β, on aura nécessairement:

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 0, \ldots . a_m = 0, \ldots .$$

en sorte que la somme de la série s'évanouira pour une valeur quelconque de x.

Problème. En supposant la série

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots .$$

convergente pour toute valeur positive, moindre que la quantité positive α; on propose de trouver la limite vers laquelle converge la valeur de la fonction $f(x)$, en faisant converger x vers la limite α.

Théorème. Si l'équation différentielle séparée

$$\frac{a \,.\, dx}{\sqrt{(\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(\alpha + \beta y + \gamma y^2 + \delta y^3 + \varepsilon y^4)}},$$

où $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$; a sont des quantités réelles, est intégrable algébriquement, il faut nécessairement que la quantité a soit un nombre rationnel.

Problème. Trouver un intégrale algébrique des deux équations séparées:

$$\frac{dx \,.\, \sqrt{3}}{\sqrt{(3 + 3x^2 + x^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(3 - 3y^2 + y^4)}},$$

$$\frac{dx \,.\, \sqrt{3}}{\sqrt{(1 + x^2 + x^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(1 - x^2 + x^4)}}$$

— —

XXX. ABEL A CRELLE

17.) [Christiania 15 novembre 1827.]

— —

Dagegen habe ich die Summe folgender Reihe gefunden:

$$\sin \varphi \,.\, \frac{a}{1 + a} + \sin 3\varphi \,.\, \frac{a^3}{1 + a^3} + \sin 5\varphi \,.\, \frac{a^5}{1 + a^5} + \ldots .$$

(a und φ sind willkürliche reelle Grössen), und dergleichen. Sie lässt sich durch elliptische Functionen ausdrücken.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

XXXI. EXTRAIT D'UNE LETTRE DE CRELLE A ABEL

[Dans une lettre à Abel, datée du 18 mai 1828, Crelle s'exprime ainsi:]

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

On commence à apprécier de plus en plus vos traveaux. M. Fuss[1] m'écrit de St. Pétersbourg qu'ils lui ont causé un grand plaisir. M. Gauss de Göttingue, que j'avais prié aussi de m'envoyer quelque chose sur les fonctions elliptiques dont il s'est occupé, m'a-t'on dit, depuis plus de trente ans, m'écrit les lignes suivantes: „D'autres occupations m'empèchent pour le moment de rédiger ces recherches; M. Abel m'a devancé, au moins pour le tiers de ces travaux. Il vient justement de s'engager dans la voie ou j'ai abouti en 1798. Je n'ai donc pu m'étonner que pour la majeure partie, il soit arrivé aux mêmes résultats. Et comme d'autre part son exposition témoigne de tant de pénétration et d'élégance, je me vois par là même dispensé d'exposer les mêmes questions". Ce jugement de M. Gauss m'a fait grand plaisir.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

XXXII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Oserai-je vous prier d'avoir l'obligeance de laisser le porteur de ce billet prendre la plus grande des deux caisses marquées N. A., garnie d'un couvercle, qui sont dans la chambre de Mlle Kemp. Mon frère Thomas a besoin d'une pareille caisse pour son voyage. —

La plus grande

Votre affectionné

N. H. Abel.

XXXIII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Usine à ♂ de Froland le lundi [21 juillet] 1828.

„Hélas“* — par ce mot fatal commence une lettre de Crelle que j'ai reçue hier, datée du 11 juillet, et je dois avouer hélas* que la lettre m'a beaucoup abattu. „Il n'en sortira rien“.* — Un autre s'est presenté, comme tombé du ciel, qui a fait „valoir ses droits“* et qu'il faut inévitablement caser avant que l'on pense à moi. Crelle n'écrit pas qui est cet autre, et je ne connais personne d'un tel calibre. Il dit qu'il ne va pas insister en ma faveur pour le moment, parceque cela me ferait plus de tort que de bien, Dieu sait pour quelle raison. En outre „le ministre de l'instruction publique“* est parti et ne reviendra pas avant 8 semaines. — Aussi dit-il que l'on ne peut me donner aucune réponse décisive avant le mois d'octobre de cette année. — Mais sa lettre est écrite d'une manière si décourageante que j'ai perdu tout espoir. — En sorte que j'en suis au même „point“ qu'auparavant, c'est même plutôt pis, car j'ai été ridiculisé ici, et je peux l'être à l'étranger (voyez un édifiant morceau dans un journal publié par le libraire Schiwe: „Nyeste skilderie af Christiania og Stokholm“** no 1 page 6). Je ne veux pas répondre, afin de ne pas prolonger une vilaine affaire. Ça pourra passer maintenant pour un mensonge de journal „et enfin le temps tue tout“.*** — Quoi qu'il en soit, j'aurai peine à chercher quelque chose de plus à Christiania. Je préfère travailler dur avec ce que j'ai tant que ça durera. — Mais j'ai appris à me taire; — c'est une bonne chose. Crelle m'a lavé la tête au sujet de mon bavardage, car bien que je ne lui aie pas dit ce que j'avais dit, je peux bien voir qu'il est „au fait“.*** — Il m'invite en attendant à être tout à fait muet. — Ainsi vous n'avez qu'à dire que vous ne savez rien, sinon que je n'ai jamais reçu aucune offre. — Si mon frère ***** vient vous voir, ne lui faites rien savoir, afin qu'il ne soit pas détourné de chercher une position de précepteur. Vous n'allez pas me reprocher cela, n'est ce pas. — C'est surtout pour ma fiancée que cela me fait de la peine. Elle est trop bonne. — Sauf une petite maladie dont j'ai souffert ici les premiers jours, je me suis très bien porté chez Crelly ou Christine, et je travaille assidûment. — Puis-

* En allemand dans le texte.

** Dernier tableau de Christiania et Stokholm.

*** En français dans le texte.

qu'enfin j'ai été fait pour vous importuner, oserai-je peut-être vous prier de faire toucher au Trésor le bon ci-joint, et, je vous demande pardon, de m'envoyer là-dessus 10 spd. en un billet, et de me garder le reste. — Si vous écrivez sur du papier épais, non transparent, ou si vous y placez le billet, il n'y a pas besoin d'inscrire à l'extérieur qu'il y a de l'argent dedans. Et le mieux est de faire une enveloppe cachetée et de placer le billet de banque dans un autre morceau de papier épais qu'on met dans l'enveloppe. —

Pour que le garçon qui va d'Arendal ici avec la lettre ne la vole pas, le mieux est de ne pas parler d'argent du tout à l'extérieur. — Mais ne vous fâchez pas si je vous cause ce dérangement. J'ai déjà assez de peine. —

Il n'est sans doute pas possible que j'aie l'argent avant le premier courrier d'août? mais c'est assez tôt. — Crely envoie ses compliments empressés. Elle a écrit par le dernier courrier. — Je me conduis ici assez bravement.

De la très belle Madame Hansteen le plus misérable chien.

N. H. Abel.

Comment se porte votre mari? J'ai vu par les journaux que vous avez reçu une lettre datée de Petersbourg, le 25 juin. —

Usine de Froland par Arendal.

XXXIV. ABEL A HOLMBOE

Usine à ♂ de Froland le 29 juillet 1828.

M. le lecteur! C'est sans doute à ton retour de Copenhague que cette lettre t'est adressée, mais tu n'as pas besoin de raconter ce que je t'écris. — Il s'agit du voyage à Berlin. Il est fichu, et moi par suite, presque autant. — Crelle m'a écrit, il y a dimanche 8 jours que quelqu'un „tombé du ciel“* est arrivé, qui voulait faire valoir ses droits at qu'il fallait caser. Dieu sait qui c'est, mais n'importe, l'animal a pris ma place. Il écrit d'ailleurs que, bien que ce soit douteux, il ne faut pas

* Vom Himmel gefallen, en allemand; dans le texte.

que je perde tout espoir, et que ce sera possible plus tard. En octobre j'aurai une réponse ferme. — Mais tu ne le diras pas. Rien que ceci, que je n'ai jamais dû aller et n'irai pas à Berlin, ce qui est conforme à la vérité. Cela n'a guère plu à Crelle que j'en aie parlé. — J'ai reçu une lettre de Schumacher. Mon exécution de Jacobi est imprimée. J'en rédige une autre qui doit partir. J'ai fait quelques belles découvertes dans les „transcendantes elliptiques".* — Je ne sais pas si je t'ai dit qu'il est arrivé des livres pour nous chez Messel[1] etc. —

S'il était question (ce qui est vraisemblable d'après ce que m'a dit Hansteen) d'avoir un professeur d'astronomie à l'Ecole militaire, dis que je suis probablement disposé à m'en charger, que l'on ne doit pas s'arrêter à l'idée que je partirai pour Berlin, mais ceci est seulement pour toi. — Je suis obligé de regarder autour de moi de tous les côtés. Tu peux si tu veux m'écrire quelques mots là-dessus. Je partirai d'ici de vendredi en quinze.

Salue les connaissances. Félicite cette brute de co-recteur[2] et porte toi bien.

Tu ne m'en voudras pas si je descends chez toi pour quelques jours à mon arrivée jusqu'à ce que je me sois trouvé un logement, si je ne paye pas cette lettre, et si je te prie de te charger de celle ci-jointe.

Ton

N. H. Abel.

XXXV. ABEL A MADAME HANSTEEN

Usine à ♂ de Froland, le 29 juillet 1828 par Arendal.

Encore une prière que je vous adresse, excellente Madame Hansteen, il est possible que Thomas soit parti sans le dire à Ibsen.[1] Bon Dieu, faites descendre la bonne et qu'elle demande à Ibsen si Thomas reviendra, et s'il ne revient pas, qu'elle donne congé en ajoutant qu'il sera payé après mon arrivée. Je vous ai écrit il y a 8 jours, et j'ai inclus un bon sur le Trésor pour les appointements du mois de juillet. J'ose peut-être espérer que les 10 spd. en question sont envoyés. Je n'arriverai sans doute pas à Christiania avant le milieu d'août, — mais ne m'en voulez pas du dérangement que je vous cause. En y réfléchissant bien, j'aurais pu,

* En français dans le texte.

il est vrai, demander à Holmboe de le faire. Crely envoie ses compliments. Je me porte très bien, sauf un pouce qui me fait mal. — J'ai reçu en cadeau 6 paires de chaussettes (de Marie[2] et Crely) 12 . . . . . (de Hanna Preus)[3] et autre chose de Lina[4]. Dieu vous donne une bonne santé, très chère madame.

Votre

N. H. Abel.

XXXVI. ABEL A MADAME HANSTEEN

Mes meilleurs compliments à la très belle Madame Hansteen. Vous avez bien reçu le billet avec les 3 spd.? Je suis pauvre comme un rat d'église, n'ayant maintenant pas plus de 1 sp. 60 ß qu'il faut que je donne comme pourboire. Je n'ai d'ailleurs pas gaspillé un skilling. — Le marchand est payé: 103 sp. 26 ß* qui font le compte. J'ai reçu une lettre de Schumacher. Mon mémoire est imprimé et est parti pour Königsberg. — Si vous voyez Elisabeth, saluez la cordialement de ma part et de la part des Treschow. —

Votre ruiné.

Vous recevrez bientôt une lettre de moi.

XXXVII. EXTRAIT D'UNE LETTRE DE CRELLE A ABEL

[10 septembre 1828.]

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

[Jacobi écrit:] M. Abel est arrivé par une voie nouvelle, à ma théorie de transformation, où je l'avais devancé de même qu'il m'a devancé sur tant d'autres points — — — [Et il continue:] Votre journal renferme un article où Abel prouve que notre théorie de transformation est complète et définitive. Je considère cette démonstration comme un des plus beaux chef-d'œuvres de l'analyse. [Legendre écrit:] . . . „Ce que vous me dites du jeune Mr. Abel est absolument conforme à

* Environ 570 f.

l'idée que je m'étais formée de ses grands talens en parcourant le cahier de votre journal où est inséré son charmant traité sur les fonctions elliptiques. Mr. Poisson m'a fait parvenir l'année passée le cahier que vous lui aviez envoyé peu de temps après que j'eus reçu communication de la belle découverte de Mr. Jacobi par le journal de Mr. Schumacher et par une lettre de l'auteur. Ces productions de deux jeunes savans qui m'étaient inconnus jusqu'alors, m'ont donné autant d'admiration que de satisfaction. Je vis par là que sous différens rapports ils avaient chacun de son côté perfectionné cette théorie dont je m'occupais presque exclusivement depuis plusieurs années, et que les mathématiciens de mon pays avaient regardée avec indifférence. Les decouvertes de Jacobi ont plus spécialement attiré mon attention, car elles ont un rapport plus étroit avec mes propres recherches et les complètent d'une façon très satisfaisante. J'ai aussi exposé mon opinion à ce sujet dans le journal de M. Schumacher et je suis maintenant occupé à faire imprimer un supplément à mon travail qui contiendra la démonstration de deux théorèmes généraux de Jacobi, ainsi que de nouveaux développements. Je me propose en outre de publier un autre supplément où seraient présentées les découvertes de M. Abel, avec celles que je m'attends à voir publiées dans la suite tant par M. Abel que par M. Jacobi — — — — — — — — — — — — — — —
— — — — — — — — — — — — — — — — — —

XXXVIII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Christiania le 22 septembre 1828.

Vous avez certainement été un peu étonnée (pour ne pas employer une expression plus forte), excellente Madame Hansteen, de ne pas me voir avant votre départ, mais en toût cas vous n'avez certes pas été plus étonnée que je n'ai été affligé de ne pas pouvoir sortir. J'ai été malade, et au lit, depuis le soir où vous avez été chez Treschow, jusqu'il y a quelques jours. Maintenant, Dieu merci, je vais très-bien. — Comme c'est étrange, je ne peux pas me mettre dans la tête que vous êtes partie, et je suis souvent sur le point d'aller chez vous. Je suis pourtant presque absolument seul. Je vous assure que je ne fréquente littéralement pas une seule personne. — Cependant cela ne me manquera pas tout d'abord, car j'ai

horriblement à travailler pour le Journal. J'aurai dorénavant 1 ducat par feuille d'impression. Crelle me l'a offert de lui-même. Mais il n'en sortira naturellement pas grand chose, et ma situation gênée m'a fait accepter. — Je viens de recevoir hier une lettre de Crelle où il dit qu'il y a toujours espoir que je puisse venir à Berlin, et que bientôt on pourra être fixé si cela aboutit ou non. — J'ai à vous offrir les compliments de la petite Crelly. Elle vous envoie par ce courrier un petit bonnet fait de ses mains, qu'elle vous prie de recevoir dans l'état où il est. S'il n'est pas tout à fait fini, cela vient de ce qu'elle a dû l'envoyer ici il y a 8 jours pour que vous puissiez l'avoir avant votre départ. Malheureusement je ne l'ai reçu que mardi, donc trop tard. — J'avais encore plusieurs choses dont je voulais vous écrire, mais les leçons font que je suis obligé de m'arrêter.

Mes plus cordiales salutations à la charmante Madame Frederichsen ainsi qu'à tous les anges.

Toujours avec mes vœux pour votre bonheur

N. H. Abel.

Crelly a pour vous presque autant d'affection que moi.

XXXIX. ABEL A CRELLE *

26.) [Christiania le 18 octobre 1828.]

— —

Je prépare dans ce moment un théorème sur les fonctions elliptiques, où j'ai considéré la théorie de ces fonctions sous un point de vue très général. Ce mémoire sera divisé en deux parties. La première contiendra la solution de ce problème général:

„Trouver toutes les relations possibles entre un nombre quelconque de fonctions elliptiques qui pourront s'exprimer par une équation de la forme:

1. $A_1\Pi_1(x_1)+A_2\Pi_2(x_2)+\ldots+A_n\Pi_n(x_n)=r+B_1\log v_1+B_2\log v_2+\ldots+B_m\log v_m$;

$x_1, x_2, \ldots x_n, r, v_1, v_2, \ldots v_m$ sont supposés d'être des fonctions algébriques

* Cette lettre est écrite partie en français, partie en allemand.

quelconques d'un certain nombre de variables indépendantes. $\Pi_1, \Pi_2, \ldots \Pi_n$ désignent des fonctions elliptiques quelconques, c'est à dire des intégrales de la forme:

$$\Pi_\mu(y) = \int \frac{P_\mu \cdot dy}{\sqrt{(\alpha_\mu + \beta_\mu y + \gamma_\mu y^2 + \delta_\mu y^3 + \varepsilon_\mu y^4)}},$$

où P_μ est une fonction quelconque rationnelle de y.

Je parviens d'abord à ce théorème général:

Théorème I. Si une équation telle que (1) a lieu, il pourra arriver l'un de deux, ou une quelconque des fonctions $\Pi_1(x_1)$, $\Pi_2(x_2) \ldots \Pi_n(x_n)$ p. ex. $\Pi_\mu(x_n)$ sera exprimable par des fonctions algébriques et logarithmiques, ou on doit nécessairement avoir:

$$2. \quad \frac{dx}{\sqrt{(\alpha_\mu + \beta_\mu x + \gamma_\mu x^2 + \delta_\mu x^3 + \varepsilon_\mu x^4)}} = a \cdot \frac{dy}{\sqrt{(\alpha_\nu + \beta_\nu y + \gamma_\nu y^2 + \delta_\nu y^3 + \varepsilon_\nu y^4)}},$$

où a est une constante, ν différent de μ, et y une fonction rationnelle de x."

Une relation quelconque entre plusieurs fonctions elliptiques entraine ainsi nécessairement une relation entre deux fonctions de la première espèce. En vertu de ce théorème la solution du problème général pourra être principalement réduite à celui de satisfaire de la manière la plus générale à l'équation (2.). Je suis parvenu à la solution complète de ce problème. J'ai trouvé ce résultat qu'on pourra satisfaire à (1) d'une infinité de manières. a sera une fonction des coefficiens $\alpha_\mu, \beta_\mu, \ldots \alpha_\nu, \beta_\nu \ldots$ et entre ceux-ci il doit se trouver une seule relation, mais qui pourra être variée d'une infinité de manières.

Voici quelques-uns des résultats les plus remarquables.

2, Soit pour abréger:

$$\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4 = R,$$

$$\alpha' + \beta' y + \gamma' y^2 + \delta' y^3 + \varepsilon' y^4 = R',$$

cela posé si l'équation

$$3. \quad \int \frac{dy}{\sqrt{R'}} = a \int \frac{dx}{\sqrt{R}}$$

a lieu, où y est lié à x par une équation algébrique $f(x, y) = 0$, on aura toujours

$$4.\quad \int (A_0' + A_1'y + \ldots A_\mu'y^\mu)\frac{dy}{\sqrt{R'}} = \int (A_0 + A_1x + \ldots + A_\mu x^\mu)\frac{dx}{\sqrt{R}} + r,$$

où A_0, A_1, ... A_μ sont des constantes quelconques et r une expression algébrique et logarithmique.

3, L'équation (3.) ayant lieu on aura toujours

$$5.\quad \int \frac{dy}{y-e'}\cdot\frac{1}{\sqrt{R'}} = r + A\int \frac{dx}{dx} + B\int \frac{dx}{x-e}\cdot\frac{1}{\sqrt{R}},$$

où l'un des paramètres e' et e est arbitraire, mais l'autre déterminé par l'équation $f(e', e) = 0$, ensorte que ces quantités sont liées entre elles par la même équation que y et x. r est une expression connue.

4. Si une des équations (4.) et (5.) a lieu, l'équation (3.) est de même satisfaite en déterminant convenablement le coefficient a.

5. Il est impossible de réduire des fonctions de la forme $\int (A + Bx + Cx^2)\frac{dx}{\sqrt{R}}$ aux fonctions de la première espèce excepté pour quelques valeurs particulières des coefficiens dans la fonction R.

6. Il est impossible de réduire une fonction de la forme $\int \frac{dx}{x-e}\cdot\frac{1}{\sqrt{R}}$ aux fonctions de la première et de la seconde espèce, excepté pour des valeurs particulières du paramètre e. Ces valeurs de e sont déterminées par l'équation $p^2 - q^2 . R = (x-e)^m$, où m est entier.

7. Si $\frac{dy}{\sqrt{R'}} = \frac{adx}{\sqrt{R}}$ est satisfaite par l'équation algébrique $f(y, x) = 0$, cette équation sera dans tous les cas résoluble algébriquement, en sorte qu'on en pourra tirer la valeur de l'une des quantités x et y en l'autre à l'aide de radicaux. En supposant x fonction rationnelle de y, en sorte que $\varphi(y) = x$, on aura, si cette équation est d'un degré impair:

$$y = \text{fonct. ration.}\left(x, \sqrt[n_1]{(p_1 + q_1\sqrt{R})}, \sqrt[n_2]{(p_2 + q_2\sqrt{R})} \ldots \sqrt[n_m]{(p_m + q_m\sqrt{R})}\right),$$

où p_1, q_1, p_2, q_2, . . . p_m, q_m sont des fonctions entières de x, telles que

$$p_1^2 - q_1^2 R = (x-a_1)^{n_1},\quad p_2^2 - q_2^2 R = (x-a_2)^{n_2},\ \ldots\ p_m^2 - q_m^2 . R = (x-a_m)^{n_m},$$

$a_1, a_2, \ldots a_m$ étant des constantes. Le produit des exposans $n_1, n_2, \ldots n_m$ est égal au degré de l'équation

$$\varphi(y) = x.$$

Dans la seconde partie il sera question des fonctions elliptiques de la forme $\int \frac{Pdx}{\sqrt{((1-x^2)(1-c^2x^2))}}$ où l'on suppose c réelle et moindre que l'unité. Tous les résultats aux quels je parviens dans cette seconde partie, et qui ne sont contenus dans ceux de la première partie, sont déduits de la considération de la fonction inverse de la première espèce. Je désigne cette fonction par λx en sorte que

$$dx = \frac{d\lambda x}{\sqrt{((1-\lambda^2 x)(1-c^2\lambda^2 x))}}$$

Cette fonction λ simplifie beaucoup la théorie des fonctions elliptiques en général. Elle aura des propriétés très remarquables, et qui ont une parfaite analogie avec celles des fonctions circulaires, mais elles sont encore plus variées. Les suivantes sont quelques-unes des plus remarquables. Nous ferons pour abréger

$$\sqrt{((1-x^2)(1-c^2x^2))} = \Delta(c, x); \quad \frac{\omega}{2} = \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(c, x)}, \quad \frac{\tilde{\omega}}{2} = \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(b, x)},$$

où $b = \sqrt{(1-c^2)}$.

1. La fonction λx est une fonction périodique de x. Cette propriété est la même que celle de $\sin x$, mais non seulement λx, encore la fonction $\lambda(x\sqrt{-1})$ est une fonction périodique de x.

2. L'équation $\lambda x = 0$ a une infinité de racines réelles et imaginaires, savoir $x = m\omega + n\tilde{\omega}\sqrt{-1}$, m et n étant des nombres entiers quelconques. Les racines de l'équation plus générale $\lambda x = \lambda a$ sont $x = (-1)^m a + m\omega + n\tilde{\omega}\sqrt{-1}$.

3. La fonction λx pourra être décomposé en une infinité de facteurs, et en une infinité de fractions partielles, p. ex.

$$\frac{1}{\lambda x} = \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_m \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_n \cdot \frac{(-1)^m}{x + m\omega + n\tilde{\omega}i}$$

$$\lambda x = \frac{1}{c} \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_m \cdot \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_n \cdot \frac{(-1)^m}{x + m\omega + (n + \frac{1}{2})\tilde{\omega}i}$$

4. Les propriétés de la fonction λx sont intimément liées à l'équation $p^2 - q^2(1 - y^2)(1 - c^2y^2) = 0$, où p et q sont des fonctions entières de y. En effet si l'on désigne par $\lambda\theta_1$, $\lambda\theta_2 \ldots \lambda\theta_\mu$ les racines de cette équation, on aura, en supposant quelques-unes de ces racines variables:

$$\text{Const.} = \lambda(\pm\theta_1 \pm\theta_2 \pm\theta_3 \pm \ldots \pm\theta_\mu)$$

en déterminant convenablement les signes des quantités $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \ldots \theta_\mu$.

5. On pourra exprimer $\lambda(\theta_1 + \theta_2 + \ldots \theta_\mu)$ en fonction rationnelle de $\lambda\theta_1, \lambda\theta_2, \ldots \lambda\theta_\mu, \Delta(c, \lambda\theta_1), \ldots \Delta(c, \lambda\theta_\mu)$ quelles que soient les quantités $\theta_1, \theta_2, \ldots \theta_\mu$

6. Pour que deux fonctions $\int \frac{dx}{\Delta(c, x)} \cdots \int \frac{dy}{\Delta(c', y)}$, où c et c' sont moindres que l'unité de même que x et y, puissent être réduites indéfiniment l'une à l'autre, il faut qu'on ait entre les fonctions complètes cette relation:

$$m \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(c, x)} \cdot \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(b', x)} = n \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(b, x)} \cdot \int_0^1 \frac{dx}{\Delta(c', x)},$$

où m et n sont des nombres entiers quelconques, et $b' = \sqrt{(1 - c'^2)}$. Si cette équation est satisfaite, on pourra toujours déterminer y algébriquement et même rationnellement en x de la sorte que $\int \frac{dx}{\Delta(c, x)} = a \int \frac{dy}{\Delta(c', y)}$, où a est une constante dont la valeur dépend de celle du module c.

7. Si l'on suppose réductibles l'une à l'autre deux fonctions de la première espèce

$$\int \frac{dx}{\Delta(c, x)} \cdots \int \frac{dy}{\Delta(c', y)},$$

où c est moindre que l'unité et c' réelle ou imaginaire, toutes les valeurs de c', propres à satisfaire à cette condition, seront données par les deux formules:

$$\sqrt[4]{c'} = \frac{1-\delta}{1+\delta} \cdot \frac{1-\delta^3}{1+\delta^3} \cdot \frac{1-\delta^5}{1+\delta^5} \cdots; \quad \sqrt[4]{c'} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[8]{\delta} \cdot \frac{1+\delta^2}{1+\delta} \cdot \frac{1+\delta^4}{1+\delta^3} \cdot \frac{1+\delta^6}{1+\delta^5} \cdots,$$

où $\delta = \pi\left(\mu\sqrt{-1} - \nu \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)$,

μ et ν étant des nombres rationnels quelconques.

Il est à remarquer que si l'on fait $\mu = 0$, $\nu = 1$, on aura:

$$\sqrt[4]{c} = \frac{1-\delta}{1+\delta} \cdot \frac{1-\delta^3}{1+\delta^3} \cdots$$

$$\sqrt[4]{b} = \sqrt{2} \,.\, \sqrt[8]{\delta} \cdot \frac{1+\delta^2}{1+\delta} \cdot \frac{1+\delta^4}{1+\delta^3} \cdots$$

Ces formules donneront donc le module c et son complément b en fonctions de $\delta = \frac{\omega}{\bar{\omega}} \pi$.

Je passe sous silence un grand nombre d'autres propriétés tant des fonctions de la première espèce que de celles de la seconde et de la troisième espèce.

Ich werde ein Theorem über die Gleichungen hersetzen, das Sie für das Journal benutzen können wenn Sie wollen.

Theoreme sur les équations.

Soient $x_1, x_2, \ldots x_n$ un nombre quelconque de quantités inconnues, et $\varphi(x_1, x_2, \ldots x_n)$ une fonction entière de ces quantités du degré m, m étant un nombre premier quelconque. Si l'on pose entre $x_1, x_2, \ldots x$ les n équations suivantes:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3 \ldots x_n) = 0, \quad \varphi(x_2, x_3, x_4 \ldots x_n, x_1) = 0;$$

$$\varphi(x_3, x_4, \ldots x_n, x_1, x_2) = 0, \quad \ldots \varphi(x_n, x_1, x_2, \ldots x_{n-1}) = 0$$

on en pourra en général éliminer les $m - 1$ quantités et l'une quelconque d'entre elles x sera ainsi déterminée á l'aide d'une équation du degré m^n. Il est clair que le premier membre de cette équation sera divisible par la fonction du degré m: $\varphi(x, x, x \ldots x)$. On aura donc une équation en x du degré $m^n - m$. — Cela posé je dis que cette équation sera decomposable en $\frac{m^n - m}{n}$ équations, chaqu'ne du degré m, et dont les coefficiens seront determinés à l'aide d'une équation du degré $\frac{m^n - m}{n}$. En supposant connues les racines de cette équation chaqu'une des équations du degré m sera resoluble algébriquement. —

Ainsi par ex. si l'on suppose $n = 2$, $m = 3$ on aura en x une équation du degré $3^2 - 3 = 6$. Cette équation du sixième degré sera par consequent resoluble

algébriquement car en vertu du theorème, on pourra la decomposer en trois équations du second degré. Pareillement si l'on cherche les valeurs inégales de x_1, x_2, x_3 propres à satisfaire aux équations

$$x_2 = \frac{a + bx_1 + cx_1^2}{\alpha + \beta x_1}; \quad x_3 = \frac{a + bx_2 + cx_2^2}{\alpha + \beta x_2}; \quad x_1 = \frac{a + bx_3 + cx_3^2}{\alpha + \beta x_3}$$

on aura pour determiner x_1, x_2, x_3 une equation du sixième degré mais qui sera decomposable en deux équations du troisième degré, les coefficiens de ces équations étant déterminés par une équation du second degré. —

Dieses Theorem ist vielleicht nicht ohne Interesse, aber das folgende ist besser:

Si trois racines d'une équation quelconque irreductible d'un degré marqué par un nombre premier sont liées entre elles de la manière que l'on pourra exprimer l'une de ces racines rationellement en les deux autres, l'équation en question sera toujours resoluble à l'aide de radicaux.

und noch dieses als specieller Fall:

Si deux racines d'une équation irreductible dont le degré est un nombre premier ont entre elles un tel rapport qu'on pourra exprimer l'une rationellement en l'autre, cette équation sera toujours resoluble à l'aide de radicaux.

Diese Theoreme gelten nicht wenn der Grad der Gleichung nicht durch eine Primzahl ausgedrückt ist. Wollen Sie nicht alle drei Theoreme aufnehmen so empfehle ich die beiden letzen (sic).

Können Sie so bitte ich Sie nochmals sehr die in meinem letzen (sic) Briefe sich befindenden Abhandlungen ins vierte Heft beide drucken zu lassen. Es ist mir sehr darum zu thun. —

Ich bin stets der Ihrige

ABEL.

XL. LEGENDRE A ABEL

Paris le 25 octobre 1828.

Monsieur, j'ai reçu et lu avec beaucoup de plaisir la lettre fort interessante que vous m'avez adressée en date du 3 de ce mois. Je vous félicite bien cordiale-

ment des grands succès que vous avez obtenus dans vos travaux sur la théorie des fonctions elliptiques. J'avais déjà connaissance des beaux mémoires que vous avez publiés dans les journaux de *M. M. Crelle* et *Schumacher*; les nouveaux détails que vous voulez bien me donner sur la suite de vos recherches, augmentent encore, s'il est possible, les titres que vous avez acquis à l'estime des savans et surtout à la mienne. En rendant justice, comme je le dois, au mérite de vos découvertes, je ne puis me défendre du sentiment d'orgueil qui m'associe en quelque sorte à vos triomphes et à ceux de votre digne émule, *M. Jacobi*, puisque c'est en grande partie par l'étude de mes ouvrages que vous avez eu occasion l'un et l'autre de développer les grands talens que la nature vous a départis. Dans une de ses dernières lettres, *M. Jacobi* s'exprime en ces termes sur votre mémoire imprimé dans le n° 138 du journal de *M. Schumacher*:

"Ce n° contient une *déduction* rigoureuse des théorèmes de transformation dont le défaut s'était fait sentir dans mes annonces sur le même objet. *Elle est au-dessus de mes éloges, comme elle est au-dessus de mes travaux.*"

Un pareil aveu, exprimé avec tant de candeur, est aussi honorable pour *M. Jacobi* que pour vous. Vous serez sans doute dignes l'un de l'autre par la noblesse de vos sentimens et par la justice que vous vous rendrez réciproquement.

Je voudrais bien Monsieur, pouvoir vous offrir un exemplaire de mon traité des fonctions elliptiques en deux volumes in 4° qui a paru en janvier 1827 et qui contient un bon nombre de choses qui ne sont pas dans les Exerc. d. Calc. int. Mais la difficulté est de vous faire passer cet exemplaire avec sûreté. Je ne vous apprendrai rien dans cet ouvrage; c'est au contraire sur vous deux, Messieurs, que je compte pour l'enrichir de beaucoup de découvertes précieuses auxquelles je ne serais jamais parvenu par mes propres travaux; car j'ai atteint un âge où le travail devient bien difficile ou même impossible.

La fin de votre lettre me confond par la généralité que vous avez su donner à vos recherches sur les fonctions elliptiques, et même sur des fonctions plus compliquées. Il me tarde beaucoup de voir les méthodes qui vous ont conduit à de si beaux résultats; je ne sais si je pourrais les comprendre, mais ce qu'il y a de sûr, c'est que je n'ai aucune idée des moyens que vous avez pu employer pour vaincre de pareilles difficultés. Quelle tête que celle d'un jeune Norvégien!

Une partie de ce que vous dites sur les transformations m'est déjà connue, et se trouve développée dans mon premier supplément; mais dans le reste la sphère

de vos connaissances est beaucoup plus étendue que la mienne, et il me resterait surtout à éclaircir ce qui concerne les transformations imaginaires, sur quoi j'attends un ouvrage de 200 pag. in 4° que doit publier *M. Jacobi* et dont l'impression est déjà commencée. Peut-être n'êtes vous pas à portée maintenant de publier un semblable ouvrage qui contienne l'ensemble de vos découvertes; il nous intéresserait beaucoup, Monsieur. J'éspère que vous nous en dédomagerez par de nouvelles publications dans les journaux de *Mrs. Crelle* et *Schumacher*, en donnant la démonstration de vos théorèmes.

Il y a un point intéressant à mes yeux où vous ne semblez pas vous accorder entièrement avec *M. Jacobi*. Dans le cas où n est un nombre premier, *M. Jacobi* dit que l'équation modulaire entre ce que vous appelez c_1 et c est du degré $n+1$, et il donne pag. 193 du 3 Vol. de *M. Crelle*, l'expression en série des $n+1$ racines dont deux sont réelles et les $n-1$ autres imaginaires. Cela semble s'accorder avec les résultats connus pour les cas de $n=3$ et $n=5$, où l'équation dont il s'agit est du 4me et du 6me degré. Vous, Monsieur, Vous annoncez que le nombre des modules est six fois plus grand. Il y aurait donc 36 modules c_1 dans le cas de $n=5$, et cependant l'équation modulaire n'est que du 6me degré. C'est une difficulté que je vous soumets et sur laquelle je vous demandrais deux mots d'éclaircissemens, quand vous aurez occasion de m'écrire, ou que vous pourriez insérer dans le prochain mémoire que vous destinez au journal de *M. Crelle*.

Agréez, Monsieur, l'expression de mes sentimens les plus distingués.

LE GENDRE.

XLI. ABEL A MADAME HANSTEEN

[Christiania novembre 1828].

— —

[elle a tout de même un peu d'affection] pour moi si je ne me trompe. Je n'ai peut-être pas été tout à fait envers elle comme j'aurais dû, mais maintenant nous sommes d'accord et nous nous entendons bien ensemble. — Je me suis beaucoup corrigé, et j'espère qu'un jour nous vivrons heureux ensemble. Mais quand cet heureux moment viendra-t-il, je ne sais. Pourvu qu'il ne soit pas trop éloigné. Cela me fait de la peine pour ma Crelly qui sera obligée de travailler si dur. —

Elle vous envoie ses compliments sincères et désirerait vivement voir quelques lignes de vous. Vous ne pouvez croire combien elle en serait ravie, car elle y tient beaucoup. — Je lui ai écrit il y a quelques jours, et lui ai envoyé votre salut, elle pourra voir que vous ne l'avez pas oubliée. — Mais, Madame Hansteen, ne vous désolez pas qu'elle ait travaillé pour vous, elle ne l'a pas fait pour vous témoigner faiblement qu'elle désirait reconnaître votre bonté. Du moins ce n'était pas la raison principale. Vous savez que l'affection bien souvent s'exprime par des bagatelles. Elle voulait vous témoigner la sienne, et rien ne pourrait lui faire plus de plaisir que de savoir que cela vous aurait causé un petit plaissir, si petit soit-il. — Cela me fait de la peine que vous ne soyez pas là-bas dans la meilleure humeur. Je peux comprendre que bien des choses vous émeuvent, et puis, ce qui vous inquiète surtout, c'est l'absence de Hansteen. C'est bien naturel, mais pensez combien vous serez heureuse dans un temps qui ne sera pas très long. On croit bien facilement ce que l'on désire, et vous, chère Madame Hansteen, vous avez toute vraisemblance de votre côté. Combien n'en ont pas fait autant et — — — — — — — — —
— —
l'affaire de Blytt[1] sans doute ira bien. J'en suis toujours à 400 spd. et je suis dans les dettes jusqu'au cou, mais je m'en suis tout de même un peu dégagé. En attendant ma précédente hôtesse „la Reine“ n'a pas reçu un skilling et je lui dois 82 spd. — A la Banque j'ai réussi à diminuer jusqu'a 160 et chez le marchand de drap de 45 à 20. En outre je dois au cordonnier, au tailleur et au restaurateur, mais d'ailleurs je n'emprunte pas. Mais il ne faut pas vous apitoyer sur moi pour cela. Je m'en tirerai bien. —

En fait d'„histoires de brigands“* je n'ai rien à vous raconter. Par contre il est très véritable qu'un fils de l'échevin ****** est en prison pour vol, et, qui pis est, pour effraction chez le prof. Bugge. — Il a pris son argent et a cassé un carreau pour entrer. Dans le genre comique, je dirai qu'un pasteur s'est fait peindre en grand costume avec sa fiancée sur ses genoux. —

Il faut encore que je vous raconte quelque chose. Je me suis senti récemment fort orgueilleux à propos de quelques lettres que j'ai reçues de l'étranger. Je vais vous en citer quelques passages, parceque vous savez bien que ce n'est pas pour faire le fier. Vous vous rappelez peut-être un mathématicien du nom de

* Räuber Geschichten.

Jacobi, qui m'a devancé, et aussi un mémoire que j'ai envoyé à Schumacher au printemps. Ce mémoire a eu du succès. Jacobi a dit dans une lettre à Crelle: „Je tiens ce mémoire pour un des plus beaux chefs-d'œuvre des mathématiques."* Le célèbre mathématicien Legendre, de Paris, a dit aussi dans une lettre à Crelle: Ce que vous dites Monsieur, du jeune M. Abel s'accorde parfaitement avec l'idée que j'avais conçue de ses grands talens par la lecture de ses beaux travaux.** Et plus loin „Ces productions de deux jeunes savans qui m'étaient jusque-là inconnus m'ont causé autant de surprise que de satisfaction" . . . . Il ajoute ensuite qu'il a parlé des découvertes que j'ai faites, dans un supplément qu'il a écrit pour un de ses ouvrages sur le même sujet. — Lorsque j'eus reçu la lettre où Crelle cite ce qui précède, je me suis mis aussitôt au travail pour écrire à Legendre une lettre contenant plusieurs choses nouvelles. Il m'a répondu il y a quelques jours par une lettre extrêmement flatteuse. Je vais en citer quelques passages.

„Je vous félicite bien cordialement des grands succes que vous avez obtenus „dans vos travaux; j'avais deja connaissanse des beaux memoires, que vous avez „publiés dans les journaux de MM. Crelle et Schumacher; les nouveaux détails que „vous voulez bien me donner sur la suite de vos recherches augmente encore, s'il „est possible, les titres que vous avez acquis à l'estime des savans et surtout à la „mienne. En rendant justice comme je le dois au merite de vos decouvertes, je „ne puis me défendre du sentiment d'orgueil qui m'associe en quelque sorte à vos „triomphes et à ceux de votre digne Emule M. Jacobi, puisque c'est en grande „partie par l'étude de mes ouvrages que vous avez eu l'occasion l'un et l'autre „de developper les grands talens que la nature vous a departis. — Ailleurs il dit: „La fin de votre lettre me confond par la généralité que vous avez su donner à vos „recherches; il me tarde beaucoup de voir les méthodes qui vous ont conduit à de si „beaux résultats; je ne sais si je pourrai les comprendre, mais ce qu'il y a de sur, „c'est que je n'ai aucune idée des moyens que vous avez pu employer pour vaincre „de pareilles difficultés; Quelle tête que celle d'un jeune Norvegien!" Et bien d'autres jolies choses. Il cite aussi quelques mots d'une lettre de Jacobi, adressée à lui, Jacobi a dit notamment sur le mémoire que j'ai envoyé à Schumacher . . . . ." „Elle est au dessus de mes éloges comme elle est au dessus de mes travaux."

---

* Ich halte diese Abhandlung für eine der schönsten Meisterwerke der Mathematik.

** Cette citation et toutes les suivantes sont en français dans le texte.

Pour être tout à fait véridique, j'ai cité ce qui précède en partie pour me faire un peu valoir, et en partie parceque je crois que cela vous fera plaisir, excellente Madame Hansteen, de voir quel succès j'obtiens, puisque vous prenez tant de part à tout ce qui m'arrive. — Mais il ne faut pas le prendre pour une vantardise.

Je vous prie de présenter mes compliments les plus sincères à votre aimable famille, qui m'est si chère. Je serai extrêmement heureux d'apprendre que vous vous portez tous bien. —

Adieu chère, excellente Madame Hansteen, et croyez moi si je dis que je suis, avec le dévouement et le respect les plus profonds

votre

ABEL.

XLII. ABEL A LEGENDRE*

Christiania le 25 novembre 1828.

Monsieur, la lettre que vous avez bien voulu m'addresser en date du 25 Octobre m'a causé la plus vive joie. Je compte parmi les moments les plus heureux de ma vie celui où j'ai vu mes essais meriter l'attention de l'un des plus grands géometres de nôtre siecle. Cela a porté au plus haut degré mon zèle pour mes études. Je les continuerai avec ardeur, mais si je serai assez heureux pour faire quelques decouvertes, je les attribuerai à Vous plutôt qu'à moi, car certainement je n'aurai rien fait sans avoir été guidé par vos lumières. —

J'accepte avec reconnaissance l'exemplaire de vôtre traité des fonctions elliptiques que vous voulez bien m'offrir. Je vous prie de me le faire passer sous l'addresse suivante:

M. M. les libraires Messel, Keyser & Co. à Christiania.

L'exemplaire doit être remis à M. M. SCHUBART et HEIDELOFF, Quai malaquai No. 1 à Paris.

Je m'empresserai de vous donner les éclaircissements que vous m'avez [fait] l'honneur de me demander. Lorsque je dis que le nombre de transformations differentes correspondantes à un nombre premier n e[s]t $6(n+1)$ j'entends par cela

* Cette lettre est en français.

qu'on peut trouver $6(n+1)$ valeurs différentes pour le module c' en supposant l'équation différentielle . . .

$$\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}=\varepsilon\cdot\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}$$

en mettant pour y une fonction rationnelle de la forme

$$y=\frac{A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n}{B_0+B_1x+B_2x^2+\ldots+B_nx^n}.$$

C'est cela qui a en effet lieu, mais parmi les valeurs de c' il y en aura un nombre de $n+1$ qui réponde à la forme suivante de y:

$$y'=\frac{A_1x+A_3x^3+A_5x^5+\ldots+A_nx^n}{1+B_2x^2+B_4x^4+\ldots B_{n-1}x_{n-1}}$$

Ce sont ces $n+1$ modules dont parle M. Jacobi. Ils sont en effet racines d'une même équation du degré $n+1$. Ces $n+1$ valeurs étant supposées connues il est facil[e] d'avoir les $5(n+1)$ autres. En effet en effet (sic) en designant par c' un quelconque des modules on aura encore ceux-ci:

$$\frac{1}{c'},\ \left(\frac{1-\sqrt{c'}}{1+\sqrt{c'}}\right)^2,\ \left(\frac{1+\sqrt{c'}}{1-\sqrt{c'}}\right)^2,\ \left(\frac{1-\sqrt{-c'}}{1+\sqrt{-c'}}\right)^2,\ \left(\frac{1+\sqrt{-c'}}{1-\sqrt{-c'}}\right)^2,$$

auquelles (sic) repondent les valeurs suivantes de y:

$$\frac{y'}{c'};\ \frac{1+\sqrt{c'}}{1-\sqrt{c'}}\cdot\frac{1\pm y'\sqrt{c'}}{1\mp y'\sqrt{c'}};\ \frac{1-\sqrt{c'}}{1+\sqrt{c'}}\cdot\frac{1\pm y'\sqrt{c'}}{1\mp y'\sqrt{c'}};\ \frac{1-\sqrt{-c'}}{1+\sqrt{-c'}}\cdot\frac{1\pm y'\sqrt{-c'}}{1\mp y'\sqrt{-c'}}$$

$$\frac{1+\sqrt{-c'}}{1-\sqrt{-c'}}\cdot\frac{1\pm y'\sqrt{-c'}}{1\mp y'\sqrt{-c'}},$$

ce qui est facil[e] de verifier en faisant la substitution dans l'équation différentielle. — Toutes les $6(n+1)$ valeurs du module c' sont différentes entre elles excepté pour quelques valeurs particulieres de c. — Dans ce qui precede n est supposé impair et plus grand que l'unité. Si n est égal à deux c' aura encore $6(n+1)=18$ valeurs différentes. De ces 18 valeurs il y aura six qui repondent à une valeur de y de la forme

$$y=\frac{a+bx^2}{a'+b'x^2}$$

ce sont:

$$c' = \frac{1 \pm c}{1 \mp c}, \quad \frac{1 \pm \sqrt{1 - c^2}}{1 \mp \sqrt{1 - c^2}}, \quad \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 1}}{c \mp \sqrt{c^2 - 1}}.$$

Il y en aura quatre qui repondent à une valeur de y de la forme $y = \frac{ax}{1 + bx^2}$ savoir

$$c' = \frac{2\sqrt{\pm c}}{1 \pm c}, \quad \frac{1 \pm c}{2\sqrt{\pm c}}; \qquad y = (1 \pm c)\,\frac{x}{1 \pm cx^2}, \quad \text{etc.}$$

Enfin pour les huit autres modules y aura la forme

$$a.\,\frac{A + Bx + Cx^2}{A - Bx + Cx^2}.$$

Ces huit modules sont

$$c' = \left(\frac{1 \pm c \pm \sqrt{2\sqrt{\pm c}}}{1 \pm c \mp \sqrt{2\sqrt{\pm c}}}\right)^2. \; -$$

J'ai donné des develloppemens plus étendus sur cet objet dans un memoire imprimé dans le cahier 4e Tom II du journal de M. Crelle. Peut-être vous en avez deja connaissance.

Les fonctions elliptiques jouissent d'une certaine proprieté bien remarquable et que je crois nouvelle, savoir si l'on fait pour abreger

$$\Delta x = \pm \sqrt{(1 - x^2)(1 - c^2x^2)}\,;$$

$$\Pi(x) = \int \frac{dx}{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)\Delta x}; \qquad \tilde{\omega}(x) = \int \frac{dx}{\Delta x}, \qquad \tilde{\omega}_0(x) = \int \frac{x^2\,dx}{\Delta x}$$

on aura toujours:

$$\tilde{\omega}(x_1) + \tilde{\omega}(x_2) + \ldots + \tilde{\omega}(x_\mu) = C$$

$$\tilde{\omega}_0(x_1) + \tilde{\omega}_0(x_2) + \ldots + \tilde{\omega}_0(x_\mu) = C + p\,,$$

où p est algébrique

$$\Pi(x_1) + \Pi(x_2) + \ldots + \Pi(x_\mu) = C - \frac{a}{2\Delta a} \cdot \log\left(\frac{fa + \varphi a\,.\,\Delta a}{fa - \varphi a\,.\,\Delta a}\right)$$

si l'on suppose les variables $x_1, x_2 \ldots x_\mu$ liées entre elles de la manière à satisfaire à une équation de la forme:

$$(fx)^2 - (\varphi x)^2 . (1 - x^2)(1 - c^2x^2) = A . (x^2 - x_1^2)(x^2 - x^2) \ldots (x_2^2 - x_\mu^2);$$

fx et φx étant deux fonctions entières quelconques de l'indéterminé x, mais dont l'une est paire et l'autre impaire. Cette proprieté me parait d'autant plus remarquable qu'elle appartiendra à toute fonction trancendante (sic)

$$\Pi(x) = \int \frac{dx}{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \Delta x}$$

en supposant $(\Delta x)^2$ une fonction entière quelconque de x^2. J'en ai donné la demonstration dans un petit memoire inseré dans le cahier 4e du Tom: III du journal de M. Crelle. — Vous verrez que rien n'est plus simple que d'établir cette propriété générale. Elle m'a été fort utile dans mes recherches sur les fonctions elliptiques. En effet j'ai fondé sur elle toute la théorie de ces fonctions. — Les circonstances ne me permettent point de publier un ouvrage de quelque étendue que j'ai composé depuis peu, car ici je ne trouverai personne qui fera l'imprimer à ses frais. C'est pourquoi j'en ai fait un extrait qui doit paraitre dans le journal de M. Crelle. La première partie, dans la quelle j'ai consideré les fonctions elliptiques en général doit paraitre dans le cahier prochain. Il me serait infiniment interessant de savoir votre jugement sur ma methode. Je me suis surtout attaché à donner de la généralité à mes recherches. Je ne sais si j'ai pu y reussir. — La seconde partie qui succedera incessament la première traitera principalement les fonctions avec des modules reels et moindres que l'unité. C'est surtout la fonction inverse de la première espece qui est l'objet de mes recherches dans cette seconde partie. Cette fonction, dont j'ai demontré quelques'unes des proprietés les plus simples dans „mes recherches sur les fonctions elliptiques" est d'un usage infini dans la theorie des fonctions elliptiques en général. Elle facilite à un degré inesperé la theorie de la transformation. Un premier essai sur cet objet est contenu dans le memoire inseré dans le No. 138 du journal de M. Schumacher, mais je puis maintenant rendre cette théorie beaucoup plus simple. —

La theorie des fonctions elliptiques m'a conduit à considerer deux nouvelles fonctions qui j[o]uissent de plusieurs proprietés remarquables. Si l'on fait

$$y = \lambda(x),$$

où

$$x = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c^2y^2)}}$$

$\lambda(x)$ sera la fonction inverse de la 1ere espèce. J'ai trouvé qu'on peut peut (sic) developper cette fonction de la manière suivante:

$$\lambda(x) = \frac{x + A_1x^3 + A_2x^5 + A_3x^7 + \ldots}{1 + B_2x^4 + B_3x^6 + B_4x^8 + \ldots},$$

où le numerateur et le denominateur sont des series toujours convergentes quellesque soient les valeurs de la variable x et du module c, reelles ou imaginaires. Les coefficiens $A_1, A_2, \ldots B_2, B_3 \ldots$ sont des fonctions entières de c^2. Si l'on fait

$$\varphi x = x + A_1x^3 + A_2x^5 + \ldots;$$

$$fx = 1 + B_2x^4 + B_3x^6 + \ldots,$$

φx et fx sont les deux fonctions en question. Elle[s] auront la proprieté exprimée par les deux équations

$$\varphi(x+y) \,.\, \varphi(x-y) = (\varphi x \,.\, fy)^2 - (\varphi y \,.\, fx)^2;$$

$$f(x+y) \,.\, f(x-y) = (fx \,.\, fy)^2 - c^2(\varphi x \,.\, \varphi y)^2$$

où x et y sont des quantités quelconques. On pourra representer ces fonctions de beaucoup de manières, par exemple on a:

$$\varphi\left(x\frac{\tilde{\omega}}{\pi}\right) = A \,.\, e^{ax^2} \,.\, \sin x \,.\, (1 - 2\cos 2x \,.\, q^2 + q^4)(1 - 2\cos 2x \,.\, q^4 + q^8)(1 - 2\cos 2x \,.\, q^6 + q^{12})$$

$$\varphi\left(x\frac{\omega}{\pi}\right) = A' \,.\, e^{a'x^2} \,.\, (e^x - e^{-x})(1 - p^2 \,.\, e^{2x})(1 - p^2e^{-2x})(1 - p^4e^{2x})(1 - p^4e^{-2x}) \cdots$$

$$f\left(x\frac{\tilde{\omega}}{\pi}\right) = B \,.\, e^{ax^2}(1 - 2\cos 2x \,.\, q + q^2)(1 - 2\cos 2x \,.\, q^3 + q^6) \cdots$$

$$f\left(x\frac{\omega}{\pi}\right) = B' \,.\, e^{a'x^2}(1 - pe^{-2x})(1 - pe^{2x})(1 - p^3e^{-2x})(1 - p^3e^{2x}) \cdots$$

où A, A', B, B', a, a' sont des quantités independantes de x; $q = e^{-\frac{\tilde{\omega}}{\omega}\pi}$, $p = e^{-\frac{\omega}{\tilde{\omega}}\pi}$ $\frac{\omega}{2}$ et $\frac{\tilde{\omega}}{2}$ enfin sont les fonctions complettes correspondantes aux modules $b = \sqrt{1-c^2}$ et c. —

Il y a outre les fonctions elliptiques deux autres branches de l'analyse dont je me suis beaucoup occupé, savoir la théorie de l'intégration des formules differentielles algébriques et la théorie des équations. A l'aide d'une methode particulière je suis parvenu à beaucoup de resultats nouveaux, qui sont surtout très généraux. Je suis parti du probleme suivant dans la theorie de l'integration:

„Etant proposé un nombre quelconque d'intégrales ... $\int y dx$, $\int y_1 dx$, $\int y_2 dx$ etc. où y, y_1, y_2, ... sont des fonctions algébriques quelconques de x, trouver entre elles toutes les relations possibles, qui pourront s'exprimer par des fonctions algébriques et logarithmiques."

J'ai trouvé d'abord qu'une relation quelconque doit avoir la forme suivante:

$$A \int y dx + A_1 \int y_1 \, dx + A_2 \int y_2 \, dx + \ldots = u + B_1 \log v_1 + B_2 \log v_2 + \ldots.$$

où A, A_1, A_2, ... ; B_1 etc. sont des constantes et u, v_1, v_2, ... des fonctions algébriques de x. Ce theorème facilite extremement la solution du problème, mais le plus important est le suivant:

„Si une intégrale $\int y \, dx$ où y est lié à x par une équation algébrique quelconque pourra s'exprimér d'une manière quelconque explicitement ou implicitement à l'aide [de] fonctions algébriques et logarithmiques on pourra toujours supposer:

$$\int y \, dx = u + A_1 \log v_1 + A_2 \log v_2 + \ldots + A_m \log v_m$$

où A_1, A_2, ... sont des constantes et u, v_1, v_2, ... v_m des fonctions rationelles de x et y". —

Par ex: si $y = \frac{r}{\sqrt{R}}$ où r et R sont des fonctions rationelles on doit avoir dans tous les cas où $\int \frac{r \, dx}{\sqrt{R}}$ est intégrable:

$$\int \frac{r \, dx}{\sqrt{R}} = p \sqrt{R} + A_1 \log \left(\frac{p_1 + q_1 \sqrt{R}}{p_1 - q_1 \sqrt{R}} \right) + A_2 \log \left(\frac{p_2 + q_2 \sqrt{R}}{p_2 - q_2 \sqrt{R}} \right) + \ldots.$$

où p, p_1, p_2, ... q_1, q_2, ... sont des fonctions rationelles de x. —

J'ai reduit de cette manière au plus petit nombre possible les fonctions transcendantes contenues dans l'expression....

$$\int \frac{r \, dx}{\sqrt[m]{R}}$$

où R est une fonction entière et r une fonction rationelle. J'ai decouvert de même des proprietés générales de ces fonctions. Savoir:

Soit $p_0, p_1, p_2, \ldots p_{m-1}$ des fonctions entières quelconques d'une quantité indeterminée x, et regardons les coefficiens des puissances de x dans ces fonctions comme des variables. Soit de même $\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \ldots \alpha^{m-1}$ les racines de l'équation $\alpha^m = 1$, m étant premier ou non, et faisons

$$s_k = p_0 + \alpha^k p_1 R^{\frac{1}{m}} + \alpha^{2k} p_2 R^{\frac{2}{m}} + \ldots + \alpha^{(m-1)k} R^{\frac{m-1}{m}}$$

Cela posé en formant le produit:

$$s_0 s_1 s_2 \ldots s_{m-1} = V$$

V sera comme vous voyez une fonction entière de x. Maintenant si l'on designe par $x_1, x_2, \ldots x_\mu$ les racines de l'équation $V = 0$, la fonction transcendante

$$\psi(x) = \int \frac{dx}{(x-a) R^{\frac{n}{m}}}$$

où $\frac{n}{m} < 1$ et a une quantité quelconque aura la propriété suivante:

$$\psi(x_1) + \psi(x_2) + \ldots + \psi(x_\mu)$$

$$= C + \frac{1}{R'^{\frac{n}{m}}} \left(\log(s'_0) + \alpha^n \log(s'_1) + \alpha^{2n} \log(s'_2) + \ldots + \alpha^{(m-1)n} \log(s'_{m-1}) \right)$$

où C est une constante et

$$R', s'_0, s'_1, \ldots s'_{m-1}$$

les valeurs qu'obtiendront respectivement les fonctions

$$R, s_0, s_1, \ldots s_{m-1}$$

en écrivant simplement a au lieu de x.

Rien n'est plus facil[e] que la demonstration de ce théorème. Je la donnerai dans un de mes memoires prochains dans le journal de M. Crelle. Un corrollaire bien remarquable du théoreme précédent est:

Si l'on fait $\tilde{\omega}(x) = \int \frac{r\,dx}{R^{\frac{n}{m}}}$ où r est une fonction quelconque entière de x dont le degré est moindre que $\frac{n}{m} \nu - 1$ où ν est le degré de R, la fonction $\tilde{\omega}(x)$ est telle que

$$\tilde{\omega}(x_1) + \tilde{\omega}(x_2) + \ldots + \tilde{\omega}(x_\mu) = \text{à une constante.}$$

Si par ex: $m = 2$, $n = 1$, $\nu = 4$ on aura $r = 1$, donc

$$\tilde{\omega}(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{R}} \quad \text{et} \quad \tilde{\omega}(x_1) + \tilde{\omega}(x_2) + \ldots + \tilde{\omega}(x_\mu) = C.$$

C'est le cas des fonctions elliptiques de la 1ère espèce.

Les belles applications que vous avez donné des fonctions elliptiques à l'intégration des formules differentielles m'ont engagé à considerer un probleme tres général à cet égard savoir

Trouver s'il est possible d'exprimer une intégrale de la forme $\int y\,dx$ où y est une fonction algébrique quelconque par des fonctions algébriques, logarithmiques et elliptiques de la manière suivante:

$$\int y\,dx = \text{fonction algébrique } (x, \log v_1, \log v_2, \log v_3, \ldots \Pi_1(z_1), \Pi_2(z_2), \Pi_3(z_3), \ldots)$$

$v_1, v_2, v_3, \ldots z_1, z_2, z_3, \ldots$ étant des fonctions algébriques de x les plus générales possibles, et Π_1, Π_2, etc. designant des fonctions elliptiques quelconques en nombre fini. J'ai fait le premier pas vers la solution de ce problème en demontrant le theoreme suivant:

„S'il est possible d'exprimer $\int y\,dx$ comme on vient de dire on pourra toujours „donner à son expression la forme suivante:

$$„\int y\,dx = t + A_1 \log t_1 + A_2 \log t_2 + \ldots + B_1 \Pi_1(y_1) + B_2 \Pi_2(y_2) + B_3 \Pi_3(y_3) + \ldots.$$

„où $t, t_1, t_2, \ldots y_1, y_2, y_3 \ldots$ sont toutes des fonctions rationnelles de x et y, mais en conservant à la fonction y toute sa généralité j'ai été arreté là par des difficultés qui surpassent mes forces et que je ne vaincra[i] jamais. Je me suis donc contenter (sic) quelques cas particuliers, surtout de celui où y est de la forme $\frac{r}{\sqrt{R}}$ où r et R sont deux fonctions rationnelles quelconques de x. C'est deja tres général. J'ai reconnu qu'on pourra mettre l'integrale $\int \frac{r\,dx}{\sqrt{R}}$ sous cette forme:

$$\int \frac{r\,dx}{\sqrt{R}} = p\sqrt{R} + A' \log\left(\frac{p' + \sqrt{R}}{p' - \sqrt{R}}\right) + A'' \log\left(\frac{p'' + \sqrt{R}}{p'' - \sqrt{R}}\right) + \ldots$$

$$\ldots + B_1 \Pi_1(y_1) + B_2 \Pi_2(y_2) + B_3 \Pi_3(y_3) + \ldots$$

où toutes les quantités $y_1, y_2, y_3, \ldots p, p', p'', \ldots$ sont des fonctions rationelles de la variable x. —

J'ai demontré ce theoreme dans le memoire sur les fonctions elliptiques qui va être imprimé dans le journal de M. Crelle. Il m'a été extr[êm]ement utile pour

donner la généralité la plus grande possible à la théorie de la transformation. Savoir j'ai non seulement comparer (sic) entre elles deux fonctions mais un nombre quelconque de fonctions. Je suis conduit à ce resultat remarquable:

Si l'on a entre un nombre quelconque de fonctions elliptiques des trois espèces avec les modules c, c', c'', c''', . . . une relation quelconque de la forme

$$A\,\Pi(x) + A'\,\Pi_1(x_1) + A''\,\Pi_2(x_2) + A'''\,\Pi_3(x_3) + \ldots + A^{(n)}\,\Pi_n(x_n) = v,$$

où x_1, x_2, x_3, . . . x_n sont des variables, liées entre elles par un nombre quelconque d'équation[s] algébriques, et v une expression algébrique et logarithmique, alors les modules c', c'', c''', . . . doivent être tels qu'on puisse satisfaire aux équations:

$$\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} = a'.\frac{dx'}{\sqrt{(1-x'^2)(1-c'^2x'^2)}} = a''.\frac{dx''}{\sqrt{(1-x''^2)(1-c''^2x''^2)}} = \text{etc.}$$

en mettant pour x', x'', x''' . . . des fonctions rationnelles de x; a', a'', . . . étant des constantes. Ce théoreme ramène la théorie générale des fonctions elliptiques à celle de la transformation d'une fonction en une autre. —

Ne serez pas faché Monsieur! parceque j'ai osé vous communiquer encore une fois quelques'unes de mes decouvertes. Si vous me permetterez de vous écrire je desirerais bien de vous communiquer un bon nombre d'autres tant sur les fonctions elliptiques et des fonctions plus générales que sur la theorie des équations algébriques. J'ai été assez heureux pour trouver une règle sure à l'aide delaquelle on pourra reconnaitre si une équation quelconque proposée est resoluble á l'aide de radicaux ou non. Un corrollaire de ma théorie est qu'il est impossible de resoudre les équations générales superieures au quatrième degré. —

Agréez Monsie[u]r l'expression de mon plus profond respect

Votre serviteur

N. H. Abel.

Il me tarde beaucoup de connaitre l'ouvrage de M. Jacobi. Il doit s'y trouver des chôses merveilleuses. Certainement M. Jacobi va perfectionner à un degré inesperé non seulement la théorie des fonctions elliptiques mais encore les mathemathiques en général. Je l'estime on ne peut plus. —

XLIII. LEGENDRE A ABEL

Paris le 16 janvier 1829.

Monsieur, j'ai remis à la maison *Schubart*, que vous m'avez indiquée, un exemplaire de mon traité qu'elle s'est chargée de vous transmettre avec le premier supplément qui commence le tome III; il est en route maintenant, et ne tardera pas à vous parvenir. Je vous l'offre comme un hommage bien dû à vos travaux; ils ajoutent beaucoup de prix aux miens, surtout lorsque j'aurai pu en faire entrer une partie dans les autres supplémens que je me propose de publier successivement, si le ciel m'accorde encore quelques années d'existence. J'ai trouvé dans votre lettre du 25 novembre beaucoup de choses qui m'intéressent au plus haut degré, et dont une partie se trouve déjà insérée dans le journal de *Mr. Crelle*. Vous y développez d'une manière très satisfaisante et très générale la question du nombre des modules dans lesquels peut être transformé un module, sur laquelle je vous avais demandé des éclaircissemens. Mais le mémoire imprimé sous le *n*° 30 ayant pour titre *Remarques sur quelques propriétés générales* etc. me paraît surpasser tout ce que vous avez publié jusqu'à présent par la profondeur de l'analyse qui y règne, ainsi que par la beauté et la généralité des résultats. Ce mémoire occupe peu de place, mais il contient un grand nombre de choses; il est rédigé en général avec beaucoup d'élégance et de concision; s'il eût pu être plus développé, j'aurais préféré que vous eussiez suivi un ordre inverse en finissant par les cas les plus généraux. Quoi qu'il en soit je ne puis que vous féliciter d'avoir entrepris de vaincre de pareilles difficultés et surtout d'y avoir si bien réussi; car quoique je n'aie pas pu me livrer au travail nécessaire pour vérifier tous vos résultats, d'autant qu'un pareil travail surpasse les forces d'un vieillard presqu'octogénaire, cependant je les ai assez examinés pour être persuadé qu'ils sont parfaitement exacts.

L'article de votre lettre où vous me communiquez quelques résultats de vos recherches sur le développement de la fonction inverse λx en série, à l'aide des deux fonctions φx et fx dont vous faites connaître plusieurs belles propriétés; cet article dis-je, a beaucoup de rapport avec ce que *M. Jacobi* a publié sur les fonctions qu'il appelle $\Theta(q, x)$, $H(q, x)$ (voy. le *n*° 27 du journal de *M. Schumacher* an 1828), et qui lui ont servi à sommer d'une manière fort élégante, un grand nombre de séries. Au moyen de la fonction $\Theta(q, x)$, *M. Jacobi* est parvenu à exprimer par une formule très simple la fonction de troisième espèce $\int \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 a \sin^2 \varphi)\Delta\varphi}$ dont

le parametre $-k^2 . \sin^2 \alpha$ se rapporte à la forme que j'ai appelée *logarithmique*, en opposition à l'autre forme $\cot^2 \alpha$ ou $-1 + k'^2 \sin^2 \alpha$ que j'ai nommée *circulaire*. Ainsi les fonctions de la troisième espèce à parametre logarithmique, sont susceptibles d'être réduites en tables, comme les fonctions de la 1re et de la 2do espèce, puisqu'elles ne dépendent que de la fonction $\Theta(q, x)$ à deux quantités seulement. Ce résultat de *M. Jacobi*, me paraît une découverte majeure dans la théorie des fonctions elliptiques de la troisième espèce surtout si on pouvait en trouver un semblable pour les autres fonctions de cette espèce à parametre circulaire. *M. Jacobi* a avancé que la chose était possible, mais quand j'ai voulu faire le calcul, c'est-à-dire supposer a ou x imaginaire dans la quantité $\frac{1}{2} . \log \frac{\Theta(x-a)}{\Theta(y+a)}$, j'ai vu que j'étais conduit inévitablement à une fonction de trois quantités. En effet c'est une règle générale dans l'analyse que si dans une fonction de plusieurs quantités réelles vous mettez l'imaginaire $r(\cos \Theta + \sqrt{-1} \sin \Theta)$, à la place d'une des variables ou cont stantes de la fonction, votre fonction contiendra un élément de plus. Le calcul donje viens de parler, n'a donc pas rempli mon but, ni celui que *M. Jacobi* annonçait; j'en ai pu seulement tirer avec assez de facilité les théorèmes de transformation, et les expressions de la fonction complète que j'avais précédemment données dans le chap. XXIII de mon traité Tom. I.

Mais de là naît une difficulté sur la division générale des fonctions elliptiques. Admettrons-nous cette différence énorme entre les fonctions de 3me espèce à parametre logarithmique et les fonctions à parametre circulaire, savoir que les premières peuvent s'exprimer par une fonction de deux variables, facilement réductible en table, et que les autres ne le peuvent pas? Il y aurait donc par le fait quatre espèces de fonctions elliptiques au lieu de trois, et la quatrième serait bien plus composée que la troisième. C'est un point qui mérite d'être examiné et mis au clair. Je le recommande à votre investigation et à celle de *M. Jacobi*.

Vous m'annoncez, Monsieur, un très beau travail sur les équations algébriques, qui a pour objet de donner la résolution de toute équation numérique proposée, lorsqu'elle peut être développée en radicaux, et de déclarer insoluble sous ce rapport, toute équation qui ne satisferait pas aux conditions exigées; d'où résulte comme conséquence nécessaire que la résolution générale des équations au delà du quatrième degré, est impossible. Je vous invite à publier le plutôt que vouz pourrez, cette nouvelle théorie; elle vous fera beaucoup d'honneur, et sera généralement regardée comme la plus grande découverte qui restait à faire dans l'analyse.

Adieu, Monsieur, vous êtes heureux par vos succès, dans les objets de vos travaux, je désire que vous le soyez encore par une position sociale, qui vous permette de vous livrer tout entier aux inspirations de votre génie,

Votre dévoué serviteur

LE GENDRE.

P. S. J'ai reçu il y a quelque temps une lettre de *M. Humboldt* dans laquelle il me marque que le ministre de l'institution (!) publique à Berlin a reçu du roi l'autorisation de former un séminaire pour l'étude des hautes mathématiques et de la physique, dans lequel vous serez appelé comme professeur avec *M. Jacobi.*

XLIV. CRELLE A ABEL

Berlin d. 8 April 1829.

Nun mein lieber, theurer Freund kann ich Ihnen gute Nachricht geben. Das Ministerium des Unterrichts hat beschlossen, Sie nach Berlin zu berufen und hier anzustellen. Ich höre es diesen Augenblick von demjenigen Herrn im Ministerio, in dessen Händen Ihre Sache ist. Es ist also daran kein Zweifel. Wie man Sie anstellen und wieviel man Ihnen geben wird, kann ich Ihnen noch nicht sagen, weil ich es selbst noch nicht weiss. Ich sprach jenen Herrn in einer grossen Versammlung und nur im Fluge, daher erfuhr ich für den Augenblick noch nichts weiter. So bald ich etwas näheres höre, melde ich es Ihnen sogleich. Ich habe nur eilen wollen, Ihnen zuerst die Hauptsache zu melden; Sie können übrigens sicher sein, dass Sie in guten Händen sind. Über Ihre Zukunft können Sie jetzt ganz beruhigt sein. Sie sind der Unsrige und sind in Sicherheit. Ich habe mich erfreut, als wenn mir das Erwünschte selbst geschehen wäre. Es hat nicht wenig Mühe gekostet, aber es ist Gottlob! gelungen. Wem Sie vorzüglich verpflichtet sind, das werde ich Ihnen sagen, wenn ich Sie hier sehe. Sie können sich nur immer zur Reise vorbereiten, damit Sie sogleich abreisen wenn Sie die officielle Aufforderung bekommen. Bis dahin aber, ich bitte wiederum sehr dringend, sagen Sie Niemanden von der gegenwärtigen Nachricht vor dem Ereigniss selbst. Die officielle Nachricht muss in sehr Kurzem, in einigen Wochen, nachkommen.

Vor allem machen Sie nun dass Sie gesund werden und der Himmel gebe dass dieser Brief Sie auf der Besserung antreffe. Ich schrieb Ihnen zuletzt am 27sten v. M. Ich bitte, antworten Sie mir auf den gegenwärtigen Brief auf der Stelle, wenn es auch nur ein Paar Worte sind. Seien Sie guten Muths und beruhigen Sie sich völlig. Sie kommen in ein gutes Land, in ein besseres Clima, der Wissenschaft näher und zu aufrichtigen Freunden, die Sie schätzen und lieben.

Antworten Sie mir ja umgehend und behalten Sie lieb

Ihren

ergebensten

CRELLE.

APPENDICE

LETTRES RELATIVES A ABEL

LETTRES RELATIVES A ABEL

XLV. DEGEN A HANSTEEN

S. T. M. le Prof. Hansteen à l'Université de Fred. en Norvège

Cop. 21 mai 1821

— —

[Cette partie de la lettre ne concerne pas Abel.]

— —

Quant à l'habile M. Abel, je présenterai son mémoire avec plaisir à la Soc. roy. des Sc. Il montre, même si le but n'était pas atteint, un cerveau exceptionnel et des connaissances rares, surtout à son âge. Cependant je dois y ajouter cette condition, qui est une prière: que M. A. envoie une exposition plus développée de son résultat, en même temps qu'un exemple numérique, pris par ex. sur une équation comme celle ci: $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 4x + 5 = 0$. Ce sera, j'en suis convaincu, un très nécessaire *lapis lydius** pour lui-même, car on sait ce qui est arrivé à Meier Hirsch[1] avec son *ευρηκα*; item, comme la dernière partie du mém. qui m'est communiqué ne serait pas très lisible pour la plupart des membres de la Soc., je dois en demander une seconde copie. Je voudrais à ce sujet exprimer le vœu que le temps et la vigueur d'esprit consacrés par un cerveau comme celui de M. A. à un objet à mes yeux plutôt stérile, soient employés à un sujet dont le développement aura les conséquences les plus importantes pour toute l'analyse et son application

* pierre de touche.

aux recherches mécaniques, je veux dire les transcendantes elliptiques. Avec des dispositions convenables pour des recherches de ce genre, un penseur sérieux ne s'en tiendra certainement pas aux nombreuses et belles propriétés de ces fonctions déjà très remarquables par elles-mêmes, mais il découvrira des détroits de Magellan vers de grandes parties d'un seul et même immense Océan analytique. Ainsi j'ai découvert il y a quelque temps l'intégration suivante:

On a n quantités variables $u, v, x, y, z \ldots \omega$

et $n-1$ constantes données . . . $a, b, c, d \ldots k$

plus une constante arbitraire . . . A

Soit F une function de $n-1$ quantités, telle que

$$\left.\begin{aligned} F(v, x, y, z \ldots) &= \sqrt{A \sin^2 v \sin^2 x \sin^2 y \sin^2 z \ldots \pm 1} \\ F(u, x, y, z \ldots) &= \sqrt{A \sin^2 u \sin^2 x \sin^2 y \sin^2 z \ldots \pm 1} \end{aligned}\right\} \text{etc. etc.}$$

$$\left\{\begin{matrix} + \text{ lorsque } n \text{ est pair} \\ - \ldots\ldots\ldots \text{ impair} \end{matrix}\right\}$$

l'équation différentielle

$$F(v, x \ldots).du + F(u, x, y \ldots).dv + F(u, v, y \ldots).dx + + \ldots$$
$$+ F(u, v, x, y \ldots).d\omega = 0 \quad \ldots . \qquad \text{(A)}$$

sera satisfaite par l'intégrale suivante très simple:

$$\cos.u \,.\, \cos.v \,.\, \cos.x \ldots \cos.\omega + \cos.a \,.\, \cos.b \,.\, \cos.c \ldots \cos.k$$
$$= F(a, b, c \ldots k) \,.\, \sin u \,.\, \sin v \,.\, \sin x \ldots . \sin \omega \ldots . \qquad \text{(B)}$$

D'où il suit comme simple corollaire, que si l'on fait $n = 2$, $u = \psi$, $v = \omega$, et l'unique quantité donnée $a = \alpha$, l'équation diff. devient:

$$F(v).\,du + F(u).\,dv = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{du}{F(u)} + \frac{dv}{F(v)} = 0\,., \text{ c. à. d.}$$

$$\frac{du}{\sqrt{1 + A \sin^2 u}} + \frac{dv}{\sqrt{1 + A \sin^2 v}} = 0$$

vous obtenez alors l'intégrale bien connue d'Euler:

$$\cos.\psi \,.\, \cos.\omega + \cos.\alpha = \sin \psi \,.\, \sin \omega \,.\, \sqrt{1 + A \sin^2 \alpha}.$$

Si vous comparez ensuite avec ce que Lagrange a montré dans sa Th. d. fonct. anal. (p. 80, n. 79 & sqq), vous voyez tout de suite que de même, des équations telles que:

$$\frac{Pdu}{\sqrt{\alpha + \beta u + \gamma u^2 + \delta u^3 + \varepsilon u^4}} + \frac{Qdv}{\sqrt{\alpha + \beta v + \gamma v^2 + \delta v^3 + \varepsilon v^4}} +$$

$$+ \frac{Rdx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}} + + \ldots = 0$$

et d'autres encore plus compliquées doivent pouvoir être intégrées, où non seulement P, Q, R . . . mais aussi les quantités sous $\sqrt{\ }$ dans les dénominateurs sont des fonctions rationnelles de u, v, x . . . puisque ces radicaux peuvent être mis sous la forme plus simple: $\sqrt{\zeta + \eta x^2 + \theta x^4}$, d'où ensuite on peut obtenir par une subst. facile $\sqrt{1 + A \sin^2 \varphi}$, en sorte qu'inversement, de $\sqrt{1 + A \sin^2 \varphi}$, on doit obtenir par la subst. inverse $\sqrt{\zeta + \eta x^2 + \theta x^4}$; par suite, des formes plus compliquées $\sqrt{1 + A \sin^2 \varphi \sin^2 \psi \sin^2 \omega \ldots}$ on tire des expressions où u, v, x, . . . se mêlent entre eux et donnent

$$\sqrt{(\zeta + \eta x^2 + \theta y^2 + \iota z^2 + \ldots + \varkappa x^2 y^2 + \lambda x^2 z^2 + + \ldots)}.$$

Sur les éq. de degré supérieur (pour revenir au sujet de M. A.), on peut bien trouver quelques jolies particularités, mais qui ne promettent que peu de profit pour l'application. Voici un exemple: Avec 4 nombres quelconques on forme l'éq. suivante du 6me degré:

$$x^6 + \frac{3a}{2} x^5 + \frac{3a^2 + 2b}{4} x^4 + \frac{a(a^2 + 4b)}{8} x^3 + \frac{ac + 2a^2 b + b^2 - 4d}{16} x^2$$

$$+ \frac{a(ac + b^2 - 4d)}{32} x - \frac{a^2 d - abc + c^2}{64} = 0$$

dont les racines soient désignées par: x_I x_{II} x_{III} x_{IV} x_V et x_{VI}, en sorte que x représente chacune de ces 6 racines. Si à x_n on fait alors correspondre

$$y_n = \pm \sqrt{\left[- \frac{4x_n^3 + 3ax_n^2 + 2bx_n + c}{4x_n + a} \right]},$$

on a pour $x_n \pm y_n$ douze valeurs, mais elles sont égales entre elles 3 par 3, en sorte

qu'au fond il ne se trouve que quatre valeurs différentes de la somme et de la différence, c. à. d. que l'on trouve pour deux seulement des racines

$$x_n + y_n = A \quad \text{et} \quad x_n - y_n = \alpha; \quad \text{et pour les autres}$$

$$x_n + y_n = B \quad \text{et} \quad x_n - y_n = \beta.$$

Vous pouvez vous convaincre par des vérifications faciles de l'exactitude de cette proposition. Et si M. A. peut la déduire dans sa généralité de ses recherches sur les éq. du 6me degré, je croirai qu'il a gagné la partie.

Dans l'anal. indét. je suis parvenu à la résol. en nombres entiers d'éq. expon. de la forme:

$$a^x \equiv x \text{ (mod. } m); \; a^{p+qx} \equiv p + qx; \; a^x \equiv x^2;$$

et en général $a^x = bx^2 + cx$; mais je n'ai pas été plus loin pour le moment.

Ex. (mod 52): $7^{135+624x} \equiv 135 + 624x$; $2^{68} \equiv 68^2$; $2^{100} \equiv 100^2$ etc.

(mod. 53) $2^{38} \equiv 38$; $35^{2550} \equiv 2550$; $2^{2638} \equiv 2638^2$ etc.

— —

[Viennent ensuite un certain nombre d'exemples numériques et des calculs sur le même sujet, puis est ajouté en marge de la lettre:]

— —

Dans ces matières, et d'autres, s'ouvre un vaste champ pour les méditations de votre habile élève.

— —

L'*ἀπορια*, commise par mon collègue, malgré sa présence d'esprit habituelle, m'a privé d'une grande joie. Retiré à ce moment dans la solitude près du cimetière Assist. K. G.,* j'ai appris trop tard votre départ. Cela m'a fait beaucoup de peine, vous n'en doûterez pas. Pourvu que je ne me rende pas coupable maintenant d'une aussi vilaine aporie envers le bon Abel! Car je me rappelle fort bien ce que dit Lucien:

πολλα φαινεται ἡμιν των εὐπορων ἀπορα και των ἐφικτων ἀνεφικτα.[2]

---

* Assistentskirkegaard (Cimetière auxiliaire) près de la Nørregade actuelle.

Si ma bonne étoile vous amène encore à la ville d'Axel,* j'ose espérer que vous n'oublierez pas un frère en Apollon qui vous est dévoué avec la plus sincère déférence

Votre respectueux

C. F. Degen

demeurant store Kannikestræde no. 17, 1er étage.

Je vous prie de présenter mes salutations amicales à mes anciens opposants M. le Prof. Rasmussen (à ma sout. de thèse) et M. le Prof. Kaiser (à la vente de Bugge).

XLVI. SCHUMACHER A HANSTEEN

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Abel's Aufsatz will ich nicht abdrucken. Er hat vergessen dass der Mond auch den Mittelpunct der Erde anzieht, und dass hier also nicht die absolute Anziehung des Pendels oder Lothes vom Monde, sondern nur die Differenz dieser Anziehung von der Anziehung des Mittelpuncts der Erde in Betrachtung kommt. Dadurch werden die von ihm berechneten Würkungen 60 Mal geringer, oder ganz unbedeutend. Nach seinen Formeln müsste die Sonne das Loth um mehrere Minuten ablenken. Also zu seiner Ehre nichts mehr davon!

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Altona 1824 Aug. 2.

In Eile

Ihr

Schumacher.

XLVII. SMITH A HOLMBOE

J'ai le chagrin de vous annoncer que M. le docent Niels Abel est mort hier chez moi après 12 semaines de maladre.

Respecteusement

Sivert Smith.

S. T. monsieur
le lecteur Holmboe
à Christiania.

* Copenhague, fondée par Absalon („Axel") evêque de Roskilde, au XIIème Siécle.

XLVIII. CRELLE A HOLMBOE

Ew. Wohlgeboren danke ich ergebenst für die leider nur zu traurige Nachricht von dem Tode meines hochverehrten Freundes Abel. Ich habe die Nachricht zuerst vor einigen Tagen durch die Güte des Herrn Professor Maschmann erhalten. Herrn Abels Verlust ist unersetzlich und alle die ihn und sein grosses Talent, so wie seine liebenswürdige Bescheidenheit kannten, sind durch die Nachricht tief erschüttert.

Mit der Bekanntmachung der von mir Herrn Abel vorläufig gegebenen Nachricht seines Rufs nach Berlin bitte ich gefälligst noch eine kurze Zeit Anstand zu geben. Der Ruf ist bis jetzt noch nicht officiel abgegangen. Ich habe Sr. Excellenz den Todesfall, sogleich wie ich das Schreiben des Herrn Maschmann erhielt, angezeigt und muss nothwendig noch die Antwort auf meine Anzeige erwarten. Sobald ich sie erhalten habe, werde ich Ew. Wohlgeboren darum Nachricht geben und Sie dann bitten, auch dort durch öffentliche Bekanntmachung das Andenken Abels ehren zu helfen. Für den Augenblick bitte ich Ew. Wohlgeboren, Ihre Anzeige gefälligst noch zurückzuhalten. Ich meines Theils werde im Journal der Mathematik und sonst in öffentlichen deutschen und französischen Blättern dem Publico das Nähere über die grossen Talente und Verdienste des Verstorbenen sagen.

Da ich nicht wusste dass Ew. Wohlgeboren mit der Durchsicht der Papiere des Verstorbenen beauftragt sind, so habe ich Herrn Professor Maschmann gebeten, wenn sich in dem Nachlasse noch Mathematisches finden sollte, welches sich zum Druck eignet oder dazu eingerichtet werden kann, mir dasselbe für das Journal zukommen zu lassen. Ich richte also diese Bitte jetzt auch an Ew. Wohlgeboren. Eine Abhandlung unter der von Ew. Wohlgeboren benannten Überschrift, nämlich *démonstration d'une propriété générale d'une certaine classe des fonctions transcendentes* hat mir Herrn Abel vor einiger Zeit für das Journal zugesandt und sie ist auch bereits im 2ten Hefte des vierten Bandes gedruckt. Die Abhandlung fängt wie folgt an:

Théorème. Soit y une Fonction de x qui satisfait à une équation quelconque irreductible de la forme

$$o = p_0 + p_1 y + p_2 y^2 \ldots\ldots + p_{n-1} y^{n-1} + y^n$$

Sollte die Abhandlung welche Ew. Wohlgeboren noch gefunden haben eine andere sein, so bitte ich sehr mir dieselbe gefälligst zukommen lassen zu wollen.

Hochachtungsvoll

ergebenst

Berlin den 10ten May 1829. CRELLE.

XLIX. KEILHAU A BOECK

Usine à fer de Froland le 22 fév. [1830]

Nous avons été hier à l'église de Froland, qui est à 3/4 de milles d'ici, et près de laquelle tu sais qu'Abel est enterré. Il est déposé à un endroit qui est réservé pour un tombeau de famille à M. Smith, mais n'est pas encore clôturé. On y mettra probablement cet été une grille de fer, et M. S. s'est entendu avec le pharmacien Tuchsen[1] à Arendal pour placer un petit monument sur le tombe d'Abel. Ceci me paraît plutôt être l'affaire de ceux qui lui furent moins étrangers, je veux dire nous, ses amis, dont il faisait vraiment partie, et qui ne considérerions pas l'acte de lui élever une petite pierre de souvenir comme un devoir que l'on remplit en son honneur,* mais qui éprouvons un véritable désir de le faire, et y trouverions une précieuse satisfaction. Je crois qu'il serait facile, surtout en ce moment où l'on peut mettre la main sur les membres du storthing, de réunir par souscription une somme respectable pour un monument à Abel. Mais cette manière de faire me parait très odieuse. La foule s'inscrit soit parcequ'elle y est obligée, avec un soupir et un haussement d'épaules plus ou moins dissimulé, ou par des motifs, quels qu'ils soient, qui ne sont pas ceux que nous désirons. En outre, de pareilles souscriptions sont le plus souvent une mendicité, ou considérées comme telles, et, du moins dans sa tombe, notre ami ne mendiera pas. Il ne peut pas être question non plus d'un monument pompeux. L'endroit et l'humble entourage, pour ne parler

* Je dois cependant faire observer qu'un doit prendre en considération le projet de ces deux hommes, et qu'on ne pourra peut-être pas les exclure de la participation. Smith a en réalité beaucoup fait pour Abel; je ne sais pas suffisamment ce que l'autre en pense. Dans tous les cas sois prudent dans tes expressions. Smith a l'intention de faire bientôt un tour à Christiania. Le lecteur Holmboe connaît son fils, qui est, paraît-il, un brave garçon.

que de cela, le rendraient malséant. Le cimetière, qui d'ailleurs, à l'exception de la famille Smith, n'abrite pas d'autres morts que les grossiers habitants de cette pauvre vallée, entoure la simple église annexe sur une colline que contourne un coude du Nidelven. Sur les falaises dominant le fleuve çà et là, on aperçoit quelques fermes isolées; mais toute la région n'est que forêts sauvages, tout à fait dénuée de cette impression majestueuse qui est particulière à nos grandes vallées. Mais notre ami a, précisément ici, un lieu de repos si touchant; rarement il sera visité par quelqu'un qui sache l'apprecier à sa valeur, mais cela arrivera tout de même parfois, dans le cours des années, et alors ce sera uniquement en son honneur. Qu'un tel voyageur trouve donc un signe certain et inaltérable du lieu de pélerinage; si ce signe était magnifique, il ne serait pas en harmonie avec les sentiments du voyageur. Je propose une colonne commémorative simple, mais aussi massive que possible, telle qu'on pourrait la faire faire ici-même pour 50 à 100 sp., et je te nomme les personnes suivantes que je ferais participer avec plaisir à la chose en même temps que toi et moi, et à qui je te prie de t'adresser à ce sujet: le min. Treschow, Madame Hansteen, le Prof. Schjelderup, le lecteur Holmboe, le Prof. Rasmusen, Hjort; en outre toi et moi, ce qui fait déjà 9 participants, si toutefois vous ne considérez pas comme une usurpation de ma part que je me réserve deux parts. Si tu connais quelqu'un en dehors de ceux que j'ai nommés, que l'on ne peut pas exclure de la participation, tu agiras pour le mieux; car tu m'as bien compris, et de plus tu auras senti de quoi il s'agit. Mon voyage en perspective m'empêche de m'occuper de cette affaire aussi activement que je désirerais. Je suis obligé, comme tu vois que je le fais, de t'en charger, toi que je sais plein de zèle et d'énergie. Je te cède donc mes deux voix, pour autant que je ne pourrai pas prendre part aux délibérations qui interviendront entre les participants. Ma fiancée reste ici jusqu'en mai, ensuite Madame Hansteen ou les Treschow sauront son adresse; je suppose que vous voudrez lui sommettre le plan, et peut-être lui laisser le choix, si l'on fait plus d'un projet; la chère enfant a du goût. Il serait bon que vous puissiez tout d'abord vous adresser le plus tôt possible à M. Smith. Avec quel plaisir je verrais quelques mots de toi, cher ami Boeck! je sais que je t'ai causé de la joie depuis que nous nous sommes vus, et il en est de moi tout autrement que l'année dernière, à cette époque, lorsque je t'ai écrit de Berlin. Mais tu ne m'écriras pas uniquement pour m'adresser tes vœux; je les connais d'avance. Mais si tu veux me donner ta réponse sur la présente affaire, elle pourra être envoyée d'ici

un mois à Stavanger, en mentionnant que le destinataire devra aller chercher la lettre au bureau de poste.

Ton dévoué

KEILHAU.

le 23. Dans le Mag. von Abbild. der Gusswaaren aus der Könl. Eisengieserei in Berlin, nous avons choisi parmi une foule de beaux monuments, un dont le croquis ci-joint est une copie. Il semble convenir à tous égards. J'estime qu'il vaut mieux s'en tenir aux modèles existants, quand ils viennent de vrais maîtres, que de se mêler d'en composer soi-même. M. Smith possède l'ouvrage en question, en sorte que si vous êtes du même avis que ma fiancée et moi, il n'est pas besoin de faire aucun dessin du monument, on peut l'exécuter directement d'après cet ouvrage, où on le trouve 4me livraison, planche VIII. fig. 1.

L. L'INSTITUT DE FRANCE A LA FAMILLE D'ABEL

Institut de France
Académie Royale de sciences.

Paris le 24 juillet 1830.

Le secrétaire perpétuel de l'Académie.

A la famille représentant *Mr. Abel*, savant mathématicien de Christiania.

Messieurs, je m'empresse de vous annoncer que l'académie royale des sciences, dans sa séance publique du 26 du courant, décernera solennellement son grand prix de mathématiques. Ce prix de la valeur de 3000 francs a été partagé entre feu *M. Abel* et *M. Jacobi*, professeur de mathématiques à Koenigsberg.

Je saisis avec empressement cette occasion de vous témoigner, Messieurs, les vifs regrets que la perte de votre illustre parent a fait éprouver à l'académie.

J'ai l'honneur de vous prévenir que vous pourrez faire recevoir la somme de quinze cents francs au secrétariat de l'Institut; elle sera remise à la personne munie de vos pouvoirs, et autorisée suffisamment à signer la quittance.

Agréez, Messieurs, l'assurance de ma considération la plus distinguée.

ARAGO.

LI. LÖWENHJELM A [HANSTEEN?]*

Paris 11 avril 1832.

M. le Professeur.

J'ai reçu en son temps la lettre du 5 janvier. Le ministère français a demandé des justifications au sujet des mesures relatives à feu Abel; je laisse la demande sans réponse jusqu'à ce qu'elle soit renouvelée, et alors je proposerai que vous fournissiez par le ministère norvégien de la justice une pièce sommaire, justifiant que tout s'est passé correctement.

Je n'ai pu obtenir de renseignements sur d'autres travaux laissés ici par le défunt Abel que son *Mémoire sur les fonctions transcendentales.* Il a ét étrouvé chez M. Cauchy et devait être copié par M. Libri, lorsque celui-ci a été atteint par l'épidémie régnante, — on s'est informé auprès de M. Gergonne, mais il n'a pas encore répondu.

Le Professeur Rudberg, qui rentre maintenant à Stockholm, possède tous les renseignements que l'on a pu réunir, et vous pouvez vous adresser à lui, en attendant que l'affaire soit terminée.

Avec une considération très distinguée, j'ai l'honneur d'être,

M. le Professeur,

votre très humble serv.

G. LÖWENHJELM.

LII. CRELLE A HOLMBOE

Berlin den 15ten Mai 1840.

Ew. Wohlgeboren

sehr gefälliges Schreiben vom 15ten August v. J. mit den beigefügten Exemplaren der Werke des unvergleichlichen Abel, habe ich Anfangs vorigen Monats erhalten.

* Cette lettre est en suédois.

Ew. Wohlgeboren haben mir durch dieses kostbare Geschenck eine grosse Freude gemacht, und ich bitte, dafür meinen verbindlichsten Dank anzunehmen. Sobald es die Gelegenheit giebt, werde ich mich beehren, irgend ein literarisches Gegengeschenck, ein Zeichen meines Dankes, zu geben, und bitte, mir solches zu erlauben.

Die Werke des so früh dahin geschiedenen seltenen Mannes, der mich mit seiner Freundschaft und mit seinem Vertrauen verehrte, sind für mich ein unschätzbares Andenken von Ihm, und die liebsten meiner Bücher. Ew. Wohlgeboren haben sich durch die sorgfältige Sammlung und die Herausgabe dieser Schriften in der That den Anspruch auf die Erkenntlichkeit der Mathematiker aller Länder erworben, die Ihnen gewiss auch zu Theil werden. Der Verstorbene gedachte Ihrer als seines Lehrers und Freundes immer mit Achtung und Liebe, und Sie haben ihm diesen auf jetzt noch auf zugleich der Dank so vieler Anderen verdienende Weise, vergolten. Ich benutze diese Gelegenheit Sie der vollkommensten Hochachtung zu versichern mit welcher ich bin

Ew. Wohlgeboren
ergebenster
CRELLE.

LIII. WEIERSTRASS A SOPHUS LIE

Berlin 9 Dec. 1881.

Hochgeehrter Herr College!

Indem ich Ihnen zu der Vollendung der neuen Ausgabe von Abel's Werken mit aufrichtiger Freude Glück wünsche, spreche ich Ihnen zugleich für das mir übersandte schöne Exemplar meinen verbindlichsten Dank aus. Das für die Akademie bestimmte Exemplar habe ich derselben gestern übergeben, und daran den Antrag geknüpft, dass die Akademie die gegenwärtig in Ihren Händen befindlichen Abel'schen Manuscripte, die zu dem Zwecke angekauft waren, um vielleicht bei einer neuen Auflage der Holmboe'schen Ausgabe dem Herausgeber nützlich zu werden, nunmehr der Universitäts-Bibliothek zu Christiania als Geschenk anbieten möge, damit sie mit dem übrigen Abel'schen Nachlass dort aufbewahrt werden möchten. Die Akademie hat meinen Antrag bereitwilligst genehmigt, und mich

beauftragt, Sie davon in Kenntniss zu setzen, mit der Bitte, dass Sie die Güte haben möchten, der genannten Bibliothek die in Rede stehenden Papiere zu übergeben. Weitere Formalitäten sind nicht erforderlich.

Mit vorzüglicher Hochachtung und freundlichstem Gruss

Ihr ergebenster

WEIERSTRASS.

LIV. WEIERSTRASS A SOPHUS LIE

Berlin, W. Linkstr. 33
den 10ten April 1882.

Hochgeehrter Herr College!

Da ich aus Ihrem letzten freundlichen Schreiben, sowie aus der vor einiger Zeit an mich gerichteten Zuschrift des Senats Ihrer Universität ersehe, welch hohen Werth die Universität auf die Erwerbung und Erhaltung Abel'scher Manuscripte legt, so beehre ich mich, Ihnen den in meinem Besitz befindlichen Brief Abel's an Legendre mit der Bitte, denselben in meinem Namen der Universitätsbibliothek anbieten zu wollen, hierbei zu übersenden. Der Brief ist unzweifelhaft von Abel's Hand, wenige Monate vor seinem Tode geschrieben, und erhält dadurch ein so besonderes Interesse, dass Abel darin in concisester Form eine Übersicht über einen grossen Theil seiner wichtigsten Arbeiten giebt. Für mich ist dieser Brief, als ich ihn während meiner Studienzeit aus dem Crelle'schen Journal kennen lernte, von der allergrössten Bedeutung geworden. Die von Abel angegebene Darstellungsform der von ihm mit $\lambda(x)$ bezeichneten Function unmittelbar aus der diese Function definirenden Differentialgleichung herzuleiten, war die erste wichtigere mathematische Aufgabe, die ich mir stellte, und deren glückliche Lösung mich, der ich ursprünglich staatswissenschaftliche Studien trieb, in meinem siebenten Semester bestimmte, mich ganz der Mathematik zu widmen. Mit der Aufgabe ferner, ein vorgelegtes algebraisches Differential durch elliptische Transcendenten zu integriren in allen Fällen, wo diess möglich ist, habe ich [mich] ebenfalls auf die durch Abel erhaltene Anregung beschäftigt und habe wenigstens die Principien feststellen können, auf denen eine solche Integration beruht, und hoffe darüber noch Näheres

veröffentlichen zu können. Um so mehr freue ich mich der willkommenen Gelegenheit, dem Danke, zu welchem ich mich mein ganzes Leben hindurch dem grossen Mathematiker verpflichtet gefühlt habe, auch durch ein äusseres Zeichen Ausdruck geben zu können.

Der Brief ist wohl durch Legendre an Crelle gekommen und in dessen Papiere liegen geblieben; ich habe ihn von einem hiesigen Antiquar, der ihn beim Verkauf der Crelle'schen Bibliothek erstanden, im Jahre 1857 oder 1858 erworben, bei welcher Gelegenheit ich zugleich zu meiner grössten Freude die Entdeckung machte, dass wenigstens ein Theil der bei Crelle verbliebenen Manuscripte von Abel'schen Abhandlungen erhalten sei, der dann von der Akademie erworben wurde.

Mit freundlichstem Gruss

Ihr hochachtungsvoll ergebener

WEIERSTRASS.

NOTES ET ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LA CORRESPONDANCE

NOTES ET ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LA CORRESPONDANCE

Voici pour chacune des lettres — et dans la mesure du possible, — des indications sur l'endroit où se trouve l'original, son apparence extérieure, son écriture, etc., ainsi que les notes auxquelles il est renvoyé dans le texte qui précède.

Pour faciliter l'étude des lettres, nous indiquons les endroits des biographies d'Abel par le professeur Bjerknes, où elles se trouvent citées ou mentionnées, dans l'édition norvégienne du N. H. Abel de Bjerknes par Bj.s . . . et dans l'édition française du même livre par Bj. p . . . Les éditions des œuvres d'Abel publiées par Holmboe et Sylow-Lie sont représentées par les abréviations suivantes; Oeuvres 1839 et Oeuvres 1881.

LETTRE I

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania. MS in-fol. n° 433, 1. Avec les lettres II, III, VI, XI, XIII, XVIII, XXII, XXIV, XXVI et XXXIV, elle constitue, suivant le catalogue des MS de la Bibliothèque, un don fait en 1875 par le fils du professeur Holmboe, M. Jens Holmboe, actuellement avocat de cour d'appel à Kristiania.

Ces 11 lettres à Holmboe forment une liasse marquée MS in-fol. n° 433, avec numération courante et chronologique par le professeur Sylow.

La lettre est écrite sur les 3 premières pages d'une feuille in-4° de 255 $^{m}/_{m}$ sur 210, dont la quatrième page sert, suivant l'usage du temps, d'enveloppe à la lettre. Elle est fermée par un pain à cacheter portant l'empreinte P M T[uxen].

L'adresse est:

S. T.
Hr. Overlærer B. Holmboe
franco Helsingborg Christiania.

Le texte est écrit par lignes assez écartées et en assez gros caractères, comparativement aux lettres écrites plus tard. Elle ressemble pourtant beaucoup à celle de la lettre suivante, reproduite par la fac-simile I.

Mention de le main d'Holmboe: payé 34 β de port.

(Bj. s. 7; p. 9, 10.)

1. Zwingelmayer, erreur de mémoire pour Zwilgmeyer. *C. Zwilgmeyer*, qui avait été professeur de langues, etc. à l'école militaire, avait une petite propriété à Aas près de Drøbak. Parmi les filles dont parle Abel, il y en a encore une de vivante, Mme Gjerstad, âgée d'environ 90 ans, à Frøen, paroisse d'Aker. „Mme Gjerstad se rappelle encore, dit-on, la visite d'Abel à son père en 1823, et elle se souvient de son étonnement de ce que son frère Carl Theodor (plus tard chef d'escadron) parlât si bien français". (Communication de M. E. A. Thomle.)
2. *Erasmus Georg Fog Thune*, né 1785, † 1829. Depuis 1818 professeur extraordinaire de mathématiques à l'université de Copenhague et depuis 1823 directeur de l'Observatoire astronomique.
3. *August Krejdal* né 1790, † 1829. Etait d'origine norvégienne. Avait de la réputation comme mathématicien, pour avoir, étant encore à l'école, travaillé les mathématiques supérieures. En 1814, on lui décerna une médaille d'or pour la solution d'un problème mathématique. Il s'occupa ensuite davantage de philosophie.
4. *Henrik Gerner v. Schmidten*, né 1799, † 1831, d'abord officier, avait gagné en 1819 la médaille d'argent de la Société danoise des sciences, et plus tard une bourse de voyage. Devint en 1825 lecteur, en 1827 professeur extraordinaire de mathématiques à l'université de Copenhague.
5. *Georg Frederik Ursin*, né 1797, † 1849 (son père s'appelait Krüger.) En 1816 il avait aussi gagné au concours une médaille d'or pour la solution d'un problème de mathématiques. Etait en 1823 observateur et fut nommé en 1827 professeur de mathématiques à l'académie des Beaux-Arts.
6. *Peder Mandrup Tuxen*, né 1783, † 1838, capitaine-commandeur dans la Marine, épousa en 1810 la tante d'Abel, Elisabeth Marie Simonsen (née à Risør 1786, † 1867). Parmi les huit cousins dont parle Abel, il en est un qui a acquis de la réputation, mais il était encore tout petit lorsqu'Abel fréquentait dans la famille Tuxen: c'est Johan Cornelius Tuxen, commandeur dans la marine danoise, né 1820, † 1883, connu comme auteur historique.
7. *Jens Jacob Keyser*, né 1780, † 1847. Fut depuis 1814 professeur de physique et de chimie à l'Université de Kristiania.
8. *Christian Nielsen*, né 1804, † 1824, sortait du lycée de Kristiania et devint étudiant en 1822. C'était donc un camarade de lycée et un contemporain d'Abel. Il était fils puîné d'un homme connu, l'agent Jacob Nielsen, un des patriciens de Kristiania. A Copenhague, il fréquentait chez son oncle, Mogens Nielsen, „Etatsraad", et inspecteur de la cour.
9. *Frederik Wilhelm Meinertz*, né 1798, † 1859, danois de naissance, mais norvégien d'éducation et de résidence, depuis 1815 lieutenant en second au régiment d'infanterie d'Opland, plus tard capitaine au corps norvégien des chasseurs.
10. *Henrik Anker Holmboe*, né 1798, † 1856, d'abord officier, plus tard maître-adjoint aux lycées de Drammen et de Fredrikshald, avait d'excellentes dispositions pour les mathématiques, mais fut atteint de bonne heure de folie mélancolique.

LETTRE II

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania. MS in-fol. n° 433, 2. Voir les éclaircissements relatifs à la lettre I. Écrit sur deux feuillets in-folio de 335 m/m sur 215, dont l'un forme enveloppe par une de ses faces. Les théorèmes mentionnés remplissent un feuillet in-4°, écrit des deux côtés, de 250 m/m sur 215. Cachet de cire avec la même empreinte que dans la lettre I.

Adresse:

S. T.

Hr. Bernt Holmboe

Overlærer ved Kathedralskolen i

per bontà Christiania

Pour l'écriture, nous renvoyons au fac-simile I.

Sous la signature, Holmboe a inscrit l'intégration demandée. Sur la même page une main peu exercée a griffonné quelques calculs d'époque assez récente.

Oeuvres 1839, T. II, n° XXV, p. 264; 1881, T. II, n° XX, p. 254–255.

(Bj. s. 8; p. 10).

1. Comme le montre le fac-simile, Holmboe a calculé comme date le 24 juin 1823. Le calcul de Holmboe est erroné, et contredit d'ailleurs par la lettre même, où Abel dit: Le 1er juillet, on a célébré le jubilé du „Regentsen".

   Bjerknes donne comme date le 3 août. C'est plutôt le 4, car $\sqrt[3]{6064321219} = 1823{,}5908275\ldots$, et l'année 1823 ayant eu 365 jours, la fraction décimale représente $365 \times 0{,}5908275\ldots = 215{,}652\ldots$ jours; en faisant le compte, on trouve qu'à minuit entre le 3 et le 4 août, 215 jours était révolus cette année-là. La date est donc le 4 août.
2. Parmi les mathématiciens anglais en question, *Friedrich Wilhelm Herschel*, né en 1738, était justement mort l'année d'avant. Ainsi que plusieurs des héros astronomiques de ce temps et de celui qui suivit immédiatement après, il était d'abord simple amateur, et en réalité musicien. *Thomas Young*, né 1773, † 1829, était médecin, orientaliste, naturaliste et mathématicien. *James Ivory*, né 1765, † 1842, étudia d'abord la théologie; devint en 1785 professeur de mathématiques et de physique à une école de Dundee, en 1804 au collége royal militaire de Marlow, et vécut à Londres comme particulier depuis 1816.
3. *Johann Philipp Gruson*, né 1768, † 1857, professeur à l'Ecole des Cadets de Berlin, docteur, conseiller intime de la cour et membre de l'académie des sciences de Berlin. S'est rendu assez utile par l'activité qu'il déploya dans l'enseignement, ainsi que par de nombreuses traductions. Ses propres ouvrages publiés sous des titres pompeux sont maintenant tout-à-fait oubliés. Il en est de même, à ce qu'il parait, du plagiat mentionné par Abel.
4. *Marc-Antoine Parseval-Deschènes*, mort à Paris, dans un âge avancé, en 1836, très-original tant comme homme que comme mathématicien, vivait comme „un autre Diogène", mais est maintenant assez oublié. Plusieurs de ses idées ont été reprises dans des recherches modernes sur la théorie des fonctions (voir Jacques Hadamard: *La série de Taylor et son prolongement analytique*, Scientia, mai 1891, p. 69).

LETTRE III

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 3. Voir les éclaircissements sur la lettre I.

La lettre est écrite sur les trois premières pages d'une feuille in-4° de 245 m/m sur 205, la quatrième page formant enveloppe.

Adresse:

S T

Hr. Overlærer Bernt Holmboe

frc. Friderichshavn Christiania

L'écriture diffère beaucoup de celle des deux lettres précédentes, sans cependant être encore aussi condensée qu'elle le fut plus tard. Voir fac-simile II.

Portait d'abord la date de 13 septembre, mais le 3 a été changé en 5. Le texte dit qu'Abel partira pour Sorø „le 13", ce qui, d'après la date de la lettre, doit être une erreur de plume. Au revers, la mention: Reçue le 21 septembre dans l'après-midi.

(Bj. s. 27, 28; p. 39.)

1. *Georg (Jørgen) Sverdrup*, membre de la Constituante d'Eidsvold, né 1772, † 1850. De 1805 à 1813 professeur de grec à l'Université de Copenhague. En 1813, il fut nommé à la même chaire à l'Université nouvelle de Kristiania, mais l'échangea en 1831 contre la chaire de philosophie. Prit sa retraite de professeur en 1841, et dirigea depuis lors la Bibliothèque de l'Université.

LETTRE IV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-8° n° 118. Provient d'un don fait en 1886 par M. Harald Hansteen, directeur des mines d'argent de Kongsberg, fils du professeur Chr. Hansteen, et comprenant également les lettres VIII, X, XII et XVI. Ces lettres sont renfermées dans une enveloppe entre deux cartons et numérotées par ordre chronologique par le prof. Sylow. Sur aucun de ces documents, on ne trouve d'adresse. La lettre est écrite sur une feuille in-8° de 205 m/m sur 126, d'une écriture assez dense. (Bj. s. 28—32; p. 41—46).

Imprimée dans l'„Illustreret Nyhedsblad", Christiania 1862, p. 37, sur communication faite par le professor Hansteen, en même temps que les lettres VIII, X et XVI.

1. *Enno Heeren Dirksen*, né 1792, † 1850, fut depuis 1825 professeur de mathématiques à Berlin.
2. *Martin Ohm*, né 1792, † 1862, frère du célèbre physicien, fut depuis 1821 privatdocent, depuis 1824 professeur extraordinaire à l'université de Berlin, professeur à l'académie d'architecture, etc.
3. *Thomas Clausen*, né 1801, † 1885, fut attaché en 1825 à l'Observatoire d'Altona, et travailla aussi plus tard à Dorpat.
4. *Johann Frantz Encke*, né 1791, † 1865, l'astronome bien connu, depuis 1825 directeur de l'Observatoire de Berlin et depuis 1844 professeur d'astronomie dans cette ville.

LETTRE V

Appartient ainsi que les lettres VII, XVII, XXVII, XXVIII, XXXII, XXXIII, XXXV, XXXVIII et XLI, à Madame Thekla Lange, née Böbert, veuve de l'ancien ministre, et fille de la sœur d'Abel, Elisabeth. C'est un don de la fille du prof. Hansteen, Melle Nanna Hansteen.

La lettre est écrite sur un côté d'une feuille in-8° de 205 m/m sur 125. La signature a été détachée avec des ciseaux. Au revers, en gros caractères:

Madame H. A. Hansteen.

A en juger par cette courte adresse et par l'aspect de la lettre, elle doit avoir été incluse dans une autre lettre. Comme, étant donné la cherté du port, il est peu probable qu'on ait expédié de Berlin à Kristiania à trois jours de distance deux lettres à la même famille, elle a dû être incluse dans la lettre IV au professeur Hansteen, qui est exactement de même papier et de même format. A noter aussi le début de la lettre V: „Vous verrez par ma lettre au professeur où en sont mes affaires. J'ai en outre une prière à vous adresser"..., ce qui indique la simultanéité, d'autant plus que dans aucune des deux lettres il n'y a de compliments pour l'autre époux. A ne tenir

compte que du contenu même, il est difficile d'assigner à la lettre IV une autre date qu'on ne l'a fait dans le texte, c. a. d. le 5 décembre, tandis que la lettre V est clairement datée du 8. Un examen plus approfondi montre toutefois que la lettre IV est réellement datée du 5, mais que sous le 5, il semble y avoir eu un 7. N'est-il pas possible que le chiffre 5, qui est assez mal formé, vienne de ce que l'auteur a cherché à faire un 8 de son 7? Dans tous les cas, il y a lieu de tenir pour assuré que les lettres IV et V ont été expédiées ensemble, et cela, au plus tôt, à la date de la lettre V, qui est clairement le 8 décembre 1825. Elles ont donc dû avoir une enveloppe commune, ou être incluses toutes deux dans une lettre à un tiers.

On a d'autres lettres d'Abel expédiées à plusieurs personnes différentes sous un même couvert, suivant l'usage d'alors, non-seulement dans ces lettres IV et V au professeur Hansteen et à sa femme, mais aussi aux dates suivantes, où une lettre à Mme Hansteen est incluse dans une lettre au professeur Holmboe, le 16 janvier 1826 (lettres VI et VII), le 4 mars 1827 (lettres XXVI et XXVII) et le 29 juillet 1828 (lettres XXXIV et XXXV).

(La lettre V est publiée in-extenso Bj. s. 46; p. 67.)

1. *Jens Hartvig Bisgaard*, né 1790, † 1850, négociant à Kristiania.
2. *Elisabeth Collett*, née 1806, † 1883, fille du ministre Jonas Collett, cousine de Boeck, qu'elle épousa en 1829.

LETTRE VI

Appartient à la Bibl. de l'Université à Kristiania MS in-fol. 433, 4 — voir les éclaircissements à la lettre I. Cette lettre est d'une écriture très-fine sur une feuille et demie in-8° de 250 m/m sur 126. Le P. S.: „Si tu désires avoir des livres . . . . si compacte“ est écrit obliquement au coin supérieur gauche de la première page.

L'adresse mise sur l'enveloppe est:

S. T.
Dem Herrn
Herrn Oberlehrer Berent Holmboe
Christiania
franco Hamburg Norwegen

Chiffre imprimé dans le pain à cacheter C P H (?). Sur la face d'avant la lettre est timbrée de Berlin 16 janvier, et au revers de Hambourg 20 janvier 26.

Oeuvres 1839 T. II, n° XXV, p. 265—268; T. II, n° XX, p. 256—258.

(Bj. s. 32—34, 41, 47; p. 46—49, 59, 60.)

Porte clairement comme date: „le 16 janvier 1826“, mais est certainement du 14. Abel dit en effet qu'il verra demain „Die schöne Müllerin“ (opéra-comique de 1821, par Duveyrier et Scribe, musique de Garcia). Dans la lettre VII (voir aux éclaircissements sur cette lettre), de la même date, il raconte qu'il l'a vue hier, c. a. d. le 15 janvier. Il semble donc que la date de la lettre VI a été ajoutée plus tard, et probablement lors de l'envoi de cette lettre.

1. Dans la lettre, il y a bien clairement cette indication singulière: „1 ou 4.“ Le premier fascicule contient le grand mémoire sur l'impossibilité de résoudre l'équation du 5me degré par radicaux, et le second fascicule 3 articles assez courts. Ce qu'il y a de plus probable, c'est que Crelle ne savait pas bien d'avance s'il n'insérerait dans le 1er fascicule que le grand mémoire ou tous les 4 à la fois.
2. Il s'agit probablement du frère aîné Hans, né 1787, † 1844, qui fut nommé en 1825 pasteur à Nitedal.

LETTRE VII

Appartient à Mme veuve Lange, voir à la lettre V.

Elle est d'une fine écriture sur les deux côtés d'une demi-feuille in-8° de 125 m/m sur 105 Le P. S. est écrit en travers de la 1ère page. A certainement été incluse dans une autre lettre, attendu qu'on retrouve dans le papier l'empreinte d'un cachet apposé sur un pain à cacheter. Cette empreinte correspond au pain à cacheter placé au milieu de l'enveloppe de la lettre VI, de même date, dont le format répond bien aux plis de la feuille in-8° de la lettre VI et au papier de la lettre VII. Comme cependant la lettre VII est écrite sur les 4 pages, il est probable qu'elle n'a pas été mise ainsi, toute ouverte, dans la lettre au professeur Holmboe, mais que, ainsi que que le lettre XXVII, elle a été elle-même incluse dans une lettre, maintenant disparue, adressée au professeur Hansteen, pour qui la lettre VII ne contient pas de compliments. Comparez la phrase suivante: „Dans ma lettre au professeur, j'ai . . . . ." qui doit se référer à une lettre postérieure à la lettre IV. Cela explique aussi pourquoi dans la lettre VI, Abel s'excuse de ce que sa lettre „est devenue si compacte."

(Reproduite dans Bj. s. 42—43; p. 60—62.)

1. *Henriette Rosenstand-Goiske*, née 1806, † 1877, cousine de Madame Hansteen, mariée en 1829 à l'historien Caspar Peter Paludan Müller, frère du poète.

LETTRE VIII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université à Kristiania, MS in-8° n° 118, 2, (voir les éclaircissements à la lettre IV).

Elle est écrite en P. S. à une lettre de Keilhau au professeur Hansteen, à partir du bas de la 3ème page d'une feuille in-4° de 235 m/m sur 200, pliée inégalement, de telle sorte que la 3ème et la 4ème page, sur lesquelles Abel a écrit, sont plus grandes que la 1ère et la seconde.

Porte l'empreinte d'un pain à cacheter qui a dû être apposé sur l'enveloppe, ou sur une lettre dans laquelle celle-ci aura été incluse.

Imprimée dans l„Illustreret Nyhedsblad", Christiania 1862, p. 39. Voir les écl. à la lettre IV. (Bj. s. 47; p. 68, 69, 253.)

LETTRE IX

Cette lettre est, ainsi que les lettres XV, XXI, XXIX, XXX et XXXIX, la reproduction d'un manuscrit donné en 1882 par l'Académie des Sciences de Berlin à la Bibl. de l'Université de Kristiania, et portant ici la mention MS in-folio n° 592. Voir pour plus de détails aux lettres LIII et LIV.

Le manuscrit se compose de 3½ feuilles in-fol. de 257 m/m sur 235, écrites des deux côtés, sauf au dernier feuillet, avec une marge ayant la moitié de la largeur du papier. Il semble avoir été utilisé par Crelle lors de l'impression des „Mathematische Bruchstücke aus Herrn N. H. Abels Briefen" dans le journal de Crelle T. 5, p. 336—343, Berlin 1830, où ces lettres, sauf la lettre XXIX (voir les éclaircissements relatifs à cette lettre) sont reproduites sons les mêmes nos que dans le manuscrit.

L'écriture n'est pas celle d'Abel, dont l'original, pour la fin de la lettre XXXIX, est reproduit en fac-simile dans le journal de Crelle, T. XXV, 1843.

Le manuscrit est probablement une copie que Crelle a fait prendre des lettres originales d'Abel. Cela est d'autant plus probable que les numéros placés en tête des fragments, les dates placées au bas, et les initiales N. H. devant le nom d'Abel sont de l'écriture de Crelle. Il semble aussi que les corrections qui ont été faites l'aient été par lui.

Un intérêt particulier s'attache aux n^os^ ajoutés à gauche et en haut de chaque lettre. Ils sont biffés dans la copie, probablement par Crelle, et semblent se rapporter à un classement chronologique exécuté par lui sur les lettres originales qu'il tenait d'Abel.

Si cela est correct, la présente lettre (du 14 mars 1826) est la 2ème qu'il ait reçue et la lettre XXXIX (du 28 octobre 1828), la 26ème.

La première lettre est donc aussi problablement écrite de Freiberg.

Ayant admis que le copiste s'est tenu littéralement aux originaux d'Abel, nous avons reproduit aussi exactement que possible le manuscrit considéré, sans avoir égard aux corrections opérées. Ceci explique les divergences que l'on peut trouver d'avec les reproductions antérieurse

Imprimée dans le Journal de Crelle, T. V, p. 336, Berlin 1830; Oeuvres 1839 T. II, n° XXIII p. 253; Oeuvres 1881 T. II, n° XXII, p. 266.

(Bj. s. 52; p. 76.)

LETTRE X

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-8° n° 118, 3, voir les éclaircissements à la lettre IV.

Cette lettre est d'une écriture fine sur une feuille et demie in-8° de 205 m/m sur 125.

Imprimée dans l'Illustreret Nyhedsblad, Christiania, 1862, p. 41, sur communication du professeur Hansteen. Oeuvres 1881 T. II n° XXI, p. 263—265.

(Bj. s. 35, reproduite p. 64—68; p. 50, 51, et 96—101.)

1. *Carl Friederich Naumann*, minéralogiste, né 1797, † 1873, fit en 1821—1822 son voyage scientifique bien connu en Norvège. Son frère *Constantin August*, né 1800, † 1852, fut depuis 1827 professeur de mathématiques à l'académie minière de Freiberg.
2. *Joseph Johann v. Littrow*, né 1781, † 1840, étudia d'abord le droit, la médecine et la théologie, plus tard les mathématiques et l'astronomie. - Après avoir professé à Cracovie, puis à Kazan, il fut à partir de 1818 directeur de l'Observatoire de Vienne.

   Adam, Ritter v. *Burg*, né 1797, † 1882, fut de 1820 à 1828 assistant, plus tard professeur à l'Institut Polytechnique de Vienne, et directeur de cet établissement.
3. *Friederich Heinrich Alexander v. Humboldt*, né 1769, † 1859, accompagna le prince Guillaume de Prusse en 1808 dans sa mission diplomatique à Paris, où il se fixa jusqu'en 1827, et où il rédigea et publia son célèbre ouvrage sur ses voyages en Amérique. En 1827, il retourna à Berlin, où pendant les dernières années de la vie d'Abel, il appuya énergiquement les efforts faits par Crelle pour faire appeler Abel à Berlin comme professeur. On n'a pas de preuve certaine qu'il ait fait la connaissance personnelle d'Abel.
4. *Mathias Friis v. Irgens-Bergh*, diplomate et chambellan, né 1786, † 1828, fils du pasteur bien connu de Ringsaker, Gerhard Gunnerus Bergh. Devient en 1815 secrétaire de légation et plus tard chargé d'affaires (de Danemark) à Dresde, avec le titre de conseiller intime de légation.
5. Le poète danois *Jens Immanuel Baggesen*, né 1764, † 1826. Sa santé était alors ruinée; il avait eu de grands chagrins et éprouvé de grandes déceptions, et était en route pour le Danemark. Il mourut peu après à Hambourg, avant d'être arrivé chez lui.

6. *Johan Kristian Klausen Dahl,* né 1788, † 1857. Depuis 1821 professeur à l'Académie des Beaux Arts de Dresde.

LETTRE XI

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 5. Voir les éclaircissements à la lettre I.

Est écrite sur une feuille in-8° de 210 m/m sur 130, d'abord complètement remplie, puis surchargée en travers dans l'ordre suivant: p. 1, p. 4, p. 2, p. 3. La suite, qui est du 20 avril, est écrite sur une feuille volante de 130 m/m sur 105, avec la fin de la lettre en travers d'une des pages. A l'intérieur de l'enveloppe, on lit de la main d'Abel:

„Frauenhofer est très-malade et probablement mort." (Le célèbre physicien Joseph v. Fraunhofer mourut à Munich le 7 juin 1826.)

Adresse:

Sr. Wohlgeboren
Dem Herrn Bernt Holmboe
Lector der Mathematik
über Hamburg zu Christiania Norwegen.

Timbre postal à l'avers: Vienne, au revers Berlin, 30 Avril, Stralsund 4 Mai. Mention par Holmboe: Reçue le 13 Mai.

Cachet à la cire, aux initiales B M K[eilhau].

Oeuvres 1881, T. II, p. 305.

(Bj. s. 48–49; p. 71, 158, 253, 254–258, 260).

1. *Aloys David,* né 1757, † 1836, professeur d'astronomie et directeur de l'Observatoire de Prague.
2. *Frantz Joseph v. Gerstner,* né 1756, † 1832, fut nommé en 1789 professeur de mathématiques supérieures à l'Université de Prague, et prit sa retraite en 1823.
3. *Jacob Nicolai Møller,* né à Gjerpen (Norvége) 1777, † à Louvain 1862, passa en 1793 son examen artium, avec la note très-bien, devint licencié en droit, mais voua la majeure partie de son intérêt à la philosophie et aux sciences naturelles. Il voyagea avec bourse de l'Etat pour étudier la minéralogie et la géologie, mais il ne revint pas. En 1804, il se convertit au catholicisme, et épousa la même année Charlotte Elisabeth Alberti, de Hambourg, soeur de la femme du poète Ludwig Tieck. En 1835, il fut nommé professeur honoraire à l'université catholique de Louvain.
4. Hansteen. Nous n'avons pas réussi à identifier ce personnage. Peut-être Abel a-t-il par distraction écrit un autre nom que celui auquel il pensait.
5. *Carl Johan Didrik Ulrik Croneborg,* noble suédois, né 1769, † 1854, devint en 1824 secrétaire de légation de Norvége et de Suède à Saint-Pétersbourg et l'année suivante chargé d'affaires á Vienne; fut nommé en 1836 maréchal de la cour. N'était d'ailleurs pas baron, mais sa femme, qu'il épousa en 1825, était la baronne Barbara v. Geymüller. Sa belle-mère, dont il est question dans la lettre, était Barbara, née v. Schmidt.

LETTRE XII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-8° n° 118, 4. Voir les éclaircissements à la lettre IV.

Ecrite sur un morceau de papier de 125 m/m sur 105.
(Bj. p. 259.)

1. *Alexis Bouvard*, né 1767, † 1843, devint en 1793 élève et en 1795 astronome à l'Observatoire de Paris. Exécuta toutes les recherches de détail et les calculs astronomiques pour Laplace lorsque celui-ci rédigea sa Mécanique Céleste. Emit la théorie que les perturbations de la planète Uranus étaient dues à une planète inconnue.

LETTRE XIII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 6. Voir les éclaircissements, lettre I.

Est écrite très-fin sur une feuille in-4° de 250 m/m sur 250, dont la 4me page forme enveloppe.

Adresse:

Sr. Wohlgeboren
Dem Herrn Bernt Holmboe
Lector der Mathematik an der Universitet zu
fo. an die Gränze Christiania
über Hamburg Norwegen

Timbre de la poste à l'avers: Bolzano, au revers: Berlin 28 juin, Stralsund 29 juin.

Le cachet laisse voir un haut-fourneau, au-dessus les initiales N B M[oller] et au-dessous la devise: „Bene qui caluit Bene vixit."

(Bj. in extenso p. 261—267).

1. sneel, plat-allemand pour schnell. Il est probable que dans le jargon des camarades on aura équivoqué sur la ressemblance de ce mot avec le mot norvégien snegl (colimaçon).
2. *Lars Jacobsen Larssøn*, né 1784, † à Venise 1846. Eut de 1805 à 1814 droit de bourgeoisie maritime à Arendal, puis se fixa en Italie, à Livourne puis à Venise, où il fut courtier et pendant un certain temps gérant du vice-consulat de Danemark. On n'a pu découvrir que, comme le dit Abel, il ait été antérieurement consul à Gènes.
3. *Christian Frederik Gottfried Bohr*, né 1773, † 1832, était danois de naissance, mais s'établit en Norvége en 1790; était dans l'enseignement et s'occupait de musique; en 1806 il fonda à Bergen, avec Lyder Sagen, une école „réelle" (realschule). A partir de 1825, il fut professeur (overlærer) au lycée de Bergen. Il jouissait d'une certaine considération comme naturaliste.
4. Hansteen avait en 1826 été nommé chevalier de l'Ordre de l'Étoile du Nord.

LETTRE XIV

Autant qu'on sache, et de même que pour les lettres XLVII, XLVIII, XLIX et LII, on n'a de cette lettre qu'une copie prise il y a plus de 20 ans par le dr. Elling Holst pour le professeur Bjerknes à l'occasion de sa biographie d'Abel. La lettre était très-endommagée.

Adresse:

Sr. Wohlgeboren
Dem Herrn M. B. Keilhau
Aus Norwegen dermalen zu
poste restante Schaffhausen

Timbre de la poste de Zürich.

A droite et en bas de l'enveloppe, une main étrangère avait ajouté: July 1826.

L'adresse „zum Schwerdt" dans le texte même était écrite au crayon et en grosses lettres, probablement plus tard que le reste.

La description de la lettre est reproduite d'après les notes du dr. Holst.

LETTRE XV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. nº 592; voir les notes relatives à la lettre IX.

D'après le n° placé en haut et à gauche, ce serait la 8ème lettre que Crelle a reçue d'Abel.

Imprimée dans le journal de Crelle, T. 5, 1830, comme n° II des „Bruchstücke" p. 337. Oeuvres 1839 T. II n° XXIII, p. 253–254; 1881 T. II, nº XXII, p. 267.

LETTRE XVI

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-8° n° 118, 5; voir les notes à la lettre IV.

Ecrite sur une feuille in-8° de 215 m/m sur 130.

Communiquée par le professeur Hansteen dans l'„Illustreret Nyhedsblad", Christiania 1862, p. 42.

(Bj. p. 269–270.)

1. *Johann Gørbitz*, né à Bergen en 1782, † 1853, fit ses études comme portraitiste à Paris, où ne fut pas sans réputation. Fut à côté de J. Chr. Dahl le plus considérable des pointres norvégiens avant Tidemand et Gude, et exécuta après son retour en Norvége une série d'excellents portraits des personnages connus du pays; fut aussi un bon peintre de paysages. Son oeuvre se distingue par des traits caractéristiques de délicatesse et d'amabilité.
2. *Joseph Duez Gergonne*, né 1771, † 1859, fut d'abord officier, puis professeur de mathématiques, d'abord à Nîmes, puis à la faculté des sciences de Montpellier. Publia de 1810 à 1831 ses „Annales de Mathématiques pures et appliquées", en 21 volumes in-4°.
3. *André-Etienne-Just-Paschal-Joseph-François d'Audebard, baron de Ferussac*, né 1786, † 1836, Lieutenant-colonel de l'armée française, naturaliste, géographe et statisticien. Publia de 1823 à 1830 le „Bulletin Universel des Sciences et de l'Industrie", en 16 volumes formant 8 sections, dont la première comprend les mathématiques, l'astronomie, la physique et la chimie.

LETTRE XVII

Appartient à Mme veuve Lange. Voir les éclaircissements relatifs à la lettre V.

Est écrite sur les deux côtés d'une demi-feuille in-4° de 235 m/m sur 205, avec enveloppe séparée.

Adresse:

A (Monsieur) Demoiselle
(Monsieur) Elisabeth Abel
chez M. Treschow cons. d'état etc.
par bonté. à Christiania

Le mot Monsieur qui revient deux fois dans l'adresse, et qui est mis ici entre parenthése, a été écrit, puis rayé par Abel. L'aspect différent des mots suivants donne lieu de croire que l'enveloppe avait d'abord un autre destinataire.

(Bj. p. 303—304).

La phrase finale reproduite ici est maintenant barrée à l'encre.

1. *Louise Fredrikke Koppel,* née Kemp, née 1798, † 1853, mariée à Nathan Bendix Koppel, médecin à Aalborg.

LETTRE XVIII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. nº 433, 7. Voir les notes à la lettre I.

Ecrite sur une feuille et demie in-8° de 220 m/m sur 130.

Adresse de l'enveloppe:

Monsieur
Monsieur Bernt Holmboe
Professeur des Mathematiques à l'université
de Christiania
par Hambourg

Au revers de l'enveloppe le timbre de la poste: Hamburg 2 novembre.

Porte la mention: Reçue le 13 novembre.

Œuvres 1881 T. II, n° XX, p. 259—261: citée par Holmboe dans une note de son article nécrologique dans le „Magazin for Naturvidenskaberne" T. 9 1828 p. 349.

(Bj. p. 270, 273, 290—293, 306—308, 310, 320).

1. *Jean Nicolas Pierre Hachette,* né 1769, † 1834, fut depuis 1810 professeur à la Sorbonne et plus tard à l'Ecole Normale Supérieure; membre de l'Institut en 1831. Il avait été nommé à l'Institut dès 1823, mais en raison de sa liaison avec Monge et de ses idées républicaines, son élection n'avait alors pas été sanctionnée.
2. *Jacques Frédéric Saigey,* né 1797, † 1871, homme de lettres et fabricant d'instruments de précision à Paris, écrivit un certain nombre d'ouvrages de mathématiques et de physique et rédigea de 1825 à 1829 le Bulletin de Ferussac.
3. *Pierre Gustave Lejeune-Dirichlet,* né 1805, † 1859, mathématicien allemand distingué, vint à Paris à l'âge de 17 ans, y étudia les mathématiques pendant plusieurs années et fit connaissance intime avec les plus grands mathématiciens français. A la recommandation de Fourier, il fut en 1827 nommé docent à Breslau, devint en 1839 professeur ordinaire à Berlin et après la mort de Gauss en 1855, professeur de mathématiques à Göttingen. Est connu pour ses recherches fondamentales sur plusieurs branches des mathématiques, principalement sur la théorie des séries trigonométriques et sur la théorie des nombres.
4. Dans le célèbre roman de Lesage, Le diable boiteux.
5. *Franz Xaver von Zach,* né 1754, † 1832, géodésien et astronome, publia des revues scientifiques, entre autres la Correspondance astronomique, géographique et hydraulique, Gènes 1816—25.
6. *Edmund Jacob Külp,* né 1801, depuis 1827 professeur à la „Real- und höhere Gewerbeschule" à Darmstadt et depuis 1848, son directeur.

7. *Gustaf Carl Fredrik,* baron et comte Löwenhjelm, né 1771, † 1856, de 1818 à 1856 envoyé de Norvége et Suède à Paris, pair du royaume de Suède, inspecteur-général etc; marié en 1826 à Cléonice Iphigénie de Baguet, née 1798, † 1853.
8. *Hans Skramstad,* né à Toten 1796, † 1839, musicien. Résidait à Paris pour son instruction.

LETTRE XIX

Appartient, ainsi que les lettres XXIII et XXV, à la Société royale des Sciences, à Trondhjem, qui les a acquises avec la collection de manuscrits de M. Thorvald Boeck, fils du destinataire. Elle est actuellement sur une feuille volante dans le cartonnage auquel est fixée la lettre XXIII.

Ecrite sur un côté d'un feuillet in-4° de 225 m/m sur 115 déchiré par en bas et réduit à une longueur de 190 m/m. Etait ployée et munie d'un pain à cacheter. Ecriture un peu plus grosse que de coûtume.

Adresse incomplète

à Monsieur
Monsieur C. B. B
à
Mun
port payé sous l'addresse de (Bj. p. 326).

1. *Alexandre Brongniart,* né 1770, † 1847, géologue, directeur de la Manufacture de Sèvres, professeur de minéralogie au Muséum et membre de l'Institut, avait voyagé en Norvége, où il fut un des premiers à étudier les fossiles siluriens et les blocs erratiques.
2. Chez qui Abel était logé, voir à la fin de la lettre XVI.

LETTRE XX

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-4°, n° 922, 1. Etait d'abord, comme la lettre XLVIII, jointe aux lettres d'Abel à Holmboe, sous la signature MS in-fol. n° 433, et a probablement suivi ces dernières dans le don fait par l'avocat J. Holmboe.

La lettre porte au revers le timbre postal français: 3 déc. 1826.

1. *Karl, baron v. Stein zum Altenstein,* né 1770, † 1840, ministre des cultes en Prusse de 1817 à 1838. A bien mérité des institutions scolaires de la Prusse: c'est ainsi qu'il introduisit l'obligation scolaire, fonda l'université de Bonn, et s'attacha tout spécialement à appeler des maîtres éminents aux chaires universitaires.

LETTRE XXI

Copie appartenant à la Bibliothèque de l'Université à Kristiania MS in- fol. n° 592, voir les éclaircissements sur la lettre IX.

D'après le n° inscrit puis barré sur la copie, cette lettre serait la 12ème que Crelle a reçue d'Abel. Dans la lettre XX, Crelle mentionne deux lettres reçues antérieurement, des 23 octobre et 1er novembre. On peut ainsi classer comme suit ces diverses lettres, toutes de 1826:

Nos de Crelle	8	(9)	(10)	(11)	12
Dates	9 août	—	23 oct.	1er nov.	4 déc.
N° dans la publication actuelle	IX	—	—	—	XXI

Comparez avec le dire de la lettre XVIII: „Je corresponds régulièrement avec lui [Crelle] et j'ai de lui une masse de lettres autant que j'en ai reçu de ma fiancée."

La lettre est imprimée dans le Journal de Crelle T. 5 1830, p. 337, sous le n° III des „Bruchstücke". Oeuvres 1881 T. II, n° XXII, p. 268.

LETTRE XXII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 8; voir les éclaircissements relatifs à la lettre I.

Ecrit sur un côté d'un feuillet simple in-fol. de 250 m/m sur 210. Sans adresse, signature, ni date. Addition de la main d'Holmboe: décembre 1826. Comme, d'habitude, Holmboe écrit expressément: Reçu le . . . . . , et que lui même dans les Œuvres, 1839, T. II, p. 271, date cette lettre de: Paris le . . . . décembre 1826, la mention ci-dessus doit se rapporter à la date d'envoi. D'après son contenu, cette lettre doit être à peu près de même date que la lettre XXI à Crelle, du 4 décembre 1826.

Oeuvres 1839 T. II, nº XXV, p. 271; 1881 T. II, nº XX, p. 261—262.

(Bj. p. 314—317).

LETTRE XXIII

Appartient à la Société des Sciences de Trondhjem (Collection Thorv. Boeck), voir les éclairc. à la lettre XIX. Elle est écrite des deux côtés d'une feuille in-4° de 255 m/m sur 215, avec une marge de 55 m/m, où sur la première page, C. G. Maschmann a écrit en long quelques lignes à Boeck.

(Bj. s. 71; p. 107, 323—328).

1. Probablement *Hans Backer*, né 1778, † 1854, riche négociant de Holmestrand.
2. *Georg Herman Monrad*, né 1793, † 1828. Propriétaire depuis 1813 de la pharmacie du Lion (Løvenpotheket) à Bergen; marié en 1821 à Maren Berentine Nicolaysen. La mère de Monrad était née Oppenheim, d'une famille juive établie en Danemark.
3. *Brede Müller Grønvold*, né 1800, † 1880, était lors de sa mort caissier de la maison Rønneberg à Aalesund. Avait étudié en France, étant jeune, pour devenir négociant.

LETTRE XXIV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 9; voir les éclaircissements à la lettre I.

Ecrite sur du papier de 130 m/m sur 85, a été pliée et fermée avec deux pains à cacheter bleus. A dû être incluse dans une autre lettre.

Adresse:

Sr. Høivelbaarenhed
Herrn Herrn Bernt Holmboe
Lector.

(Bj. s. 68; p. 102, 319, 328).

1. *Michael Skjelderup*, né 1787, † 1852, fut de 1805 à 1813 professeur extraordinaire en médecine à l'Université de Copenhague, puis en même qualité à celle de Kristiania. Jouissait d'une grande considération pour sa grande capacité, et quoique bègue, était considéré comme

l'homme le plus spirituel de Kristiania. Il témoigna la plus grande bienveillance à Abel, et fut l'un des huit intimes qui lui élevèrent un monument dans le cimetière de Froland.

2. *Hans Henrich Maschmann*, né 1775, † 1860. Propriétaire depuis 1797 de la pharmacie de l'Eléphant, à Kristiania, et depuis 1808 professeur titulaire.

LETTRE XXV

Appartient à la Société des Sciences de Trondhjem; voir les éclaircissements relatifs à la lettre XIX.

Ecrite sur un côté d'un feuillet in-4° de 230 m/m sur 210. Fixée maintenant dans un cartonnage in-4°.

Adresse:

Sr. Wohlgeboren
Dem Herrn, Herrn C. B. Boeck
aus Norwegen
jetz zu München
fr. Addressiren Herrn Strasburger

Timbre postal: Berlin 26 Febr.

(Bj. s. 71, p. 107, 330, 331.)

1. *Jens Esmark*, né en Danemark 1763, † 1839. Fut attaché à la Norvége depuis 1797 comme minéralogiste scientifique, avec poste à Kongsberg. Depuis 1814, il fut professeur d'exploitation des mines à l'Université de Kristiania.
2. *Søren Christian Sommerfeldt*, né 1794, † 1838, remplissait des fonctions ecclésiastiques, mais s'est fait beaucoup de nom comme botaniste.

   Jens Rathke, né 1769, † 1855, fut de 1799 à 1810 professeur (overlærer) au lycée de Kristiania, de 1810 à 1813 professeur de zoologie à l'Université de Copenhague, puis d'histoire naturelle à celle de Kristiania.
3. Comme ce qui est raconté ici du „Patron" (Basen) répond bien à ce que la lettre XXIII raconte de Maschmann, c'est lui sans doute qui se trouve désigné par ce sobriquet amical; cependant, son nom se trouve mentionné aussitôt après, comme s'il n'avait pas encore été question de lui.

LETTRE XXVI

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 10; voir les éclaircissements sur la lettre I.

Ecrite d'une fine écriture, d'un côté d'un feuillet in-4° plié, de 255 m/m sur 210.

Adresse:

Sr. Wohlgeboren
Dem Herrn Herrn Bernt Holmboe
Professor der Mathematik
fr. Hamburg zu Christiania in Norwegen

Timbre postal à l'avers: Berlin 4 Mart.
au revers: Hamburg 6 Mart. 27.

Oeuvres. 1839, T. II n° XXV, p. 272; 1881 T. II, n° XX, p. 262.
(Bj. p. 330, 334–337.)

1. *Frantz Peckel*, né à Copenhague 1798, † 1868, était cousin de Chr. Boeck. Devint en 1825 licencié en médecine à l'Université de Kristiania, et entreprit, à l'automne de la même année, un voyage scientifique à l'étranger, entre autres à Copenhague et Berlin. Finit par être médecin provincial de la préfecture de Buskerud, mais donna sa démission en 1857, et fut depuis directeur des postes à Kongsvinger.
2. L'Etat venait de se procurer ses deux premiers bâteaux à vapeur, dont l'un, le „Prins Carl", faisait le service entre Kristiania et Copenhague.

LETTRE XXVII

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements sur la lettre V.

Est écrite sur un quart de feuille, de 127 m/m sur 105, du même papier, facile à reconnaître à son filigrane, que la lettre XXVI. Est actuellement en deux morceaux. La marque ·//· inscrite en haut et à gauche semble indiquer que le commencement de cette lettre était écrit sur un autre morceau de papier analogue. Ils ont été ensuite pliés ensemble en un billet ouvert, ayant 105 m/m sur 40, avec l'adresse: Mme Hansteen. La lettre XXVI du 4 mars, adressée au professeur Holmboe (pliée à la dimension de 135 m/m sur 88), demande expressément à Holmboe de remettre de sa main au professeur Hansteen une lettre renfermée dans la première, et il est probable que le billet à Mme Hansteen était à son tour inclus dans une lettre à Hansteen. Ceci s'accorde bien avec le fait que les lettres XXVI et XXVII contiennent toutes deux les mêmes nouvelles au sujet de Boeck et celui qu'aucune de ces deux lettres ne contient les compliments habituels pour l'autre destinataire. On peut donc à bon droit fixer la date d'envoi de la présente au 4 mars 1827, de même que pour la lettre XXVI.

(Bj. p. 338, 339).

1. *Severin Henrik Ernst Løvenskjold*, né 1803, † 1867, fils du statholder Severin L. Etait officier de cavalerie et épousa à Münich en 1827 la baronne Francisca Veronica Johanne Joséphine (Fanny) de Seckendorf-Aberdar, née 1807, † 1873; ils occupèrent tous les deux des situations élevées à la cour, où lui-même devint chef de la Cour et sa femme grande-maîtresse de la maison de la reine Joséphine.

LETTRE XXVIII

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements sur la lettre V.

Est écrite sur un petit feuillet in-4°, de 195 m/m sur 160.

Etait pliée de telle sorte que l'on ne voit guère du dehors que la signature et l'adresse. A peut-être été envoyée sans cachet par occasion [et aura peut-être été pour cette raison écrite en français (?)].

LETTRE XXIX

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. 592; voir les éclaircissements concernant la lettre IX.

Dans le manuscrit cité en cet endroit, le présent fragment a été bâtonné, et Crelle n'y a mis ni n° ni date. La raison en est sans doute que ce fragment a été publié antérieurement dans le Journal de Crelle (T. 2, 1827 p. 286 tandis que les autres fragments contenus dans le manuscrit ont été imprimés ensemble au T. 5, 1830. Le fragment porte en haut et à gauche le n° 16, et doit, d'après nos présomptions sur le sens de ces numéros, avoir été écrit entre le n° 12 (lettre XXI), date de Paris, 4 déc. 1826, et le n° 17 (lettre XXX) daté de Kristiania 15 nov. 1827, et plus près de cette dernière date. Voir les éclaircissements à la lettre XXI. La lettre serait donc probablement de Kristiania, où Abel rentra le 20 mai 1827. (Voir d'ailleurs Bj. s. 99–102; p. 157–167.)

Oeuvres 1881 T. I, n° XXIX p. 618.

LETTRE XXX

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 592; voir éclaircissements sur la lettre IX. D'après son n°, c'est probablement la 17ème des lettres que Crelle a reçues d'Abel.

Imprimée au Journal de Crelle T. V 1830, p. 33 sous les n° IV des „Bruchstücke".

Oeuvres 1839 T. II n° XXIII, p. 254, 1881 T. II n° XXII, p. 268.

LETTRE XXXI

Ce fragment est traduit du texte norvégien publié par le professeur Holmboe dans le „Magazin for Naturvidenskaberne" 1829 T. 9 p. 342–343 dans sa Nécrologie d'Abel, institulée: „Kort Fremstilling af Niels Henrik Abels Liv og videnskabelige Virksomhed" (p. 334–354). Ce texte était lui même traduit de l'allemand, mais l'original en est perdu. A aussi été déjà reproduit en français par Holmboe dans sa „Notice sur la vie de l'auteur" (Oeuvres 1839, T. I p. VII).

1. *Paul Heinrich von Fuss,* né 1797, † 1855, depuis 1823 membre de l'académie des sciences de St. Pétersbourg. Son père, Nicolaus von Fuss, était, comme on le sait, le bon ami et le collaborateur d'Euler.

LETTRE XXXII

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements sur la lettre V.

Est écrite sur un côté d'un demi-feuillet in-fol. de 205 m/m sur 165, plié en forme de triangle, comme on le faisait alors pour les billets. Après avoir été déjà fermé avec un pain à cacheter rouge, le billet a été rouvert, probablement pour changer „mindste" en „storste", et puis replié dans l'autre sens, fermé de nouveau et muni de l'adresse suivante, à côté de premier pain à cacheter:

Fru Hansteen
i Pilestrædet.

D'après la forme de l'adresse et l'expression „le porteur", ce billet devait être écrit de Kristiania. D'après ce qu'Abel dit de son frère Thomas dans la lettre XXXV, écrite à Froland, 29 juillet 1828, ç'a sans doute été immédiatement avant son départ pour cette localité en juillet.

LETTRE XXXIII

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements relatifs à la lettre V.

Est écrite sur un feuillet in-4° de 244 m/m sur 205.

D'après la lettre XXXV, celle-ci est écrite 8 jours avant le 29 juillet 1828. Le 21 juillet 1828 était un lundi, que la présente lettre indique comme date.

LETTRE XXXIV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 433, 11. Voir les éclaircissements à la lettre I.

Est écrit au recto d'un feuillet in-4° de 245 m/m sur 205. Le verso forme enveloppe.

Adresse:

S. T.
Hr. Lector Bernt Holmboe
Christiania

1. *John Andreas Messel*, né en 1789, † 1850, lecteur en 1824, puis professeur, avait avec son cousin F. W. Keyser, bibliothécaire de l'Université, fondé la maison de librairie Messel, Keyser & Cie, Kristiania (voir lettre XLII.)
2. *Johan Andreas Aubert*, né 1800, † 1832, fut dès 1817 attaché au lycée de Kristiania, où il monta rapidement en grade. Les félicitations se rapportent à sa nomination comme co-recteur (conrector) qui avait eu lieu le 2 juillet de la même année. Il était philologue, et s'intéressait vivement aux choses de l'enseignement.

LETTRE XXXV

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements relatifs à la lettre V.

Est écrite au recto d'un morceau de 205 m/m sur 98, du même papier que la lettre XXXIV. La signature est minuscule.

Pas d'adresse, et le papier est plié de façon inégale de façon à répondre aux plis de la lettre XXXIV de même date, dans laquelle celle-ci a dû certainement être incluse. Voir le P. S. de la lettre XXXIV „je te prie de le charger de celle ci-jointe."

1. *Lars Møller Ibsen*, né 1780, † 1846 a composé la musique des deux airs nationaux bien connus: „Hvor herligt er mit Fødeland" et „Mens Nordhavet bruser". A l'époque d'Abel il était négociant, mais sacrifia plus tard de façon moins restreinte à ses goûts musicaux.
2. La fille aînée du maître de forges Smith se nommait *Magdalene Marie Hedevig*, née 1806, † 1886, mariée en 1834 au pasteur d'Aastrup (île de Falster), Antonin Heineth.
3. *Hanna Preuss* est peut être d'aprés M. A. E. Thomle, Johanne Marie Preus, née Nissen, née en 1793. Son mari *Hans Henrik Preus* fut, de 1823 à 1831, pasteur de Dybvaag, non-loin de Froland.
4. *Lina* est Nicoline Smith, sœur cadette de Magdalene, née 1809, et morte sans alliance chez son oncle et beau-frère *Nicolai Michael Smith*, gardien-chef du phare d'Utsire.

LETTRE XXXVI

Appartient à Mme veuve Lange; voir les notes se rapportant à la lettre V.

La lettre est écrite sur un fragment d'enveloppe de 150 m/m sur 125, avec les restes d'une adresse (pas de la écriture d'Abel):

{ essorinde Hansteen
{ i Christiania

La longueur des lignes se règle sur la déchirure du papier.

D'après l'apparence extérieure, Bjerknes peut avoir des raisons pour dire qu'on ne sait à qui la lettre est adressée, mais comme elle fait partie de la collection, appartenant à Mme veuve Lange, des lettres d'Abel à Mme Hansteen, et que d'un autre côté, comme style et comme contenu, elle s'accorde si bien avec celles-ci, nous n'avons éprouvé aucune hésitation quant à la personne à qui elles sont adressées. „Mon mémoire est imprimé . . . ." se réfère à la *„Solution . . . ."* (voir Holst, Introduction historique, p. 96) dont il est question dans la lettre XXXIV, et il semble que celle-ci ait été écrite très-peu après, à Froland, en août 1828; d'après la lettre XXXIV, du 29 juillet, Abel comptait partir de là le vendredi 15 août.

(Bj. s. 116; p. 218.)

LETTRE XXXVII

Est traduite de l'article nécrologique (en norvégien) de Holmboe dans le „Magazin for Naturvidenskaberne" T. 9, 1829 p. 343—344, cf. Oeuvres 1839 T. I p. VIII (voir aussi les éclaircissements relatifs à la lettre XXXI).

LETTRE XXXVIII

Appartient à Mme veuve Lange; voir aux éclaircissements relatifs à la lettre V.

Est écrite au 1er recto d'une feuille in-4° de 250 m/m sur 205, pliée et fermée d'un pain à cacheter.

Adresse:

S. T.
Fru Professorinde Hansteen
Adresse Fru Friederichsen
frco. Kjøbenhavn
Hermed en lille Pap-Æske Gammel Torv No. 6.
mærket: H. A. H.
(Ci-joint une petite boîte en carton,
marquée H. A. H.).

Sur le côté du cachet, on lit à l'intérieur: Le pain trop noir.

Le cachet laisse voir une tête de Minerve, la même qui se trouve au cachet de la lettre XVIII, de Paris, du 24 octobre 1826, et qu'on retrouve aussi sur la lettre XIX, du même endroit, datée du 1er novembre 1826, ainsi que sur la lettre XXXIV du 29 juillet 1828, datée de Froland. Le cachet a donc dû être celui d'Abel après son séjour à Paris. — C'est ce cachet qui est reproduit en vignette au titre du présent ouvrage.

(Bj. p. 234.)

LETTRE XXXIX

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-fol. n° 592; voir les éclaircissements sur la lettre IX.

D'après son numéro, cette lettre semble devoir être la 26ème que Crelle a reçue d'Abel.

Elle est imprimée ici, d'après la copie en question, jusqu'aux mots: „Ich werde ein Theorem . . ." Le reste est d'après le fac-simile de la lettre d'Abel que l'on trouve dans le journal de Crelle, T. 25, et qui s'accorde bien avec la copie en ce qui concerne le texte français.

Imprimée antérieurement dans le journal de Crelle T. 5, 1830 p. 34, sous le N° V, 1 & 2, des „Bruchstücke". Oeuvres 1839 T. II, n° XXIII, p. 254—255; 1881 T. II, n° XXII, p. 269—270.

LETTRE XL

Reproduite ainsi qu'une autre lettre écrite plus tard par Legendre (lettre XLIII) d'après l'article nécrologique de Holmboe dans le „Magazin f. N." T. 9 1829, p. 344—347. Cfr. éclaircissements sur les lettres de Crelle à Abel, lettres XXXI et XXXVII (Bj. p. 223).

LETTRE XLI

Appartient à Mme veuve Lange; voir les éclaircissements sur la lettre V.

Ecrite sur une feuille in-4° de 240 m/m sur 200, où la 4ème page sert d'enveloppe, fermée par un pain à cacheter. Au premier feuillet, il manque environ 140 m/m sur 200, comprenant le commencement et la date. Ce commencement n'y était plus lorsque la lettre est parvenue dans les mains de Mme veuve Lange.

La lettre, mentionnant celle de Legendre du 25 oct. 1828 (lettre XL), doit avoir été écrite à Kristiania dans le courant de novembre 1828. L'adresse de Mme Hansteen à Copenhague est la même que lors de la lettre XXXVIII du 22 sept. 1828.

(Bj. p. 219, 222, 223.)

1. *Matthias Numsen Blytt*, né 1789, † 1862, étudia d'abord le droit avec une subvention du roi Charles Jean, mais en même temps aussi l'histoire naturelle, et surtout la botanique où il acquit beaucoup de célébrité. La communication d'Abel se rapporte à sa nomination au poste de lecteur à l'Université, en date du 29 novembre 1828.

LETTRE XLII

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-4° n° 921. Don fait en 1882 par le professeur K. Th. Weierstrass de Berlin; voir les éclaircissements se rapportant à la lettre LIV.

Est écrite sur une feuille in-4° de 270 m/m sur 275. Elle porte la mention: Reçue le 10 décembre.

Reproduite d'après l'original d'Abel, voir fac-simile VI.

Imprimée antérieurement au Journal de Crelle, T. 6, Berlin 1830, p. 336—343, sous le titre: Fernere Bruchstücke aus Herrn N. H. Abels Briefen.

Oeuvres 1839 T. II, n° XXIV, p. 256—263; 1881 T. II, n° XXIII, p. 271—279.

(Bj. p. 224—225.)

LETTRE XLIII

Reproduite d'après Oeuvres 1839 T. I, IX—XI. Traduite en norvégien dans l'article nécrologique par Holmboe dans le „Magazin for Nat." T. 9 1829, p. 347—349.

LETTRE XLIV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-4° n° 922; voir les éclaircissements de la lettre XX.

D'après les timbres de la poste, elle passa à Berlin le 9 et à Hambourg le 14 avril.

LETTRE XLV

Appartient, ainsi que la lettre XLVI à l'Observatoire de Kristiania, dans la collection des papiers d'Hansteen.

1. *Meier Hirsch*, né en 1765, † 1851, était professeur libre de mathématiques à Berlin. Publia en 1809 une collection de problèmes, où il crut avoir trouvé la solution générale des équations de tous les degrés. C'est à cela que fait sans doute allusion son archimédique *Εὕρηκα*. Il découvrit aussitôt après son erreur, peut-être à l'aide d'un *„lapis lydius"* (pierre de touche) comme celui recommandé par Degen. Fut plut tard atteint d'aliénation mentale.
2. Lucien, Halcyon 3. (On se croit sans issue, et la route est facile; on se croit sans ressource, et la ressource est là.)
(Bj. s. 5; p. 5.)

LETTRE XLVI

Appartient comme la précédente à l'observatoire de Kristiania.
(Bj. s. 12; p. 16.)

LETTRE XLVII

On ne la connait que par la transcription due au dr. Holst; voir les éclaircissements sur la lettre XIV.

La lettre était cachetée de cire noire avec le cachet de la forge de Froland.

LETTRE XLVIII

On ne la connait que par la copie due au dr. Holst. Voir aux éclaircissements sur la lettre XIV.

LETTRE XLIX

On ne la connait maintenant que par la copie prise par le dr. Holst; voir les éclaircissements relatifs à la lettre XIV.

Elle est datée des 22 et 23 février sans indication d'année, mais elle doit être rattachée à l'année 1830, attendu que Melle Kemp y est nommée comme fiancée à Keilhau. Ainsi qu'on le

voit par la lettre de Melle Kemp à Mme Hansteen en date du 26 janvier 1830 (appartenant à Mme veuve Lange) les fiançailles eurent lieu en effet le jour de son 26ème anniversaire, c'est-à-dire le 25 janvier 1830, et d'après une remarque ajoutée sur la même lettre (par Mme Hansteen) le mariage eut lieu le 2 novembre de la même année.

1. *Ole Tønnesen Tuxen*, né 1788, † 1851, pharmacien à Arendal, frère du capitaine-commandant P. M. Tuxen à Copenhague (oncle d'Abel — voir lettre I, note 6). Il épousa en secondes noces en 1826 Melle Antonette Kittel.

LETTRE L

Reproduite d'après Oeuvres 1839 T. I p. XIV.
(Bj. p. 247, 321.)

LETTRE LI

Appartient à M. le professeur C. A. Bjerknes.

LETTRE LII

On ne la connait que par la transcription due au dr. Holst: voir les éclaircissements à la lettre XIV.

Mention: Reçue le 2 juin 1840.

LETTRE LIII

Appartient à Mme Lie, veuve du professeur Sophus Lie.

LETTRE LIV

Appartient à la Bibliothèque de l'Université, à Kristiania, MS in-8° n° 190.
Don de feu le professeur Sophus Lie.

RÉSUMÉ

Cette correspondance comprend en tout 38 lettres d'Abel, conservées en tout ou en partie, et allant du 15 juin 1823 au 25 novembre 1828. Il y en a 11 à Holmboe, 10 à Mme Hansteen, 6 à Crelle, 5 à Hansteen, 3 à Boeck, 1 à Elisabeth Abel, 1 à Keilhau et 1 à Legendre. On a en outre inséré 6 lettres adressées à Abel, 4 par Crelle et 2 par Legendre, puis comme appendice 10 lettres relatives à Abel, et intéressantes pour sa biographie.

Les deux plus anciennes des lettres d'Abel sont à Holmboe et datent de son premier séjour à Copenhague en 1823. Les 24 suivantes, c.a.d. la grande masse, remontent au grand voyage de 1825 à 1827, et sont principalement adressées à Holmboe, à Mme Hansteen, à Crelle et à Boeck. De plus il y en a 3 de la fin de 1827, datées de Kristiania, et 9 de la dernière moitié de 1828, principalement à Mme Hansteen. Les lettres que l'on a conservées ne fournissent donc aucun renseignement sur sa vie depuis 1823 jusqu'en septembre 1825. Les trois allant du mois d'avril 1827 au mois de juin 1828 ne fournissent rien non-plus sur la personne d'Abel. Ce qui nous reste maintenant, ce n'est donc en somme que les lettres de voyage de 1823 et de 1825 (septembre) à 1827 (mars), et un tout petit nombre, 8 (dont 5 à Mme Hansteen), provenant de sa dernière année d'existence, pendant quelques mois de la dernière moitié de 1828, et écrites soit de Kristiania, soit de Froland.

Sur les lettres (plus de 26) qu'Abel doit avoir écrites à Crelle, on ne connait plus que 6 fragments mathématiques. Les n^os^ inscrits par Crelle semblent seulement nous indiquer que ce sont, dans cette correspondance, les numéros 2, 8, 12, 16, 17 et 26. D'après les renseignements que l'on trouve disséminés dans les différentes lettres, on a pu chercher à reconstituer par divination la série complète comme suit:

N° 1 et n° 2 (lettre IX) de Freiberg, fin de février ou commencement de mars, et 14 mars 1826. Aussitôt arrivé à Vienne, Abel dit (lettre XI du 16 avril) qu'il a reçu deux longues lettres de Crelle, probablement en réponse aux n°s 1 et 2, écrites par Abel après qu'il eut quitté Crelle à Berlin pour se rendre à Freiberg et „il attend la troisième", probablement en réponse à un n° 3 écrit entre le 14 mars et le 16 avril, peut-être pendant les 8 jours de séjour à Dresde, vers le 29 mars.

Il est probable, dans tous les cas, qu'un n° 4 doit avoir été écrit pendant les 5 semaines du séjour à Vienne (14 avril—25 mai). Lors de l'envoi du n° 8 (lettre XV), écrit de Paris le 9 août, Abel avait déjà séjourné un mois à Paris, et il parait donc naturel d'attribuer à Paris un n° 7, écrit en juillet; les n°s 5 et 6 remonteraient alors au voyage de Vienne à Paris (25 mai—10 juillet), ou bien sont à partager entre ces deux villes. Le n° 9 vient alors après le 9 août, le n° 10, le 23 octobre, le n° 11, le premier novembre, et le n° 12 (lettre XXI) le 4 décembre 1826, tous écrits à Paris (voir les éclaircissements relatifs à la lettre XXI). Depuis le 4 décembre jusqu'au départ (29 décembre) Abel a probablement dû expédier de Paris une lettre n° 13 pour annoncer son arrivée à Berlin. On peut admettre que le n° 14 aura été écrit en mai 1827 après la rentrée à Kristiania, le n° 15 et le n° 16 (ce dernier conservé en partie, lettre XXIX) datent alors naturellement de Kristiania, été et automne 1827, ainsi que le n° 17 (lettre XXX) du 15 novembre 1827.

Les 8 lettres suivantes (nos 18 à 25) appartienraient à la période s'étendant du 15 novembre 1827 au 18 octobre 1828, date du n° 26 (lettre XXXIX) et auraient été écrites de Kristiania, ou, pendant les vacances, de Froland. Une d'elles doit être du 29 mars 1828. (Voir L. Sylow, Etudes, et découvertes, p. 4).

Pendant ces 11 mois, on peut voir que Crelle a écrit à Abel pour le moins les 18 mai (lettre XXXI) 11 juillet, (voir lettre XXXIII) et 10 septembre 1828, (voir lettre XXXVII); de plus, d'après le document LXX, il en a aussi écrit une en juin. Ceci, de même que le numérotage des lettres d'Abel à Crelle, semble indiquer que cette correspondance a été à peu près mensuelle. A son avant-dernière lettre à Abel, datée du 27 mars 1829 (voir lettre XLIV), Crelle dit lui-même qu'il n'a pas encore eu de réponse, le jour (8 avril) où il envoie sa dernière lettre, écrite ainsi deux jours après la mort d'Abel. Il est assez probable qu'Abel aura encore écrit quelques lettres à Crelle après celle du 18 octobre 1828, qui nous est conservée.

Il serait excessivement important, pour mieux comprendre la vie et la personne d'Abel, de pouvoir retrouver ces lettres à Crelle, qui doivent en grande partie remonter à des époques pour lesquelles manquent complètement les lettres d'Abel à ses amis de Norvége.

TEXTE ORIGINAL DES LETTRES

ÉCRITES PAR ABEL EN NORVÉGIEN

TEXTE ORIGINAL DES LETTRES

ÉCRITES PAR ABEL EN NORVÉGIEN

I. ABEL A HOLMBOE

Kjøbenhavn den 15 Juni 1823.

Min kjære Ven!

Efter Løfte skriver jeg til [Dig] øjenblikkelig. — Det første angaaer min Reise. Den første Dag forcerede vi blot tre Miil. Den anden Dag kom vi til Drøbak hvor vi laae to Dage, og hvor jeg var i Selskab hos Zvingelmayer, der har tre ret smukke Døttre. — Dagen derpaa fik vi god Vind, saa vi kom ud af Christiania Fiorden, og de to følgende Dage gik det hurtigt. Jeg kom til Kjøbenhavn i Fredags, og forcerede øienblikkelig til Fru Hansteens Søster, Fru Fredriksen, hvor jeg blev særdeles vel modtaget. Det er en overmaade hyggelig Kone; hun er meget smuk, og har fire Stedbøren men ingen selv; hendes Mand er reist til Vestindien for kort Tid siden. — Om en otte Dags Tid reiser hun til Sorøe til sin Moder, og hun har bedet mig komme derud; Jeg har tænkt at modtage Indbydelsen. Jeg har været hos Prof: Thune, en overmaade godlidende og snild Mand men efter mine Tanker noget pedantisk. Han modtog mig paa den høfligste Maade. — I Dag har jeg været hos Prof: Degen; den pussigste Mand Du kan forestille Dig; han sagde mig mange Complimenter iblant andet at han vil lære meget af mig; hvilket jeg blev meget undseelig over, som Du let kan tænke. — Han har et nydelig mathematisk Bibliothek. — Kreidal er Lærer ved Odense Skole, og studerer af al Magt Mathematik; hvilket vist vil interessere Dig ligesaa meget som mig. v. Schmidten er nu i Berlin og ventes hertil med det første. — Ursin har jeg endnu ikke talt med.

Han skal ikke være synderlig stiv. Han er nylig gift. Jeg har endnu ikke været paa Bibliothekerne her i Byen men de skal efter hvad jeg har hørt ikke være synderlig forsynet med mathematiske Bøger, hvilket er en slem Ting. — Jeg har faaet det overordentlig godt her i Byen; da jeg logerer hos min Onkel Capitain Tuxen; de har tilbudet mig frit Ophold saa længe jeg vil opholde mig her. Hans Familie er meget vidtløftig og interessant; saa jeg haaber at faae det meget fornøielig. — Han har otte Børn. — Damerne her i Byen er umaadelig stygge men dog nette. — Prof: Kejser reiste herfra samme Dag jeg kom, og er vel allerede i Christiania naar du faaer dette Brev. Det har været en drøi Karl. Degen er gift, hvilket jeg ikke havde tænkt. Han har en smuk Kone men ingen Børn. — Thune er ugift. — Jeg har talt med Chr: Nilsen. Han reiser til Christiania næste Thorsdag i Følge med Meinerts igjennem Sverrig.

Her ere mange Vindmagere her i Byen. —

Alting er ringere her end i Christiania. —

Henrik er vel kommen til Byen nu; jeg beder hilse ham meget, ligesaavel som dine andre Brødre. — Kongen er ikke i Byen nu men i Holsteen med sin Familie.

Videnskabs Mænd her troe at der er et reent Barbarie i Norge, og jeg gjør mig al Umage for at overtyde dem om det modsatte. — Jeg er buden ud i Eftermiddag saa at jeg ikke har Tid til at skrive mere dennegang. Du skal med det første høre mere fra mig. —

Hils alle gode Venner.

Din Ven

N: Abel.

II. ABEL A HOLMBOE

Kjøbenhavn [4 août 1823]

Gode Ven!

Aar $\sqrt[3]{6.064.321.219}$ | Tag Decimalbrøken med.

Du har vel faaet mit Brev som jeg skrev Dig til strax jeg var kommen. — Jeg vil nu videre mælde Dig hvad Observationer jeg har gjort. Mathematiken florerer just ikke her. Jeg har endnu ikke faaet opsnuset nogen blant Studenterne som er noget stive, og langt mindre nogen som ex professo dyrker Math:. — Den

eneste som kan Math: her er Degen, men han er ogsaa en Djævels Karl. Han har viist mig flere af sine Smaaarbeider og de røbe en stor Finesse. Jeg har ogsaa viist ham nogle af mine han syntes godt om dem især blev han ganske indtagen i en Formel som angav hvormange ulige Factorer et Tal har, hvilken han ikke kunne begribe hvorledes jeg havde fundet. Den lille Afhandling som Du erindrer handlede om de omvendte Functioner af Transcendantes elliptiqves, og hvori jeg havde beviist noget umueligt har jeg bedet ham læse igjennem; men han kunde ikke opdage nogen Feilslutning, eller begribe hvori Feilen stak; Gud veed hvorledes jeg skal komme ud deraf. —

Jeg har i denne Tid studeret to vigtige Værker nemlig Application de l'analyse à la geometrie par Monge og Essai sur la theorie des nombres par Legendre. Det sidste er umaadeligt interessant og det er stor Skade at det ikke skal findes i Christiania. — Følgende Theorem som findes der og som vistnok er det mærkværdigste i hele Mathematiken kan jeg [ikke] afholde mig fra at afskrive:

Theorem: Hvis y betegner det Antal Primtal som findes mellem 1 og x saa er

$$y = \frac{x}{\log x - 1{,}08366}$$

Logarithmen er naturligviis hyperbolisk. —

Formelen er som man let kan tænke kun approximatorisk, men kommer dog Sandheden meget nær, hvilket Du kan see af følgende Tabel

x	y efter Formel:	y den sande Værdi:
10 000	1 230	1 230
100 000	9 588	9 592
200 000	13 844	13 849
300 000	26 023	25 998
400 000	33 854	33 861
1 000 000	78 543	78 527

Beviset for denne Formel kan Du agitere dig paa til jeg kommer hjem, saa skal jeg meddele dig det Beviis som findes hos Legendre.

Et andet smukt Theorem er at $\alpha^2 + \alpha + 41$ er et Primtal naar α er et af Tallene 0, 1, 2, 3, 4 . . . . til 39. —, og mange andre. — Bibliothekerne ere ikke godt forsynede med mathematiske Bøger; men de besidde en god Deel Videnskabers Selskabs Skrifter. I blandt andre Philosophical transactions, hvori findes mange meget gode Sager; saa at Engellænderne ikke ere saa daarlige i Mathematiken

som jeg havde tænkt. Herschel og Young ere meget flinke. Ivory er blandt de bedste nulevende Math: (hvis han ikke er død). Jeg har læst tre Afhandlinger af v. Schmidten, de ere ikke saa gode som jeg havde tænkt; dog bliver han altid en særdeles flink Math:, det var rigtig nok ogsaa hans første Arbeider. —

Jeg har læst en Mængde af Gruson (verjagen), det er en gruelig Trompeter; dog har han beviist at e er irrational. — Du kan tænke at han har havt den Uforskammenhed at stjæle en Afhandling fra Parseval og indlevere til det Berlinske Videnskabers Selskab. Den er oversat Ord til andet. —

Foruden at jeg læser arbeider jeg ogsaa selv. Saaledes har jeg søgt at bevise Umuligheden af Ligningen $a^n = b^n + c^n$ i hele Tal naar n er større end 2; men jeg har jeg været hældet. Jeg har ikke kommet videre end til indlagte Theoremer, som ere snorrige nok. — Følgende Ligning:

$$\psi(a) = \int \varphi(ax) \,.\, f(x)\, dx \quad (x = k,\ x = k')$$

har jeg opløst, hvor ψ og f ere to givne Functioner og hvor φ søges. —

Endvidere har jeg integreret følgende Udtryk

$$\frac{x^m\, dx}{\sqrt{\left(a - (m+2)\, x^{m+1} + (m+1)\, x^{m+2}\right)\left(1 + 2x + 3x^2 + \ldots + m\, x^{m-1} + (m+1) x^m\right)}}$$

hvor a er en hvilkensomhelst constant Størrelse, hvilket er vel at mærke. Kan Du integrere dette Udtryk? — Det er ikke vanskelig. —

Den 1ste Julii høitideligholdtes Regentsens Jubilæum. Jeg var med. Der blev drukket tappert 800 Flasker Viin. Her har været to Gange Comødie. Jeg var der begge Gange. Den sidste Gang blev et Stykke udpebet. —

Jeg kommer hjem i Slutningen af August, og skal da meddele Dig min Høst som er ganske god. —

Hvis Du vil beære mig med et Par Ord saa er min Adresse

Christianshavn Store Strandgade No. 30.

Hils dine Brødre meget fra mig. —

Din

N. Abel.

Theorem I.

Ligningen

$$a^n = b^n + c^n$$

hvor n er et Primtal er umuelig naar een eller flere af Størrelserne:

$$a,\ b,\ c,\quad a+b,\quad a+c,\quad b-c,\quad \sqrt[m]{a},\quad \sqrt[m]{b},\quad \sqrt[m]{c}$$

ere Primtal.

Theorem II.

Hvis man har

$$a^n = b^n + c^n$$

saa maa man altid kunne opløse a, b, c i to Factorer der ere indbyrdes Primtal saaledes at hvis man sætter $a = \alpha \,.\, a'$, $b = \beta \,.\, b'$, $c = \gamma \,.\, c'$, man da har:

enten 1)

$$a = \frac{a'^n + b'^n + c'^n}{2}; \qquad b = \frac{a'^n + b'^n - c'^n}{2}; \qquad c = \frac{a'^n + c'^n - b'^n}{2}$$

eller 2)

$$a = \frac{n^{n-1} a'^n + b'^n + c'^n}{2}; \quad b = \frac{n^{n-1} a'^n + b'^n - c'^n}{2}; \quad c = \frac{n^{n-1} a'^n + c'^n - b'^n}{2}$$

eller 3)

$$a = \frac{a'^n + n^{n-1} b'^n + c'^n}{2}; \quad b = \frac{a'^n + n^{n-1} b'^n - c'^n}{2}; \quad c = \frac{a'^n + c'^n - n^{n-1} b'^n}{2}$$

eller 4)

$$a = \frac{n^{n-1} (a'^n + b'^n) + c'^n}{2}; \quad b = \frac{n^{n-1} (a'^n + b'^n) - c'^n}{2}; \quad c = \frac{n^{n-1} (a'^n - b'^n) + c'^n}{2}$$

eller 5)

$$a = \frac{a'^n + n^{n-1} (b'^n + c'^n)}{2}; \quad b = \frac{a'^n + n^{n-1} (b'^n - c'^n)}{2}; \quad c = \frac{a'^n - n^{n-1} (b'^n + c'^n)}{2}$$

Theorem III.

For at Ligningen

$$a^n = b^n + c^n$$

skal være muelig maa a have een af følgende tre Former

1) $a = \frac{x^n + y^n + z^n}{2}$

2) $a = \frac{x^n + y^n + n^{n-1} z^n}{2}$ hvor x og y og z ingen fælleds Factorer maa have.

3) $a = \frac{x^n + n^{n-1} (y^n + z^n)}{2}$

Theorem IV.

Den mindste Værdie a kan have er

$$a = \frac{5^n + 3^n + 2^n}{2}$$

[Les nombres 5, 3, 2, ont été corrigés par Abel en 9, 5 et 4]

og den mindste Værdie den mindste af Størrelserne a, b, c kan have er

$$\frac{5^n - 3^n + 2^n}{2}$$

[Comme ci-dessus; cependant Abel n'a pas continué la correction dans ce qui suit]

f. Ex. naar $n = 7$ saa er den mindste Værdie c kan have

$$c = \frac{5^7 - 3^7 + 2^7}{2} = \frac{78125 - 2187 + 128}{2} = \frac{76066}{2}$$

eller $c = 38033$

og i dette Tilfælde er $a = 40220$

$b = 40092$

men disse Værdier ere umuelige. —

III. ABEL A HOLMBOE

Kjøbenhavn den 15de Sept: 1825.

Gode Ven!

Tillad at jeg skriver Dig til i en Hast for at bebyrde Dig med Forretninger. Sagen er denne: Fra Prof: Thune er bleven sendt til Christiania 4 Pakker med Cataloger over Degens Bøger til mig, for at uddeles til Folk i Landet. Nu er jeg her og maa derfor bede Dig at faae fat paa samme Pakker der enten maae være paa Postcontoiret eller hos min Broder, der boer hos Fru Tode i Voldgaden. Portoen for disse Pakker er betalt, hvilket Du nærmere vil kunne see ved at aabne det medfølgende Brev. Du vil maaskee ogsaa være saa god at opfylde Prof: Thunes Ønsker angaaende disse Pakker ved at henvende Dig til Professor Sverdrup angaaende deres Uddeling. Du maa ikke blive vred for at jeg paabyrder Dig disse Commissioner; det er mig saa over maade magtpaaliggende for Thunes Skyld. Gjør det saa snart Du kan thi Auctionen skal være den 5te October. Den 13 reiser jeg til Sorøe for at besøge Fru Hansteens Moder og Søster; og der bliver jeg et Par Dage. Paa Fredag otte Dage skal jeg reise med Dampskibet til Lübek og derfra til Hambourg.

Hils endelig Fru Hansteen og hendes Søster hvis du kommer der op.

Afhandlingen skal jeg sende med Petersen.

En anden gang skal Du faae et ordentligere Brev fra mig.

Din Ven

N. Abel.

IV. ABEL A HANSTEEN

Professor Hansteen!

Berlin den 5te December 1825.

Vel kunde og burde jeg vel maaskee før have skrevet Dem til Hr. Professor; men jeg ønskede først at være kommet i Orden med et og andet saa jeg kunde have Anledning til at fortælle hvorledes jeg har og vil have Nytte af mit Ophold her. De har maaskee forundret Dem over hvorfor jeg først reiste til Tyskland; men

dette gjorde jeg deels fordi jeg da kom til at leve sammen med Bekjendtere deels fordi jeg da var mindre udsat for ikke at anvende Tiden paa den bedste Maade, da jeg kan forlade Tyskland hvad Øjeblik det skal være for at reise til Paris, som bør være det vigtigste Sted for mig. — Her i Berlin har jeg just ikke gjort betydelig Fangst med Hensyn til offentlige Bibliotheker, thi i mathematisk Henseende ere disse overordentlig daarlige; der findes næsten intet af det nyere og det der er [er] saare ufuldstændig. Vort Bibliothek er om jeg maa sige det bedre forsynt. Derimod er jeg i en anden Henseende overmaade vel fornøiet med mit Ophold her i Berlin. Jeg har nemlig været saa heldig at gjøre Bekjendtskab med et Par fortræffelige Mathematikere nemlig Geheimrath Crelle og Professor Dirksen. Den første havde v. Schmidten beskrevet mig som en meget fortræffelig Mand i alle Henseender, og da jeg kom til Berlin begav jeg mig derfor saa hastig som muelig til ham. Det varede længe førend jeg kunde gjøre ham forstaaelig hvad egentlig Hensigten af mit Besøg var og det saa ud til at ville faae en bedrøvelig Ende, da jeg fik Mod i det han spurgte hvad jeg allerede havde læst i Mathematiken. Da jeg havde nævnt ham et Par af de fortrinligste Mathematikeres Skrifter blev han særdeles forekommende og som det lod til virkelig glad. Han indlod sig i en vidtløftig Samtale med mig om mange forskjellige vanskelige Sager som endnu ikke vare afgjorte, og da jeg i det vi kom til at tale om de høiere Ligninger sagde ham at jeg havde beviist Umueligheden af at opløse dem af 5te Grad almindeligen vilde han ikke troe det og sagde han vilde opponere derimod. Jeg overleverede ham derfor et Exemplar; men han sagde at han ikke kunde indsee Grunden til flere af mine Slutninger. Det samme har flere andre sagt og jeg har derfor foretaget en Omarbeidelse deraf. — Han talte ogsaa meget om Mathematikens slette Tilstand i Tyskland og sagde at de fleste Mathematikeres Kundskaber reducerte sig til en Smule Geometrie og noget de kaldte Analysis men som ikke var andet end Combinations-Lære. Dog lod det til meente han at fra nu af vilde der begynde en hældigere Periode for Mathematiken her i Tyskland. Da jeg yttrede min Forundring over at der ikke her existerte en Journal for Mathematiken ligesom i Frankrig, sagde han at han længe havde havt i Sinde at ville paatage sig Redactionen af en saadan og vilde ogsaa med det første see at sætte det i Udøvelse. Nu er den bragt i Stand og det til min store Glæde; thi da har jeg et Sted hvor jeg kan faae en eller anden af mine smaae Frembringelser trykt. Jeg har allerede udarbeidet 4, som komme til at staae i det første Hefte og da de ere skrevne paa Fransk saa er Crelle saa galant

at oversætte dem. Min Smule Fransk kommer mig saaledes godt til Nytte. Crelle yttrede om Formen i mine Afhandlinger at han syntes de vare meget tydelig og godt skrevne hvilket glæder mig særdeles, da jeg altid har været bange for at jeg vilde have vanskelig at udvikle mine Tanker paa en ordentlig Maade. Dog raadede han mig til at være lidt vidtløftigere især her i Tyskland. Han tilbød mig ogsaa Honorar for mine Afhandlinger, hvilket jeg naturligviis ikke havde gjort Regning paa og som jeg ogsaa frabad mig; dog syntes jeg at mærke paa ham at han helst ønskede at jeg skulde tage derimod. Den samme Crelle har ogsaa et aldeles fortræffeligt mathematisk Bibliothek, som jeg benytter som mit eget og som jeg har særdeles Nytte af da det indeholder alt det nyeste, som han faaer saa snart det er mueligt. Han har iblandt andet det i Paris under Baron Ferrusac's Bestyrelse udgivne Skrift „Bulletin universel des sciences et de l'industrie", hvilket er af udmærket Nytte for mig, da jeg deri finder annonceret alle Bøger og Opdagelser i Mathematiken. — Til Crelle er jeg een gang for alle indbuden hver Mandags Aften. Der er da hos ham en Slags Assemblé og en Hovedbeskjæftigelse er Musik, som jeg desværre ikke forstaaer mig noget paa. Dog moerer jeg mig godt, thi jeg træffer der bestandig et Par unge Mathematikere som jeg underholder mig med. Saaledes har jeg da ogsaa Øvelse i det Tydske, som jeg høiligen trænger til, og som det just ikke gaaer meget godt med. Hos Crelle var før ogsaa een Gang om Ugen en Samling af Mathematikere men han var nødt til at ophøre dermed da der var een ved Navn Ohm, som ingen kunde komme ud af det med formedelst hans skrækkelige Arrogance. Det er tilforladelig tungt at en enkelt Mand saaledes lægger Hindringer i Veien for Videnskabelighed. Det er over al Maade hvor de unge Mathematikere her i Berlin og som jeg hører over alt i Tyskland ligesom forguder Gauss. Han er for dem Indbegrebet af al mathematisk Fortræffelighed, men lad være at han vist nok er et stort Genie saa er det ligesaa vist at han er [!] et slet Foredrag. Crelle siger at alt hvad Gauss skriver er Gräuel, da det er saa dunkelt at det næsten ikke er mueligt at forstaae det. — Gauss arbeider nu paa et stort Værk over den physiske Astronomie hvoraf de tre første Dele ere færdige til Pressen (saaledes fortalte en af hans Disciple mig som er her i Berlin). Der skal deri findes mange nye Ting. — Da jeg var i Hamburg besøgte jeg Professor Schumacher, som modtog mig meget forekommende, men han var dengang ikke ret frisk. Der gjorde jeg ogsaa Bekjendtskab med T. Clauson, som vistnok har fortræffelige Anlæg til Mathematik; men han havde saavidt jeg kunde mærke ikke megen Læsning.

Prof: Encke, som nu er ansat her i Berlin ved Academiet var ogsaa dengang i Hamburg men jeg saae ham ikke. Det er besynderligt at her i Berlin ingen Professor er ansat i Astronomie. Encke skal ingen Forelæsninger holde. —

Mit Vinterquarteer kommer jeg til at holde her i Berlin og jeg er endnu ikke ganske enig med mig selv naar jeg skal reise herfra. For Crelles og Journalens Skyld vilde jeg gjerne være her saalænge som muelig og eftersom jeg hører er der vel intet andet Sted i Tyskland som vil være mig gavnligere. Göttingen har rigtignok et godt Bibliothek, men det er ogsaa det eneste; thi Gauss som er den eneste der der kan noget, er aldeles ikke tilgjængelig. Dog til Göttingen maae jeg det forstaaer sig. I det Hele har jeg tænkt at besøge saa mange Universiteter som muelig; thi jeg maa dog kunne høste lidt paa hvert Sted. —

Jeg beder Hr. Professoren hilse Professor Rasmusen og B. Holmboe og sige den sidste at jeg snart skriver ham et langt mathematisk Brev til. —

Jeg ønsker af ganske Hjerte at De maa leve vel og beder Dem fremdeles at behandle mig med den Godhed som De bestandig har gjort. Jeg vil bestræbe mig for saa meget som muelig at gjøre mig den værdig.

Ærb:

N. H. Abel.

Ved Leilighed skal jeg ikke glemme at fremsende et og andet lille Stykke til Magazinet, om De kan benytte det.

V. ABEL A MADAME HANSTEEN

Berlin den 8de December.

Kjære Fru Hansteen!

Af mit Brev til Professoren vil De kunne see hvorledes det gaaer mig. Til Dem har jeg desforuden en Bøn. De har altid gjort mig saa overmaade meget godt; Gud velsigne Dem glem heller ikke min Broder. Jeg er saa bange at det skal gaae ham galt. Skulde han behøve mere af mig end han har saa tør jeg kanskee bede Dem lade ham faae lidt endnu. Naar de 50 Specier ere forbi skal jeg gjøre Anstalt til at De faaer mere; om De fremdeles vil bevise mig den Godhed at have dem i Forvaring, og levere ham eftersom De synes det er passende. Jeg vil med

Guds Hjælp haabe at han dog stræber at opføre sig ordentlig. Naar De seer ham beder jeg Dem hilse ham meget og paalægge ham at skrive mig til. Han kan sende Brevet til min Kjæreste, saa besørger hun det nok, eller det bedste er vel at han sender det ufrankeret. — Fra Hamburg sendte jeg Dem en lille Pakke med Kjøbmand Bisgaard, som De vel har faaet. Min Kjæreste har rigtignok skrevet mig til at hun ikke havde faaet et deri indesluttet Brev; men da Frøken Collett har faaet et fra Boeck som blev sendt med samme Leilighed, saa maa det vel blot være kommen temmelig seent frem. — Jeg lever ellers overmaade rolig og er temmelig flittig; men har imellemstunder en forfærdelig Hjemvee, som forøges derved at jeg saa saare sjælden hører noget hjemmefra. — Min kjære Søster lever vel godt. Hun hilses overmaade. — Og den søde eiegode Charite ønsker jeg af ganske Hjerte at leve vel. Lev vel kjære Fru Hansteen. Jeg kan ikke skrive mere, jeg er virkelig melancholsk.

Adieu og vær ikke vred paa mig; jeg maa vel forekomme Dem lidt underlig.

VI. ABEL A HOLMBOE

Den 16de Januar 1826.

Kjære Ven!

Efter mit Løfte til Dig da jeg reiste fra Christiania har du vel allerede for længe siden ventet Brev fra mig, og jeg maa derfor bede Dig om Undskyldning for at Du ikke faaer det førend nu. Aarsagen er at jeg ønskede ikke allene at fortælle Dig hvorledes det er gaat mig i min første Udflugt men ogsaa hvorledes det i det Hele tegner sig med min Udenlandsreise. Tillige ønskede jeg ogsaa at meddele Dig et og andet af mine Undersøgelser over flere interessante Materier med hvilke jeg har beskjæftiget mig. — Jeg vil ikke underholde Dig med Beskrivelser over min Reise, som i det Hele har været meget mager paa Fata og om hvilken Du desuden maaskee har hørt noget af Prof: Hansteen. Jeg bad ham hilse Dig i det Brev jeg for nogen Tid siden skrev ham til. Overmaade vel fornøiet er jeg fordi jeg kom til at reise til Tyskland og navnligen til Berlin førend jeg kom til Paris; thi som Du maaskee har erfaret af mit Brev til Hansteen har jeg her gjort et fortræffeligt Bekjendtskab med Geheimrath Crelle. Du kan aldrig troe hvilken udmærket Mand

det er; netop som jeg ønsker mig, forekommende uden at være belagt med denne afskrækkende Høflighed, som mange forresten hæderlige Folk opvarte med. Jeg omgaaes ham ligesaa ligefrem som med Dig og andre af mine bedste Bekjendtere. Han er overmaade flittig i Mathematiken hvilket er saa meget des hæderligere, som han som Embedsmand har særdeles mange Forretninger. I de sidste Aar har han udgivet flere mathematiske Bøger, som forekomme mig meget gode. Han har foræret mig de fleste af dem nemlig: en Oversættelse af Lagranges mathematiske Værker indeholdende Theorie des fonctions analytiques. Leçons sur les fonctions analytiques og Theorie des équations numeriques ledsagede med fortræffelige Anmærkninger; videre har jeg faaet Crelles Theorie der analytischen Facultäten (Denne findes paa Bibliotheket i Christiania og har Du ikke læst den saa maa Du endelig gjøre det. Det er en i mange Henseender fortræffelig Bog især fra Formens Side); Crelles Lehrbuch der Arithmetik und Algebra og Lehrbuch der Elemente der Geometrie 3 Bind. Desuden har jeg anskaffet mig hans „Darstellung der Rechnung mit veränderlichen Grössen“ og vil endnu anskaffe mig flere smaa Afhandlinger som han har ladet trykke. Alle disse Bøger og flere andre sender jeg hjem til Foraaret, og vil jeg da anbefale dem til Din Varetægt. Jeg kan naturligviis ikke føre dem med mig. Hos Crelle er jeg hver Mandags Aften, og desuden spadserer vi sammen hver Fredag Middag en Par Timers Tid. Det gaaer da løs paa mathematiske Sager kan Du troe og saa hurtig som min utyske Tunge vil tillade det. Dog hugger jeg mig igjennem saa taalelig. Han kan ikke faae i sit Hoved at jeg kan forstaae Alt hvad man taler og dog ikke rigtig tale selv. — Det Berlinske Sprog er ellers ikke just det bedste, i hvis Henseende temmelig haardt og i andre Henseender umaadelig blødt og flaut. Saaledes sættes overalt i Begyndelsen af Ordene j istedet for g som klinger fordømt underlig. f. Ex. O! Jot!, hvilket man hører hvert Øjeblik. Man har følgende Udtryk for at gjøre Nar af Berlinerne i denne Henseende: „Eine jute jebratene Jans ist eine jute Jabe Jottes.“ En anden Ting som ogsaa gjør en underlig Effect er at de blander mir og mich; dir og dich om hverandre; ligesaa siger man her bestandig sind istedet for seyn. Min Oppasser siger: Wollen Sie so jut sind mich Jeld zu jeben; ich werde jleich hier sind. —

Som maaskee Hansteen har fortalt Dig kommer her fra dette Aars Begyndelse ud en Mathematisk Journal, som Du kan troe jeg glæder mig meget over. Den skal sikkert ikke kom[me] til at indeholde meget slet, noget er uundgaaeligt, da mange Folk formodentlig kommer til at skrive deri. Af mig kommer der i hvert Hefte en

Par Afhandlinger, det kan Du forlade Dig paa, og at jeg vil bestræbe mig for at producere det bedste jeg kan, det kan Du vel troe. Jeg har allerede udarbeidet 6. Af disse komme 1 eller 4 til at staae i første Hefte, der med det første kommer ud omtrent om en Maaned. Den ene af disse Afhandlinger er Beviis for Umuligheden af Ligningers Opløsning i Almindelighed, som jeg har udarbeidet vidtløftigere end jeg havde gjort det, i den Afhandling jeg lod trykke i Christiania. Crelle sagde om denne Afhandling at den var ærefuld, men han kunde endnu ikke ganske fatte den. Det falder mig saa vanskelig at udtrykke mig ganske forstaaelig i denne Materie, som endnu efter min Maade, er saa lidt arbeidet i. — Siden jeg kom her til Berlin har jeg ogsaa søgt at opløse følgende alm: Problem „At finde alle de Ligninger som lade sig opløse algebraisk.“ Jeg er endnu ikke ganske færdig, men saavidt jeg kan forstaae vil det gaae godt. Saalænge Ligningens Grad er et Primtal har det ikke saa megen Vanskelighed, men naar den er et sammensat Tal er Pokker løs. Jeg har gjort Anvendelse paa Ligninger af 5te Grad og har lykkelig løst Problemet for dette Tilfældet. Jeg har fundet en stor Mængde Ligninger for uden de hidentil bekjendte, som lade sig løse. Naar jeg faaer Afhandlingen færdig som jeg ønsker smigrer jeg mig med at den skal blive god. Det er dog noget almindelig, og Methode skal der blive i den, og dette synes mig at være det vigtigste. — Et andet Problem, som jeg har meget beskjæftiget mig med er Summationen af Rækken:

$$\cos mx + m \cos (m-2)\, x + \frac{m\,(m-1)}{2} \cos (m-4)\, x + \ldots\ldots$$

Naar m er et heelt positivt Tal er Summen af denne Række som Du veed $(2 \cos x)^m$ men naar m ikke er et heelt Tal saa er dette ikke længer Tilfældet undtagen naar x er mindre end $\frac{\pi}{2}$. — Det er ikke noget Problem som har beskjæftiget Mathematikerne i senere Tider saa meget som dette. Poisson, Poinsot, Plana, Crelle og en uhyre Mængde andre har søgt at løse det, og Poinsot er den første som har fundet en rigtig Sum, men hans Raisonnement er ganske falsk, og endnu har ingen kundet komme til Ende dermed. Jeg er lykkeligviis ganske strængt kommen dertil. En Afhandling derover kommer til at staae i Journalen og en anden sender jeg med det første til Frankerig for at indrykkes i Gergonnes Annales de Mathematiques. — Jeg har fundet

$$\cos mx + m \cos (m-2)\, x + \ldots\ldots = (2 + 2 \cos 2\, x)^{\frac{m}{2}} . \cos mk\pi$$

$$\sin mx + m \sin (m-2)\, x + \ldots\ldots = (2 + 2 \cos 2\, x)^{\frac{m}{2}} . \sin mk\pi$$

m er en Størrelse comprise entre -1 et $+\infty$, k et heelt Tal og x en Størrelse comprise entre $(k-\frac{1}{2})\pi$ et $(k+\frac{1}{2})\pi$. Sætter du i den anden Sætning $k=0$ saa har du følgende courieuse Formel:

$$\sin mx + m \sin (m-2)x + \frac{m(m-1)}{2} \sin (m-4)x + \ldots = 0$$

for alle Værdier af x som ere comprises entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$. Naar m er compris entre -1 et $-\infty$ saa er begge Rækkerne divergente og have altsaa ingen Sum. Divergente Rækker ere i det Hele noget Fandensskab, og det er en Skam at man vover at grunde nogen Demonstration derpaa. Man kan faae frem hvad man vil naar man bruger dem, og det er dem som har gjort saa megen Ulykke og saa mange Paradoxer. Kan der tænkes noget skrækkelige[re] end at sige at

$$0 = 1 - 2^n + 3^n - 4^n + \text{etc.}$$

hvor n er et heelt positivt Tal. Risum teneatis amici. Jeg har i det hele faaet Øjnene op paa en meget forbausende Maneer; thi naar man [undtager] de allersimpleste Tilfælde for Ex: de geometriske Rækker, saa gives der i hele Mathematiken næsten ikke en eneste uendelig Række, hvis Sum er bestemt paa en stræng Maade: med andre Ord det vigtigste af Mathematiken staaer uden Begrundelse. Det meeste er rigtigt; det er sandt, og det er overordentlig forunderligt. Jeg bestræber mig for at søge Grunden dertil. En overmaade interessant Opgave. — Jeg troer ikke Du skal kunne fremsætte for mig mange Sætninger hvori der forekommer uendelige Rækker, imod hvis Beviis jeg ikke skal kunne gjøre grundede Indvendinger. Gjør det, saa vil jeg svare Dig. — Selv Binominial[!]-Formelen er endnu ikke strængt beviist. — Jeg har fundet at man har

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2} x^2 + \ldots$$

for alle Værdier af m naar x er mindre end 1. Naar x er lig $+1$ har man den samme Formel i det Tilfælde at m er > -1 men ikke ellers, og naar $x = -1$ finder ikke Formelen Sted undtagen naar m er positiv. For alle andre Værdier af x og m er Rækken $1 + mx +$ etc. divergent. Det Taylorske Theorem, Grundlaget for hele den hoiere Mathematik er ligesaa slet begrundet. Kun eet eneste strængt Beviis har jeg fundet og det er af Cauchy i hans Resumé des leçons sur le calcul infinitesimal. Han viser der at man har:

$$\varphi(x+\alpha) = \varphi x + \alpha\, \varphi' x + \frac{\alpha^2}{2}\, \varphi'' x + \ldots.$$

saa ofte Rækken er convergente, (men man bruger den rask væk i alle Tilfælde). For at vise ved et alm: Exempel (sit venia verbo) hvor slet man raisonner[er] og hvor forsigtig man maa være vil jeg vælge følgende Exempel: — Saa langt var jeg kommen da Maschmann kom ind af Døren og da jeg længe har manglet Brev hjemme fra saa standsede jeg for at høre efter om han ikke havde noget til mig (Han er nemlig vor constante Brevdrager) men der var ikke noget. Derimod havde han selv faaet Brev og blandt andre Nyheder fortalte han ogsaa at Du min Ven var indstillet til at blive Lector i Rasmusens Sted. Modtag min oprig[tig]ste Gratulation, og vær forsikkret om at ingen af dine Venner glæder sig saameget derover som jeg. Du kan troe at jeg ofte har ønsket en Forandring i din Stilling; thi at være Lærer ved en Skole maae dog være noget forskrækkeligt for En, der som Du interesserer sig saameget for sin Videnskab. — Nu maa Du sandelig ogsaa see at faae Dig en Kjæreste ikke sandt. Jeg hører at Din Broder Provsten har faaet sig Een. Jeg kan ikke nægte det frapperede mig meget. — Hils ham meget fra mig og gratuleer ham am meisten. — Nu til mit Exempel igjen. Lad

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \text{etc.}$$

være en hvilkensomhelst uendelig Række saa veed Du at en meget brugelig Maade at summere denne Række paa er at søge Summen af følgende:

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots.$$

og siden sætte $x = 1$ i Resultatet. Dette er vel rigtigt; men mig synes at man ikke kan antage det uden Beviis, thi fordi man beviser at

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots.$$

for alle Værdier af x som er mindre end 1, saa er det ikke derfor sagt at det samme finder Sted for $x = 1$. Det var meget mueligt at Rækken $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots.$ nærmer sig en ganske anden Størrelse end $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots.$ naar x nærmer sig mere og mere til 1. Dette er klart i det almindelige Tilfælde naar Rækken $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots.$ er divergent thi da har den ingen Sum. Jeg har beviist at det er rigtigt naar Rækken er convergerende. Følgende Exempel viser hvor man kan bedrage sig. Det kan strængt bevises og man har for alle Værdier af x som ere mindre end π

$$\tfrac{1}{2}x = \sin x - \tfrac{1}{2}\sin 2x + \tfrac{1}{3}\sin 3x - \text{etc.}$$

Deraf synes at følge at den samme Formel skulde finde Sted for $x = \pi$; men da vilde man faae ud

$$\pi = \sin \pi - \tfrac{1}{2}\sin 2\pi + \tfrac{1}{3}\sin 3\pi - \text{etc.} = 0 \quad \text{(absurd).}$$

Man kan finde utallige saadanne Exempler. —

I det Hele Theorien af de uendelig[e] Rækker er hidentil meget slet begrundet. — Man anvender alle Operationer paa uendelige Rækker som om de vare endelige, men er dette tilladt. Vel neppe. — Hvor staaer det beviist at man faaer Dfiferentialet af en uendelig Række ved at differentiere hvert Led? Det er let at anføre Exempler hvor dette ikke er rigtigt, f. Ex.:

$$x = \sin x - \tfrac{1}{2}\sin 2x + \tfrac{1}{3}\sin x - \ldots$$

Differentieres saa faaer man

$$x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x - \text{etc.}$$

Resultat, ganske falsk, thi denne Række er divergent. — Det samme gjælder om Multiplication, Division etc. af uendelige Rækker. — Jeg har begyndt at gjennemgaae de vigtigste Regler som ere gjældende (nu) i denne Henseende, og vise i hvilke Tilfælde de ere rigtige eller ikke. — Det gaaer ganske godt og interesserer mig umaadelig. —

Jeg kommer formodentlig til at blive her i Berlin til Enden af Februar eller Marts, og reiser da over Leipzig og Halle til Göttingen (ikke for Gauss Skyld, thi han skal være utaalelig stolt men for Bibliothekets Skyld som skal være fortræffeligt). I Slutningen af Sommeren gaaer jeg til Paris. Jeg vilde ønske at jeg var hjemme, thi jeg længes forskrækkelig. Skriv mig nu endelig et langt Brev til om Alskens Ting. Gjør det endelig saasnart Du har faaet mit Brev. — I Morgen skal jeg paa Comødie og see Die schöne Müllerinn. Farvel og hils mine Bekjendtere.

Din Ven

N. H. Abel.

Vil Du have nogle Bøger saa kan Du blot skrive mig til, saa vil jeg sende Dig dem. Du behøver ikke at sende Penge; thi jeg skylder Fru Hansteen, og saaledes kan Du lade hende faae dem. Adieu og skriv mig endelig snart til. Undskyld at dette Brev bliver saa tykt og derfor saa tykt [dyrt?].

VII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Berlin den 16de Januar 1826.

Bedste Fru Hansteen!

Jeg holder saa meget af Dem kjære Fru Hansteen at jeg i det mindste maa sende Dem et Par smaa Linier. Men er De ogsaa blid mod mig. Jeg er saa bange for at De ikke skal være det, thi jeg har endnu ikke hørt noget fra dem, og det vilde glæde mig saa inderligt. Dog har jeg sikkert Haab, thi min Kjæreste skrev mig til at De havde i Sinde at beære mig med et lille Brev. Jeg har ogsaa en anden Grund til at haabe, thi jeg drømte i Nat at jeg havde faaet Brev fra Dem, og kan jeg aldrig andet troe end at min Drøm maa gaae i Opfyldelse, jeg synes jeg var saa særdeles glad. I Gaar saa jeg Deres Mands Favorit M^dm^ Seidler i „Die schöne Müllerinn“ og hun var rigtig sød. — Naar De skriver til Deres Søster Fru Fredrichsen saa glem ikke at hilse hende fra mig; jeg har længe havt i Sinde at skrive hende til thi hun gav mig Lov dertil; men jeg veed ikke rigtig om jeg tør til. — Hun er vist noget vanskelig og jeg anseer mig sandelig for en stor Trompeter. Deres Moder maa De ogsaa ikke glemme at hilse samt Frøken Rosenstand. — Jeg længes meget efter [at] høre noget fra Norge. De kan tænke jeg har ikke faaet Svar fra min Kjæreste paa mine to sidste Brev, i Dag skriver jeg det tredie. Jeg er sandelig lidt bekymret, men jeg skylder dog Skylden paa Posten. I Juulen var jeg paa Bal hos Geheimrath Crelle men jeg torde ikke danse, omendskjøndt jeg havde gjort mig saa pyntet, som jeg aldrig har været før. Tænk Dem nye fra Top til Taae med Undervest og stivt Halstørklæde samt Briller. De seer jeg begynder at tage efter Deres Søsters Formaninger jeg haaber at blive complet naar jeg kommer til Paris. Gid jeg havde været der og var hjemme igjen. Det er dog saa underligt at være imellem Fremmede. Gud veed hvorledes jeg vil holde ud naar jeg skal

skilles fra mine Landsmænd. Det bliver i Førstningen af Vaaren. — Hils endelig Charite saa meget og min Søster og Broder. Jeg skrev ham for 3 Uger siden til igjennem min Kjæreste. Han har vel faaet mit Brev. Jeg formante ham deri saa godt jeg kunde. Jeg vil haabe det bedste. Der er vel i Grunden et godt Naturel hos ham, men han skammer sig. — Deri har jeg været ham noget lig, men jeg er ikke saa stiv. —

Adieu bedste Frue, og et Par smaa Ord, ellers tør jeg ikke mere skrive Dem til.

Deres N. Abel.

I mit Brev til Professoren har jeg maaskee, det veed Gud mod min Villie hvis saa er, kommet til at bruge Udtryk som han ikke vil synes om. Vær De min Talsmand i saa Henseende og undskyld mig paa det bedste.

Lev vel og hils Charite.

VIII. ABEL A HANSTEEN

[Berlin le 30 janvier.]

Mit Brev som jeg skrev Dem til for nogen Tid siden har de vel faaet; jeg venter med Længsel Svar derpaa med det første, thi jeg kommer til at forlade Berlin om en 3 Ugers Tid, for at reise til Leipzig og Freiberg med Keilhau. Siden reiser jeg tilbage til Berlin for i Følge med Crelle at tage Touren til Göttingen og Rhin-Egnene. I Göttingen bliver jeg kun kort da der ikke er noget at hole. Gauss er utilgjængelig og Bibliotheket kan ikke være bedre end i Paris. Det er rimeligt at Crelle ogsaa reiser til Paris, hvilket vilde være mig overmaade kjært. Det er en ganske fortræffelig Mand. Med Journalen gaaer det godt. I April skal De faae første Hefte. De skal see at jeg skal arbeide af alle Kræfter. — 3—4 Afhandlinger ville komme hvergang af mig. Kan jeg faae en Forlægger ønskede jeg ogsaa at lade trykke mine Undersøgelser over Integralregningen, men det vil blive formodentlig temmelig vanskelig, da saadanne Ting især her i Tydskland er lidet begjærlige. — Imidlertid faaer jeg see hvad jeg ved Crelles Hjælp kan gjøre. Han har givet mig Haab at det nok vil glide naar jeg har først skrevet et og andet i Journalen. Jeg begynder derfor med mine bedste Afhandlinger. Det lader til at jeg ikke vil komme til at mangle Emner for det Første. — Gid jeg blot kunde faa Alt trykt men som sagt det er [en] vanskelig Sag. Var ikke Journalen kommen i

Stand havde det været endnu slemmere. — Jeg beder Dem meget hilse Deres Kone og Charite med Bøn om venskabelig Erindring.

Deres forbindtligste

N. Abel.

Af min Kjærestes Brev har jeg seet at hun har været i Christiania i Markedet. Det skulde være mig kjært om hun har fundet Naade for Deres Øjne.

X. ABEL A HANSTEEN

Dresden den 29de Marts 1826.

Hochzuehrender Herr Professor!

Mange Tak Hrr. Professor for Deres venskabelige Hilsener til mig i Boecks Brev. Jeg var sandelig bange for at jeg i mit sidste Brev til Dem kunde have udtrykt mig noget underlig, og kanskee har jeg ogsaa gjort det. I det Hele maa jeg bede Dem see igjennem Fingre med mig i mange Henseender især hvad det Formelle angaaer. — De har fuldkommen beroliget mig i Henseende til min Fremtid og saaledes gjort mig en sand Velgjerning thi jeg var noget bange, dog maaskee for meget. — Jeg glæder mig uendelig til at komme hjem igjen og kunne faae Anledning til at arbeide i Rolighed. Jeg haaber det skal komme til at gaae godt, Materialier kommer jeg ikke til at mangle for flere Aar; flere faaer jeg vel paa Reisen, thi netop i denne Tid gaaer der mange Ideer omkring i Hovedet paa mig. Den rene Mathematik i sin reneste Betydning maa blive ganske mit Studium for Fremtiden. Alle mine Kræfter vil jeg anvende paa at bringe noget mere Lys i det uhyre Mørke som der uimodsigelig nu findes i Analysen. Den mangler saa ganske al Plan og System, saaat det virkelig er høist forunderlig at den kan studeres af saa mange og nu det værste at den aldeles ikke er stræng behandlet. Der gives yderst faae Sætninger i den høiere Analyse som ere bevisede med overbevisende Strænghed. Overalt finder man den ulykkelige Maade at slutte fra det Specielle til det Almindelige, og yderst mærkværdigt er det at der efter en saadan Fremgangsmaade dog kuns findes faae af de saakaldte Paradoxer. Det er virkelig meget interessant at eftersøge Grunden hertil. — Efter mine Tanker ligger den deri at de Functioner som Analysen hidentil har beskjæftiget sig med mestendels lade sig udtrykke ved Potentser. — Saasnart der komme andre imellem hvilket rigtig nok ikke ofte er Tilfældet saa gaaer

det gjerne ikke godt og af falske Slutninger opstaae da en Mængde med hinanden forbundne urigtige Sætninger. — Jeg har gjennemgaaet flere af disse og har været saa heldig at komme paa det Rene dermed. Naar man blot gaaer almindelig tilværks saa gaaer det nok; men jeg har maattet være særdeles forsigtig, thi de engang uden strængt Beviis (ɔ: uden Beviis) antagne Sætninger have slaaet saa dybe Rødder hos mig at jeg hvert Øjeblik staaer Fare for at bruge dem uden nøiere Prøvelse. Disse smaa Arbeider komme til at staae i den af Crelle udgivne Journal. — I denne Mand har jeg sandelig gjort et ganske fortræffelig Bekjendtskab og jeg kan ikke noksom prise min lykkelig[e] Stjerne som bragte mig til Berlin. Jeg er dog virkelig i Grunden et hældigt Menneske. Faae gives der rigtig nok som interessere sig for mig men disse Faae ere mig uendelig dyrebare, fordi De have beviist mig saa særdeles megen Godhed. Kun at jeg nogenlunde maatte svare til de Forventninger som de have i Henseende til mig; thi haardt maa det være naar man seer sin velmeente Møje paa En spildt. —

Jeg maa dog fortælle Dem et Tilbud som Crelle gjorde mig førend jeg reiste fra Berlin. Han vilde endelig overtale mig til at blive i Berlin for bestandig og skildrede mig de Fordele jeg deraf kunde have. Hvis jeg vilde saa tilbød han mig Udgivelsen af Journalen, som nok kommer til [at] staae sig godt ogsaa i økonomisk Henseende. Det lod virkelig som om det var ham meget magtpaaliggende, men jeg gav naturligviis Afslag. Dog maatte jeg indklæde det under den Form at jeg vilde gjøre det hvis jeg ikke kunde faae noget at leve af hjemme hvilket jeg ogsaa vilde. Til Slutning sagde han at han vilde gjentage sit Tilbud hvad Øjeblik jeg selv vilde. Jeg kan ikke negte at dette smigrede mig meget, men var det ikke ogsaa ganske net? En Ting maatte jeg dog love ham ganske bestemt nemlig at komme tilbage til Berlin førend jeg endte min Udenlandsreise, og dette kan jeg da ogsaa have den største Gavn af. Han har nemlig lovet mig ganske sikkert at skaffe mig en Forlægger til mine større Afhandlinger og det tænk engang med klækkeligt Honorar. Først blev det overlagt imellem os at vi i Forening skulde af og til udgive en Samling af større Arbeider og dette skulde tage sin Begyndelse strax; men ved nøiere Overveielse og efter Raadslagning med en Boghandler som Forlaget blev tilbudet blev det anseet for bedre at bie indtil Journalen først var kommen rigtig i Gang. Naar jeg kommer til Berlin igjen haaber jeg at vor Plan vil kunne realiseres. Er det ikke prægtigt? og har jeg ikke Aarsag til at glæde mig over min Reise til Berlin? Jeg har vel ikke lært noget af andre paa denne

Tour men dette har jeg heller ikke anseet for den egentlige Hensigt af min Reise. Bekjendtskaber bør vel blive Hovedsagen for Fremtidens Skyld. Er ikke De af samme Mening?

I Freyberg hvor jeg opholdt mig en Maaned hos Keilhau har jeg gjort Bekjendtskab med en ung ivrig Mathematiker nemlig en Broder af Naumann som var i Norge. Det er et meget hyggeligt Menneske og vi harmonerte godt. —

De skriver i Deres Brev til Boeck hvad mon jeg vil i Leipzig og Rhin-Egnene; men jeg gad vide hvad De siger naar jeg nu fortæller dem at jeg reiser til Wien og Schweitz. Først havde jeg tænkt at reise lige fra Berlin til Paris, paa hvilken [Reise] jeg havde Haab at Følge med Crelle. Men nu fik han Forhindringer og jeg havde altsaa kommet til at reise allene. Nu er jeg engang saaledes beskaffen at jeg aldeles ikke eller dog yderst vanskelig kan være allene. Jeg bliver da ganske melancholsk og da er jeg ikke just i den bedste Stemning for at kunne bestille noget. Jeg tænkte da det er bedst Du reiser med Boeck etc. til Wien og det kan jeg da ogsaa forsvare synes mig thi i Wien er Littrow, Burg og flere. Det er jo virkelig udmærkede Mathematikere og hertil kommer da at jeg ikke kommer til at reise mere end engang i mit Liv. Kan man da fortænke mig i at jeg ønsker ogsaa at see lidt af Sydens Liv og Færden. Paa min Reise kan jeg jo arbeide temmelig brav. Er jeg nu engang i Wien og jeg skal derfra til Paris saa gaaer jo den lige Vei næsten igjennem Schweitz. Hvorfor skulde jeg da ikke ogsaa see lidt deraf? Herre Gud! Jeg er dog ikke uden al Sands for Naturens Skjønheder. Den hele Reise vil gjøre at jeg kommer to Maaneder senere til Paris end ellers og det gjør da ikke noget. Jeg skal nok hente det ind igjen. Troer de ikke at jeg vil have godt af en saadan Reise?

Fra Wien til Paris kommer jeg formodentlig til at reise i Følge med Møller, og Vinteren der kommer jeg til at tilbringe i Selskab med Keilhau. Vi slaae os da ganske forskrækkelig paa Arbeide. — Jeg tænker det skal gaae godt. —

Til Wien har jeg faaet Anbefalingsbreve med fra Crelle til Littrow og Burg. Min Forfængelighed driver mig til at afskrive en Passage af Brevet til Littrow. Efterat have talt om Journalen siger han:

„Herr Abel aus Christiania in Norwegen der Ihnen dieses Schreiben überbringen wird ist ebenfalls ein eifriger Mitarbeiter an dem Journal und keine seiner geringsten Zierden. Dieser junge Mann besitzt meine ganze Hochachtung und ich wünsche ihn auch Ew. Hochwohlgebohren Güte und Wohlwollen empfohlen zu wissen. Der

hohe Grad von Auszeichnung als Mathematiker, den er schon jetzt errungen giebt der Wissenschaft die erfreulichsten Hoffnungen."

I Wien blive vi omtrent en Maaned og saa dele vi os formodentlig i to. Det ene Partie (Boeck Keilhau) gaae over Triest, Venedig igjennem Tyrol Schweitz og Møller og jeg til Paris. Til sidstnævnte Sted faaer jeg Anbefalingsbreve af Professor Dirksen i Berlin til Humboldt og Flere. Jeg vilde ønske at jeg da maatte være kun halvt saa heldig som i Berlin saa vilde det være deiligt. —

Keilhau og Boeck have i Dag været ude at observere med Svingningsapparatet, meget tidlig medens vi andre (Møller Tank og jeg) laae. De kommer til at faae en anstændig Række af Observationer. De hilse meget. —

Vi have alle gjort vor Opvartning hos Hr. Irgens-Bergh. I Gaaer Aftes var han saa galant at meddele os Billetter til det adelige Casino, où l'on ne danse qu'en escarpins, og vi vare saaledes for den Aften Adelsmænd M^r^. de Keilhau, M^r^. d'Abel etc. Vi saa der hele Dresdens Incroyable.med Elegance. I Dag Middag vare vi budne til Middagsselskab hos Bergh vi saae der Baggesen. — Han er meget svag. Man siger at Flasken er Skyld deri. — Maleren Dahl fra Bergen have vi ogsaa gjort Bekjendskab med. Han reiser med det første til Norge, som han nok ikke forlader førend 1827.

De har været saa god Hr. Professor at love mig Brev med det Første. Endnu har jeg ikke faaet men Aarsagen ligger formodentlig deri at det gjør forskjellige Omveie. Jeg har gjort Anstalter til at Maschmann sender mig det til Wien. Jeg glæder mig særdeles til at høre noget fra Dem og min anden Moder. —

Fra Tid til anden vil jeg tage mig den Frihed at skrive Dem til ikke fordi jeg tør smigre mig at De vil have nogen videre Interesse deraf men fordi jeg selv finder en stor Fornøielse deri. Af mig maa De naturligviis ingen interessante Reiseiagttagelser vente ledsagede af æstetiske Beskrivelser. Det maa jeg overlade til mine mere begavede Reisecompagnons in specie Keilhau. —

Jeg beder dem hilse Holmboe meget men tillige sige ham at det ikke var peent at han ei har skrevet mig til. Dog maaskee gjør jeg ham Uret. Hans Brev kan kanskee være underveis.

Farvel Hr. Professor og lev altid saa godt som jeg ønsker det.

Deres forbundne

N. H. Abel.

Indlagte Seddel til min Søster vil De maaskee være af den Godhed at lade hende tilstille. Min ærbødigste Hilsen til Professor Rasmusen, men dog først og fremst til Fru Hansteen og Charite. —

XI. ABEL A HOLMBOE

Wien den 16de April 1826.

Gode Ven.

Endelig fik jeg da Brev fra Dig, jeg havde næsten troet at Du reent havde slaaet Haanden af mig; des kjærere var det mig at modtage det. Den 14de om Aftenen kom jeg til Wien og den 16de fik jeg dit Brev som blev skikket mig af Maschmann fra Berlin. Du havde vel ikke troet at jeg skulde komme til Wien, men jeg syntes at jeg ikke burde lade den gode Leilighed gaae forbi da jeg nemlig kunde komme til at reise i Følge med Boeck og Keilhau. Ja jeg reiser endnu videre nemlig over Triest og Venedig Verona Turin (for at besøge Plana) og saa til Paris. Paa denne Vei gjøre vi nogle smaae Afstikkere af en 50 Miil ind i Tyrol, Schweitz etc. Dog Reisen er endnu ikke ganske bestemt. Jeg i det mindste gjør den vel noget kortere. Du synes vel det er fælt at jeg søler bort saa meget Tid paa at reise; men jeg troer ikke at det kan kaldes at søle den bort. Man lærer mange rare Sager paa en saadan Reise som jeg kan have mere Nytte af end om jeg i et væk studerede Mathematik. Desuden maa jeg altid have som Du veed enkelte Dovenskabs Perioder, for at kunne kile paa igjen med fornyet Kraft. Naar jeg kommer til Paris hvilket omtrent vil skee i Juli eller August saa begynder jeg at arbeide noget ganske skrækkeligt. Læser og skriver. Jeg skal da u[d]arbeide mine Integralsager, Theorie des fonctions elliptiques etc., hvilket jeg alt har grundet Haab om ved Crelle[s] Hjælp at faae trykt i Berlin naar jeg kommer der tilbage hvilket jeg gjør dersom Mynten strækker til, hvilket jeg vil haabe. Der gaaer ellers en skrækkende Hob Penge til. Man maa boe paa Hotels og det draer frygtelig, og saa kommer dertil at her i Wien er en saa aller Helvedes god Anledning til at leve tykt. Wieneren er særdeles sandselig og gjør især meget af Mad og Drikke. Den Mand som visiterede os spiiste, kort alt spiser. Forleden lagde jeg Mærke til En som begyndte sit Maaltid med at knappe op sine Buxer. Han lagde skræksomt i sig. —

Wien er en stor Stad og Berlin forsvinder ganske mod den at sige i hvad man kalder städtisch. En uendelig Vrimmel paa Gaderne, som til Deels ere trange høie Huse (5, 6, 7 Etager) og en uendelig med Butiker, Kirker etc. Det høieste Taarn St. Stefans er det høieste jeg har seet. Jeg boer i Nærheden. Inden i er den meget pragtfuld og der trælles da med Catholicisme i et Væk. Den Gudstjeneste har virkelig meget høitideligt ved sig, og det er ikke at undres over om Mængden gjør af den. — Wien har 5 Theatre som jeg da maae besøge alle sammen, 2 in der Stadt og 3 i Forstæderne. Blandt disse udmærker sig et som er i Leopoldstadt, og hvor man har Anledning til at studere Wieneren; thi her opføres næsten blot saadanne Stykker som har Hensyn til Wien, især dens Indvaanere af den lavere Classe. Det er overordentlig stærkt besøgt. Dette Theater kaldes beym Casperl, fordi den staaende komiske Rolle deri var en Schildknappes ved Navn Casperl. Nu seer man oftere Paraplymageren Staberl ɔ: den personificerede Haandværkstand i Wien. — En uendelig komisk Person. Jeg har været der engang og moret mig godt. Publicum er noget ganske forskrækkelig urolig, klapper og skriger i et Væk. — Ellers ere de fleste Stykker som spilles der et uendelig Sammenvæv af de urimeligste Ting og meest outrerede Caricaturer. Men Spillerne ere fortræffelige. — Jeg har ogsaa været paa et andet Theater nemlig det K. K. Hoftheater som er meget stort. Der blev givet et meget Godt Stykke, og som man vel kan tænke sig udført overmaade godt. Et udmærket Theater er dog en ganske udmærket Nydelse. Det er noget som vi ganske mangle og vel ikke nogensinde vil faae. — For Sprogets Skyld er det ogsaa godt at gaae der. Man hører der det reneste og bedste. Jeg kan sige at den Tydsk jeg kan har jeg lært paa Theatrene i Berlin; thi jeg har ellers havt meget liden Anledning til at høre det. Nu gaaer det ganske godt, og jeg kan slaae mig overalt igjennem uden Gene. Jeg frygter mere for Fransken dog det gaaer vel ogsaa naar jeg engang kommer der hvor det behøves. — Man er her meget opmærksomme paa Fremmede og man bliver examineret saaledes at det falder noget underlig for os. Keilhau blev spurgt om, hvem hans Fader var, og maatte fortælle sin hele Levneds Historie. — For at faae Lov til at være i Wien maa man skaffe Caution for at man har nok at leve af. —

I Slutningen af Februar reiste jeg i Følge med Keilhau over Leipzig til Freyberg hvor jeg forblev en Maaned for at udarbeide en Afhandling, som skulde indrykkes i Journalen. Jeg skrev den selv paa Tysk og den bliver trykt som den er skrevet. (Er det ikke kjækt). — Jeg corresponderer idelig med Crelle. Jeg har allerede

faaet 2 lange Breve fra ham og venter det tredje. Jeg kom ikke til at reise sammen med ham, thi det bliver nok ikke noget af med hans Reise. Dog mulig at jeg træffer ham i Paris. Fra Freyberg reiste jeg i Følge med Keilhau og Møller (som var kommen efter) til Dresden, denne Smagstad. Der var vi i 8 Dage og efter os kom Boeck og Tank saa at vi vare 5 Nordmænd sammen. Vi saa der Bergh (hos hvem vi aad en masse i Selskab med Maleren Dal og Baggesen saa lunde at vi vare lutter Danske og Norske. Tre af os Boeck Keilhau og jeg droge da længer mod Syden og kom efter en Kjørsel i Chareth af 2½ Dag til Prag. — Strax man kommer over den bøhmiske Grændse forandrer alt sig, Land, Folk etc. etc. Da vi vare paa Erzgebirge sneede det og da vi kom ned i Dalen nedenfor, var det det deiligste Veir af Verden, og en særdeles skjøn overordentlig frugtbar Egn. — Saasnart man kommer ind i Böhmen begynder man over alt at see Helgenbilleder langs Veiene, vi saae en stor Mæn[g]de, hvorunder især Nepomuk ofte forekom. Men ved siden af disse Støtter saae vi ogsaa en stor Mængde Bettlere især blinde. De ligge paa Landeveien den hele Dag. — Den første Dag kom vi til Töplitz, som er bekjendt for sine varme Bade. Her kommer i Sommermaanederne en uhyre Mængde rige syge og friske Mennesker. Naar man reiser fra Töplitz kommer man over Mittelgebirge og fra disse har man en umaadelig viid Udsigt over Böhmen som er næsten een uendelig Slette, og i det Hele særdeles frugtbar.

Efter en Tour af noget over en Dag kom vi over denne Slette til Prag, hvor vi havde bestemt at være et Par Dage, men vi blev der hele 8, da Boeck der fandt adskillige naturhistoriske Ting som interesserede ham. Jeg gik imidlertid omkring i Byen, besøgte Theatret, som er et af de bedre i Tyskland etc. Jeg saae der en Skuespiller fra München, Eslair, som man siger skal være den fortrinligste i Tyskland. Jeg saae ham i Schillers Tell som Wilhelm Tell, der skulde Du seet Spil! I Prag besøgte jeg en Professor Astronomiæ David. Det var en gammel Knark, og det lod som han var ræd for Fremmede. Jeg slutter deraf at hans Kundskaber maatte være meget tynde. I Prag lever en anden Mathematiker Gerstner, der skal være meget brav, men da jeg hørte at man kaldte ham en *Veteran* blev jeg bange; thi det Navn faaer gjerne saadanne som engang har gjort noget, men som nu ikke duer mere. Det var ogsaa godt at jeg ikke gik; thi han skal som jeg siden har hørt næsten hverken kunne see eller høre. Prag er ingen styg Bye og ligger ganske smukt. En Deel af den som ligger meget høit kaldes Hradschin og i et Taarn som staaer der har man en forfærdelig Udsigt. Man

kan derfra baade see Mittelgebirge, Erzgebirge og Riesengebirge, at sige naar det er meget klart — Jeg var deroppe men kunde ikke see disse Ting da Veiret ikke var favorabelt. Bag Hradschin befinder sig det Observatorium som Tycho Brahe betjente sig af, Bygningen bruges nu til en militair Indretning. — Tycho Brahes Gravsted er ogsaa at see i en af Byens utallige Kirker. — Ellers lader det til at Tonen i Prag er temmelig raa. Hatten paa i Skuespilhuset etc. og paa Spiseqvarterer gaaer det ikke peent til. Man seer den ene fæle Fant efter den anden; Fruentimmer med store Ølkrus foran sig etc. Øldrikkingen er særdeles stærk i de østerigske Stater som vi hidentil har været i. Det første Spørgsmaal man faaer paa et offentlig Sted er: *Schaaffens Bier Gnaaden*; men vi holder os altid til Vinene, som her efter min Smag er meget gode, og ikke meget dyre. To Flasker god Viin koster omtrent halvanden Mark Norsk. Men man kan ogsaa faa Viin som koster 4 Ducater Flasken. — Fra Prag reiste vi med en Lohnkutscher, som skulde bringe os til Wien for omtrent 24 Specier hvilket ikke er dyrt da Veien er næsten 40 Miil. Vi kjørte særdeles magelig i en lukt Vogn (Glaswagen). Da vi vare komne nogle Miil fra Prag vare vi tæt ved Elben og kunde paa samme Tid see Riesengebirge, som var bedækkede med Snee. Vi havde en Varme af næsten 20 Grader, som især generede os ved vore magnetiske Observationer, som vi det meeste foretoge hver Dag to Gange, Middag og Aften. Paa Veien fra Prag til Wien seer man en uhyre Mængde Byer, og saadanne som hos [os] vilde blive anseede for ikke saa ubetydelige, lægger man her næsten ikke Mærke til. I de Værtshuse vi kom til at opholde os i var det i Alm: godt og billigt, dog fandt man langt fra ikke den Reenlighed, som i Nordtyskland. — Landet Syden for Prag er ikke saa fladt som den nordlige Deel, men meget frugtbart. Naar man derimod kommer ind i Mähren faaer det et temmelig sterilt Udseende, og ligner mange Tragter i Norge. — Men med Eet forandrer det sig naar man kommer ind i Østerig. — Det er det frugtbareste Land jeg har [seet] og saa godt dyrket. Der er ikke en Plet uden den jo enten er Ager eller Viinland. — Det var ofte Tilfældet at vi rundt omkring os saa langt vi kunde øine ikke saae andet end een Ager. — Græsmark finder man yderlig sjælden. — Efter en Kjørsel af 4 Dage kom vi til Wien kort før Solen gik ned. Allerede meget langt borte kunde vi see Spidsen af St. Stefans Taarn, som er umaadelig høit. Nogen Tid derefter saa vi hele Staden passere Revüe, og varede ikke (sic) før vi passerede en Arm af Donau. Efter at have undergaaet en lemfældig Visitation kjørede vi igjennem

Leopoldstadt over Ferdinands-Brücke ind i Staden og stege af i det dyreste Hotel i hele Byen, kaldet *Zum wilden Mann.* — Endnu ere vi her men skal flytte i Dag. Vi have leiet et Privat Logie, hvorfor vi skulle betale 30 fl. om Maaneden omtrent 15 Specier. Det er meget dyrt. Wien er i er Hele meget dyrt især naturligviis for Fremmede. Vor Middagsmad koster os i det mindste ½ Sp. pro persona, og dog er det Synd at sige at vi leve overdaadig, især i Forhold til Wieneren, som æder uhyre. — Forleden Dag vare vi hos en Oncle af Møller, som er bosat her i Byen og er gaaet over til den catholske Religion for længe siden. Han tog meget artig imod os og vi blevne (sic) indbudne til at spise hos ham. Han har næsten ganske glemt at tale Norsk; men han forstaaer det godt. — Han er gift og har en voxen Søn. Hos den svenske Gesandt har vi ogsaa været og skal æde hos ham i Morgen. — Til Littrow og Burg har jeg Anbefalingsbreve fra Crelle men jeg har endnu ikke været hos. Den ene er ikke i Byen og den anden (Littrow) har jeg endnu ikke kunnet faae opspurgt. I Eftermiddag gaaer jeg ham paa *Cadaveret* (wie man so zu sagen pflegt). Det skal være en meget forekommende Mand. Her ere flere unge gode Mathematikere, blandt andre een som heder Hansteen, som skal være ganske udmærket. Jeg haaber at kunne gjøre hans Bekjendtskab, saavel som de øvriges. Nu er jeg slet ikke ræd for at gaae paa Folk. I Førstningen var det lidt curiost. Men naar man reiser faaer man den nødvendige Portion Uforskammenhed til at producere sig. — Din Ide at reise til Paris i Ferierne vilde være mig dobbelt kjær hvis jeg kunde komme der til den Tid men det bliver det vel ikke noget af. — Du vil vel ogsaa have vanskelig for at kunne rive dig løs formedelst Examina etc. —

(Lad Hansteen læse mit Brev, hvis Du vil hører Du).

Wien den 20de April 1826.

I Gaaer fik jeg endelig opspurgt Littrow. Jeg var hos ham Kl: 7 om Morgenen; thi han ligger næsten hele Dagen paa Observatoriet. Han tog meget godt imod mig, talede om adskillige Ting, og indbød mig til at besøge ham ofte, samt til Middag paa Søndag. Jeg haaber at komme til at have megen Satisfaction af hans Bekjendtskab. Det er en meget levende Mand af Hansteens Statur, hvem han meget ligner; men han skal tillige være en hidsig Knegt. — Naar noget er ham imod saa er han strax i Fyr og Flamme. — A. Burg roste han meget; denne har jeg endnu ikke seet, men i Dag haaber jeg at træffe ham hos Littrow paa

Sternwarten. — Han bliver med det første Professor. Hidtil var han blot Ajunct ved det polytechniske Institut. Her er endnu flere andre unge Mathematikere.

I Gaaer Middag aad vi hos den svenske Gesandt, Baron Croneberg. Der var ikke flere end os tre og tre Fruentimmer, Baronen og hans Fru. Det var et ægte Wiener Maaltid. Man spiiste uhyre, især Baronens Svigermoder eine geborne Wienerinn. Jeg forsømte mig heller ikke, men jeg har just ikke Lyst til at gjøre det om igjen. —

Paa denne Tid er her i Wien mod Sædvane meget koldt, jeg fryser saa paa Fingrene at jeg næsten ikke kan skrive, jeg beder derfor undskylde om min Skrift er noget ulæselig. — Jeg ønskede ikke at være i Wien for bestandig. Det blæser hele Dagen, og det noget ganske forfærdelig. Der er en Støv saa man neppe kan holde ud. — Derfor døer her ogsaa en uhyre Mængde af Lungebetændelse. —

Hvad Dine Undersøgelser angaaende Udtrykkene for π og andre Arct: angaaer saa har jeg endnu ikke seet de Formler du anfører. Jeg troer det Hele i Sammenhæng vilde tage sig godt ud. — Hvad mine Afhandlinger angaaer saa er det vistnok bedst at man kun benytter dem sparsomt, fordi de dog ikke saa egentlig hører hjemme i Magazinet. Ellers ere de Du har og mere til med allerstørste Fornøielse til Tjeneste. —

Dit Tilbud at skrive mig til er mig særdeles kjært. — Det næste Brev maa Du give følgende Addresse:

A Monsieur
Monsieur N. H. Abel de Christiania en Norvège
Addresse: M^s^. Frères Schielin
à
fr Hamburg Venise (Venedig).

men du maa skrive strax thi ellers faaer jeg ikke Brevet, og skriv endelig Addressen tydelig og saa fuldstændig som jeg har skrevet den. —

Hils endelig Hansteen og Fru Hansteen særdeles meget og siig at jeg endnu ikke har erholdt noget Brev. Jeg skrev Hansteen til fra Dresden. Bed Fru Hansteen lægge en Par Linier til mig ind i dit Brev. Hun maa endelig gjøre det. — Om noget Tid skriver jeg hende til. —

Lev forresten vel og hils mine Bekjendtere, som du træffer paa. —

Din Ven
N. H. Abel.

XII. ABEL A HANSTEEN

Grätz den 28de May 1826.

Hr. Professor Hansteen.

Intet skulde have været mig kjærere Hr. Professor end at kunne efter Løfte sendet Dem det nu udkomne første Hefte af den mathematiske Journal men da jeg reiste fra Berlin var det endnu ikke ganske færdig; jeg maa derfor bede Dem undskylde mig. Naar jeg kommer hjem bringer jeg die ganze Geschichte. — Det gaaer godt med Trykningen. Det andet Hefte er med det aller første færdig og det tredie Hefte kommer strax ovenpaa. I det andet Hefte kommer en heel Del smaa Afhandlinger af mig og i det tredie to store. Jeg har nylig havt Brev fra Crelle. Han kommer formodentlig til Paris hvor jeg da vil træffe ham, hvilket meget glæder mig. I Wien har jeg besøgt Littrow meget ofte og i ham fundet en ganske fortræffelig Mand. Han har givet mig et Anbefalings-Brev til Paris til Directoren for Observatoriet daselbst Bouvard, som jeg haaber skal være til overmaade megen Gavn. Littrow har bedet mig om en og anden Opsats til Annalen der Sternwarte og jeg vil da naturligviis benytte mig af denne gode Leilighed til at producere mig en Smule. — Littrow har en meget hyggelig Kone med hvem han, omendskjøndt hun kun er 34 Aar, har havt 12 Børn. Hun er en Polak og snuser stærkt; i sin[e] yngre Dage har hun ogsaa røget som en Tyrk (saaledes udtrykte hendes Mand sig). Hun fortalte til Gjendgjæld andre smukke Historier om ham. — Littrow har netop nu udgivet en populair Astronomie, som jeg synes meget godt om. Med det Første kommer en tredie Deel af hans strænge Astronomie, den physiske Deel. Til Paris kommer jeg og Møller om omtrent 6 Uger. Da smigrer jeg mig med et Par Ord fra Dem eller Deres Kone; thi desværre endnu har jeg ikke været saa lykkelig. — Det vil være mig en betydelig Opmuntring og jeg kan ikke sige hvor kjært. Naar jeg kommer til Paris skriver jeg Dem et Par Linier til angaaende min Optagelse der samt om en anden mig vigtig Sag men som jeg ikke tør bebyrde Dem med endnu. —

Mes complimens les respectueux à votre épouse et à Charite.

Deres

ABEL.

Jeg beder Dem hilse B. Holmboe og min Søster naar De seer hende.

XIII. ABEL A HOLMBOE

Bolzano (Botzen i det italienske Tyrol)
den 15de Juni 1826.

I dette Øjeblik modtog jeg dit Brev dateret den 22de Mai, og tusind Tak skal Du have derfor thi du kan ikke troe hvor det glæder mig at høre noget fra Hjemmet og især fra Dig. Jeg har faaet Brevet her i Botzen thi da jeg var i Venedig for 8 Dage siden var det endnu ikke ankommet. Du kan see hvor nøiagtig jeg beregner Tiden. Det glæder mig at Du synes om min Reise i det Hele og jeg troer ogsaa at den ikke er saa ilde anlagt. Du lægger til det maa være et lykkeligt Liv; nu jeg vilde for meget godt ikke have gjort denne Reise, men du vil maaske forundre dig naar jeg siger at jeg er meget glad ved at være kommen saavidt og nom. ud af Italien. Det jeg har seet har interesseret mig uendelig men det er et fælt Land at reise i. Jeg vil i Korthed fortælle Dig min Reise. Wien forlod jeg i Følge med Møller og Tank den 25 f. M. Klk: 10 om Aftenen med den saakaldte Eilpost (saaledes kaldet fordi den gaaer temmelig hurtig, dog ikke saa som man alm: kjører i Norge. I Nordtyskland kaldes en saadan Post Sch[n]ellpost eller til Spot Sneelpost, fordi den der drager sig noget langsommere) forat reise til Grätz som ligger nogle og tyve Miil fra Wien. Det er en underlig Følelse at forlade en saa stor og mangfoldig Bye for evig især et Sted hvor man har fornøiet sig meget. Jeg var i slet Humeur og tilbragte en fatal Nat næsten søvnløs som Du vel kan tænke. Da vi igjen skimtede Dagen var det første jeg gjorde at observere mit Reiseselskab og efter nogen Studering fandt jeg da ud at foruden os tre befandtes der i Vognen 2 Tydskere og 3 Italienere allesammen fæle Karle især en „Kaufmann von Venedig“ som holdt en skrækkelig Qvalm. — Imellem Wien og Grätz omtrent halvveis passerer man et Alpepas Simmering kaldet og findes her Grændsen mellem Oesterrig og Steiermark. Her begynder Egnen at blive meget smuk, jeg troede at være i Norge, saamegen Lighed har Steiermark dermed. Veien gik igjennem en temmelig trang Dal hvorigjennem Floden Mur løber, der meget bidrog til at oplive Scenen, hvert Øjeblik en nye smuk Situation; men var Landet smukt saa var Folkene det ikke. Overalt møder man Folk som er belagte med Krop. Det seer skrækkelig ækkelt ud. Man siger det kommer af Vandet. Syden for Grätz finder man denne Sygdom sjeldnere. — Klk. 8 om Aftenen kom vi trætte

til Grätz, og efter indtaget Maaltid gik det til Sengs. Dagen derpaa anvendte jeg og Møller til at besee Egnen som er overordentlig smuk, især har man en fortryllende Udsigt fra et Bjærg som ligger lige ind paa Byen. Just som vi sad og spiiste Middag traadte Boeck og Keilhau ind af Døren, som var gaaet til Fods (ikke Døren) fra Wien nogle Dage førend vi reiste væk og gjort en anden Vei, hvor de havde moret sig kostelig men været besværet af megen Snee. Det fornøiede os meget thi vi vidste ikke hvad der var blevet af dem og det var en Hendelse at de kom der hvor vi vare. — Grätz er en smuk Bye med 40,000 Indbyggere, har et peent nyt Theater som vi hver Aften besøgte da vi nu skulde tage Afsked med det tydske Theater, som havde skaffet os meget Nydelse. — Den 29de Mai forlod jeg Grätz i Følge med Boeck, Keilhau og Møller. Vi havde leiet en Lohnkutscher, som skulde føre os til Triest i 4½ [Dage] for 44 fl. (omtrent 21 Sp.). Vi gjorde en meget behagelig Reise. Egnen er saare skjøn. Frugtbare Marker, store Floder (Mur, Sau, Drau) og høie Bjærge gjøre en god Effect. Natten tilbragte vi derimod ikke saa behagelig; thi Værtshusene ere slette. Alting er saa svinsk, dog meget billig. — Det mærkværdigste vi saae paa Veien var den bekjendte underjordiske Gang ved Adelsberg, nogle Miil fra Triest. Denne Hule strækker sig flere Miile ind i Fjeldet og man behøver 24 Timer for at komme saa langt som man hidentil er kommen. Den strækker sig endnu længer men der hindres man af et dybt og bredt Hul. — Vi var kun et lille Stykke inde. Igjennem det samme Bjærg løber en Flod som gaaer i en Strækning af 3 Miil skjult for Folks Øjne. Vi saae den baade løbe ind og komme ud. — Den 5te Dag kom vi ind i Italien og spiiste Middag i den første italienske Bye Sessana. Folkene var Tyske men Maden Italiensk Macaroni etc. Vi maatte lade os nøie med Fastespise da det den Dag var Fredag. — Rød Viin kaldes her sort Viin, og det Navn kan den ogsaa næsten fortiene. Den saae drabelig ud; men er ikke noget videre god. — Vi vare nu ikke meget langt fra Havet og snart vare vi nær et Sted hvor man med eet kan oversee det. Vi stege ud af Vognen for desbedre at nyde Scenen. Førend vi vidste det laae paa engang Adria for os. Dybt under os Triest. I Bugten mange Skibe, paa den ene Side saae vi Istriens Kyst paa den anden henover til det Venetianske. Udsigten var unægtelig særdeles smuk, dog langt fra ikke kan den sammenlignes med den fra Egeberg. Men paa os som saalænge havde maattet undvære Havet maatte den naturligviis gjøre et behageligt Indtryk, saameget mere som det var Adria vi saae. — Vi rullede nu ned ad Bakken og snart vare vi i Triest hvor

vi toge ind i *Albergo all' Aquila nero* (zum schwarzen Adler). Førend vi kunde faae vore Sager ret i Orden maatte vi plundre med 4 Sprog, Norsk, Tysk, Fransk og Italiensk og disse 4 Sprog have vi daglig brugt saalænge vi vare [i] Italien. — Det første vi gjorde var at gaae ud at svømme; forat faae en Baad havde vi mange Omstændigheder da ingen forstod Tysk eller Fransk og vi kun saare fiint Italiensk. Omsider hjalp et femte Sprog nemlig Engelsk os ud af vor Forlegenhed da vi hældigviis stødte paa en engelsk Matros og Møller taler Engelsk. — Triest er en meget smuk Bye med 36,000 Indbyggere og frisk Handel. Der vrimler af utallige Nationer. Man finder vel alle Europæiske, Tyrker og Græker iberegnede; desuden Araber og Ægypter. — I Havnen laae ogsaa 4 norske Skibe med Fisk, to fra Bergen og to fra Trondhjem. Vi talede med de 3 og den ene Bergenser samt en anden Normand en Larsen fra Arendal som har været Consul i Genua havde vi hos os til Middag hvor vi levede høit med classiske Vine. Med den Bergensiske Skipper skrev jeg en liden Lap til Lector Bohr og sendte ham en Dee Bøger som jeg bad ham sende til Dig. Jeg beder Dig tage imod dem og bevare dem til jeg kommer hjem. — I Triest saae jeg den første italienske Comoedie „Il dottore e la morte". Udenfor Theatret stod flere af de mærkværdigste Scener afmalede og Titelen med alnelange Bogstaver. — Den 7de Juni om Aftenen Kl. 12 forlode vi alle 5 Triest med Dampbaaden for at gaae til Venedig. Klk: 8 skimtede vi Taarnene og ikke længe efter laae vi for Anker i den underlige Bye. Jeg synes ikke at ville troe at jeg var i Venedig. Vi laae i Nærheden af den berømte Marcusplatz. Vi bleve strax omringede af en uendelig Mængde Gondoler som alle vilde fortjene noget. Disse Gondoler ere lange og smale have ligesom et lille Huus paa Midten hvori man sidder og blive førede med een Aare. — Vi toge en af disse dog efter først at have accorderet; thi ellers bliver man snydt; alt gaaer i Venedig ud paa Prellerey. Der findes en saa uendelig Mængde Dagdrivere Tiggere og Kjæltringer at man bestandig maa tage sig i Agt. Vi toge ind i Hotellet *Evropa*, som var anbefalet os som eet af de bedste, men det var daarligt nok og temmeligt dyrt. — Vi toge os strax en Leietiener som skulde føre os omkring i Byen for at see dens Mærkværdigheder. Vi leiede to Gondoler og begave os paa Veien; thi ligesom man i andre Byer kjører eller gaaer i Gaderne saaledes farer man her igjennem Canaler, som træder i Stedet for Gader. Dog kan man ogsaa komme overalt i Venedig tillands men da Gaderne ere meget trange og krogede saa foretrækker man Gangen tilvands. — Det er et melancholsk Syn at drage igjennem

Venedig. Overalt seer man Mærker paa gammel Pragt og nærværende Elendigheder. Prægtige Paladser ganske øde, og mange næsten forfaldne. Fæle stygge Huse hvori maaske et eller to Værelser ere beboede. Ruiner af nedfaldne og nedrevne Bygninger, der engang have været skjønne. Alt vidner om Forfald. Man regner at over Halvparten af Byen ligger øde. Venedig har ikke mere end 80,000 Indbyggere. Det mærkv[ærd]igste Sted i Byen er Marcuspladsen. Det er en overordentlig skjøn Plads omringet af de skjønneste Bygninger med uendelig[e] Collonnader. Denne Plads er især levende om Aftenen til langt ud paa Natten. Folket besøger da de utallige Caffehuse som findes under Collonner. Paa den ene Side talte jeg 25 hvoraf flere ere meget store. Paa den anden Side ere pragtfulde Boutiqver. — Paa Markuspladsen staaer et eenligt meget høit Taarn, Ma[r]custaarnet. Vi vare allerøverst og havde derfra en deilig Udsigt over Byen. Den er vist nok den eneste i sit Slags thi overalt seer man Vand og intet Land uden meget langt borte. Ligeover for Taarnet ligger den prægtige Marcus Kirke opført ganske af Marmor og med de pragtfuldeste Forziringer. Næsten alle Vægge ere indlagte med Mozaik, Gulvet ogsaa etc. — — Væg i Væg dermed findes det fordums dogelige Palais under hvis Tag de af Casanovas Historie bekjendte Blykamre i Venedig forhen befandtes. De ere nu ødelagte af de franske. — Jeg kunde fortælle Dig endnu meget om Venedig men jeg maa fatte mig kort da jeg endnu i Dag skal skrive til min Kjæreste. — Den 10de forlode vi Venedig og begave os i to Gondoler til Fussina, hvor vi havde bestilt os en Veturin, som skulde føre os til Padua. Vi vare efter kort Tid der og befandt os nu i en fortræffelig stor Rummelig Vogn. Vi kjørede langs Floden Brenta og gjennem det frugtbareste og meest dyrkede Land man kan tænke sig. Det hele Land var saa fladt som et Vand og ganske som en Have. Agre Viin og Frugttræer paa hver Plet. — Efter en Fart af omtrent 6 Timer vare vi i Padua, som er en skrækkelig styg Bye, den styggeste jeg har seet. Efter at have beseet nogle Kirker etc.* og tilbragt en dyr Dag og Nat der i et slet Værtshuus droge vi Dagen efter til Vincenza, som ligger i en ganske fortryllende Egn. Her spiiste vi til Middag og kom om Aftenen efter en behagelig Fart til Verona. — Vi besaae her flere Mærkværdigheder Ex: en Port som var fra Romernes Tider en Broe bygget af Vitruvius over Floden Estch der løber tvært igjennem Byen, og fremfor Alt en (sic) umaadelig stort Amphitheater fra Oldtiden der rummer 23000 Mennesker. — Den

* Vi saae blandt andet det Huus som Titus Livius havde boet [i] og som er vedligeholdt indtil nu.

12te forlode vi Verona og reiste nu langs Floden Etsch igjennem en trang Dal indgrændset af umaadelig høie Fjelde ind i Tyrol og kom i Gaaer den 14de her til Botzen. Vi ville nu gjøre i nogle Dage en Tour til Fassa-Dalen og omkring i Fjeldegnene, hvorpaa vi reise i al Fart til Schafhausen og Møller og jeg derfra lige til Paris, hvor jeg haaber at indtræffe om en Maaned eller noget mindre. Til Paris har jeg faaet Anbefalingsbrev fra Littrow til Bouvard og dette tænker jeg skal hjælpe mig ganske fortræffeligt, thi godt er det. — Skriv mig nu endelig til strax og ligesaa mange Nyheder som denne Gang under følgende Addresse: Mallet Frères à Paris. — Jeg havde gjerne ønsket at skrive Dig mange andre Ting men Tiden er for kort og jeg maa altsaa slutte. Naar jeg kommer til Paris skal jeg gjøre det bedre (naar jeg har faaet dit Brev). — Hils Hansteen og Fru Hansteen særdeles meget. Er Brevet underveis skal jeg nok faae det. — Gratuleer ham med Ordenen. Den maatte da endelig komme engang. —

Hils mine Bekjendte som Du træffer paa og skriv endelig strax.

Din Ven

N. H. Abel.

XIV. ABEL A KEILHAU

Zurich 5te Juli 1826.

Formodentlig vil Du forundre Dig over ikke at finde Din Koffer og øvrige Tøler i Schaffhausen; men da vi kom til Bodensack saa syntes vi det vilde være interessantere at gaa over Zurich for at faa se lidt mere af Schweitz. Jeg har ladet de omtalte Sager staa i Zurich med følgende Addresse

zum Schwerdt

hvor Du vil kunne faa dem, naar Du melder dit Navn.

Over Insbrück har vi gjort en fortræffelig Tour og Spinneriet har havt sin Gang. Vi har fundet die Tyroler Mädchen meget hyggelige, havt en med i Vognen et Stykke. Veien fra Bodensack til Zurich er ogsaa meget smuk men opfyldt med en Mængde Møkkakoker. — Vi ønske Eder begge en lykkelig og fornøielig Tour. Fra Paris skal jeg ikke glemme at skrive til Genf og Basel. Adieu

N. H. Abel.

I Hast. Middagsstunden da der strax reises videre. —

XVI. ABEL A HANSTEEN

Paris den 12te August 1826.

Endlig er jeg da kommen til Focus for alle mine mathematiske Ønsker, til Paris. Jeg har allerede været her siden den 10de Juli. De synes nok det var temmelig silde og at jeg ikke burde have gjort den Lange Omvei over Venedig. Kjære Hr. Professor det gjør mig overmaade ondt at have gjort noget som ikke har deres Bifald; nu da det er gjort maa jeg tage min Tilflugt til deres Godhed; jeg haaber de har den Tillid til mig at De troer jeg i det Hele vil anvende min Reise vel. Det skal jeg vist. Til min Undskyldning har jeg ikke andet at sige end at min Lyst til at see mig lidt om var stor og reiser man da blot for at studere det streng Videnskabelige? Efter denne Tour arbeider jeg med des mere Iver. I Botzen forlod jeg Møller, Boeck og Keilhau og reiste saa gesvind som muelig til Paris. I Innsbruck var jeg, ved Bodensøen og at jeg saa en Smule af Schweitz, Vil De fortænke mig det. Det kostede mig to Dage og nogle faae Skillinger mere end den lige Vei vilde have gjort. Jeg gik over Zürich, Zug, Vierwaldstädter Søen, Lucern til Basel. Paa Mont Rigi, mellem Zuger Søen og Wierwaldstädter-Søen (sic), hvorfra man har den videste Udsigt i Schweitz var jeg ogsaa. Jeg angrer sandelig ikke paa den lille Omvei. — Fra Basel gik jeg i 3 Dage og 4 Nætter i et Væk lige til Paris. — For des bedre at komme efter det Franske har jeg logeret mig ind i en Familie hvor jeg har alt for 120 francs om Maaneden. Mand og Kone ere meget forekommende og jeg har det godt undtaget at Værelset er meget slet og jeg ikke spiser mere end to Gange om Dagen. Jeg havde meget Bryderie for at finde dette Sted; og skulle maaskee ikke være kommen ud deraf, hvis jeg ikke til Lykke havde erindret mig Maleren Gørbitz, som de har talt om. Han har viist sig saa velvillig og hjælpsom mod mig som man nogensinde kunde forlange. Jeg besøger ham ofte. Han hilser dem meget. Han kommer nok til Norge til næste Sommer. — Hos Directeuren for Observatoriet M. Bouvard har jeg været hos (sic) og overleveret ham et Anbefalingsbrev fra Littrow. Han var gar freundlich, viiste mig Observatoriet, som naturligviis er udmærket, og tilbød sig at forestille mig for de fortrinligste Mathematikere naar jeg vilde indfinde mig i Institutet. Dette Tilbud har jeg dog endnu ikke benyttet mig af, da jeg gjerne vilde kunne tale en Smule Fransk først. Desuden vil jeg først og fremst have en Afhandling færdig som jeg arbeider paa og som jeg vil forelægge Institutet. Naar denne, hvilket snart skeer, er færdig gaaer jeg

derhen. Denne Afhandling er lykkets mig særdeles godt, og indeholder meget nyt og som jeg troer værdig Opmærksomhed. C'est la première ébauche d'une théorie d'une infinité de fonctions transcendantes. — Jeg har det Haab at Accademiet vil lade den trykke i Mémoires des savants étrangers. Hvis ikke lader jeg den enten trykke selv eller sender den til Gergonne i Montpellier for at indrykkes i Annales de Mathematiques. — Jeg sender ham noget andet med det første. Jeg har en heel Deel Afhandlinger færdig, hvoraf nogle kommer i ovenbemeldte Annales etc., nogle i Crelles „Journal der Mathematik", nogle i Littrows „Annalen der Wiener-Sternwarte" og endelig nogle indleveres til Institutet. — De seer saaledes at jeg gjør mit Bedste. — Af Crelles Journal er udkommen de tre første Hefter og det lader til at gaae godt med den, hvilket meget glæder mig da jeg har en Slags Deel i dens Opkomst. I disse tre Hefter findes 6 Afhandlinger af mig om jeg ikke bedrager mig; thi jeg har endnu ikke faaet mere end det første Hefte. De to andre faar jeg med det første fra Crelle. Det første Hefte har jeg sendt Bohr fra Triest med en Bergensisk Fiskemand, men han kommer vel ikke hjem paa Længe. — Hos Legendre har jeg været med min Vært, som er en halv studeret Røver i Mathematiken. Han stod just færdig til at kjøre ud saa at jeg kun talede et Par Ord med ham. Det skal være en ganske fortræffelig gammel Mand. Som Mathematiker er han noksom bekjendt. — Engang om Ugen er der Soirées hos ham. Jeg tænker jeg skal faae Adgang der. — Hos Baron Ferrusac Udgiveren af Bulletin etc. har jeg været. Han var ikke hjemme. Der kan jeg gaae hen i Soirées en Gang om Ugen og har Anledning til at faae fat paa alle mulige Tidsskrifter og nye udkomne Bøger, hvilket er en god Ting i denne Tid da alle muelige Bibliotheker ere lukkede. Poisson har jeg kun seet paa en offentlig Promenade; han forekom mig meget indtaget af sig selv. Dog skal han ikke være det. — Voilà toutes mes connaissances; Men det skal ikke vare længe førend jeg gjøre (sic) flere, nu da jeg har faaet min franske Tunge lidt i Bevægelse. Franskmændene forekommer mig meget vanskelig at forstaae. — Bernt Holmboe skrev jeg til fra Botzen. Han har dog vel faaet mit Brev. Jeg venter stærkt Svar. Jeg beder Dem hilse ham meget. — Ellers lever jeg meget rolig. Skriver hele Dagen og gjør kun imellem en lille Tour til Jardin du Luxembourg eller au Palais royal. De kan tænke jeg har endnu ikke været paa Comødie. Talma har været nær Døden; men er nu uden Fare. —

Fra Keilhau el. Boeck har De vel havt Brev. Jeg har intet hørt fra dem siden vi skildtes ad i Botzen; men jeg venter Keilhau med det første og vi komme da formodentlig til at campere sammen her i Paris i Vinter. — Møller reiser med det første hjem, han er nu træt af at reise, og jeg kan heller ikke sige andet end at jeg begynder stærkt at længes, især bliver vist ikke Paris det behageligste Opholdsted, da det er saa vanskeligt at gjøre ordentlig Bekjendtskab med Folk. Det er dog ikke som i Tyskland. —

Jeg har kjøbt flere nye mathematiske Bøger og har tænkt at kjøbe flere især enkelte Afhandlinger, som man ikke kan faae uden man er paa Stedet; men da det vil koste en Deel Penge har jeg tænkt at foreslaae Holmboe at kjøbe i Compagnie med mig. Iblandt andet maa jeg nødvendig have den mathematiske Afdeling af Ferussacs Bulletin. —

Det skal være mig overmaade kjært Hr. Professor om det var noget jeg kunde udrette for Dem her i Paris. Jeg skal vist gjøre mit bedste. – Min Addresse er:

Mr. de Cotte Rue Ste Marguerite No. 41 faub: St-Germain.

J'ai l'honneur de presenter mes respects les plus profonds à Madame Hansteen. Jeg veed at Charite og Fru Friderichsen ere allerede reist til Kjøbenhavn.

Deres

f.

N. H. Abel.

Min Søster beder jeg Dem ved Leilighed at hilse meget.

XVII. ABEL A ELISABETH ABEL

Paris den 16de October 1826.

Ved den Leilighed som jeg har nu da Keilhau reiser hjem vil jeg ikke forsømme at tilskrive dig et Par Linier. Meget ofte tænker jeg paa Dig kjære Søster og ønsker dig altid Lykke. Du lever vel ikke sandt blandt de fortræffelige Mennesker Du er hos; men hvorledes gaaer det min Moder, mine Brødre. Intet veed jeg om dem. Det er allerede længe siden jeg skrev min Moder til. Brevet er kommet frem det veed jeg, men jeg har intet hørt fra hende. Hvor er ***** lever han og

hvorledes. Jeg er meget bekymret for ham. Da jeg reiste bort tegnede det ikke godt med ham. Gud veed hvor mange Gange jeg har været bedrøvet for hans Skyld. For mig har han nok ikke meget tilovers; og det gjør mig meget ondt; thi med min Villie har jeg aldrig gjort ham Noget imod. Hør Elisabeth skriv mig endelig til fuldstændig om ham og min Moder og øvrige Sødskende. — Her i Paris lever jeg ganske fornøielig. Studerer flittig og beseer af og til Byens Mærkværdigheder og tager Deel i de Fornøielser som behage mig, men dog længes jeg meget efter at komme hjem og reiste gjerne i Dag om det var muelig; men jeg maa endnu bie en temmelig lang Tid. Til Vaaren kommer jeg hjem. Jeg skulde rigtig nok blive udenlands til næste August men jeg mærker at jeg ingen synderlig Nytte kan have af at være udenlandsk længere. Jeg reiser da hjem til Søes eller muligens til Lands over Berlin hvor jeg gjerne vilde hen førend jeg kommer hjem; men jeg veed ikke [om] Pengene strække til. — Fra min Kjæreste, som nu er i Aalborg hos sin Søster har jeg ikke hørt noget paa temmelig langt Tidsrum. Jeg begynder allerede at blive bekymret men jeg vil dog haabe at hun lever vel. — Hun har vel skrevet, men Brevet maa være gaaet tabt. — Hvorledes lever Fru Hansteen? Hun lever dog vel. Glem endelig ikke at hilse hende paa det aller forbindtligste. Iligemaade Professor Hansteen. Jeg skrev ham til for nogen Tid siden. Du kommer vel sommetider derhen. Statsraaden og Statsraadinden maa du formelde min ærbødigste Respect. — Keilhau har været saa god at medtage til Dig en lille Foræring. Jeg havde ønsket at kunne gjøre den større, men Jeg har ikke Leilighed dertil. — Den bestaaer i et Par Armbaand og en Spænde til at sætte i et Baand om Livet; samt en lille Ring. — Forsmaa det ikke og tænk undertiden paa din

hengivne Broder

N. H. Abel.

Naar du skriver maa du skrive udenpaa Brevet

Monsieur

N. H. Abel

à Paris.

Rue Ste Marguerite No. 41 faubourg St-Germain.

Brevet koster dig ingen Ting idetmindste ikke mere end 2 Skilling.

Lev vel min elskede Søster og skriv nu endelig strax Du faaer dette Brev. —

XVIII. ABEL A HOLMBOE

Paris 24 October.

Du er en meget tapper Mand til at holde Tausheden, det maa man lade Dig. Jeg har ventet saa saart efter nogle Ord fra Dig at Du ikke kan gjøre Dig Begreb derom. Den eneste Grund til at du ikke har skrevet maa være at du ikke har faaet mit sidste Brev som var dateret Botzen (Bolzano). Det er allerede over 4 Maaneder og mere siden samme afsendtes. Lad mig nu see min Ven at Du ikke skuffer mig men sender mig et Par Ord til Trøst og Opmuntring i min Eensomhed. Thi omendskjøndt jeg er i den meest larmende Stad i Continenten, saa er jeg dog som jeg var i en Ørk. — Jeg kjender næsten ingen. Aarsagen er at hele Verden beboer om Sommeren Landet og er saaledes usynlig. — Indtil dette Øjeblik har jeg kun gjort Bekjendtskab med Legendre, Cauchy og Hachette samt et Par mindre Mathematikere men ret flinke Monsieur Saigey, Redacteur af Bulletin des sciences etc. og Herrn Le-jeune Dirichlet en Preusser, som forleden Dag kom op til mig da han ansaae mig for sin Landsmand. Det er en meget skarpsindig Mathematiker. Han har i Forening med Legendre beviist Umueligheden af at opløse i hele Tal Ligningen $x^5 + y^5 = z^5$ og andre smukke Ting. — Legendre er en overmaade forekommende Mand men ulykkeligviis steinalt. Cauchy er fou, og der er ingen Udkomme med ham, omendskjøndt han er den Mathematiker som for nærværende Tid veed hvorledes Mathematiken skal behandles. Hans Sager ere fortræffelige men han skriver meget utydelig. I Førstningen forstod jeg næsten ikke et Gran af hans Arbeider nu gaaer det bedre. Han lader nu trykke en Række Afhandlinger under Titel Exercises des Mathematiques. Jeg kjøber og læser dem flittig. 9 Hefter ere udkomne fra dette Aars Begyndelse. Cauchy er umaadelig catholsk og bigott. En saare forunderlig Ting for en Mathematiker. Han er ellers den eneste som nu arbeider i den rene Mathematik. Poisson, Fourier, Ampère etc. etc. beskjæftige sig udelukkende med Magnetisme og andre physiske Sager. Laplace skriver vel ikke mere. Det sidste var et Tillæg til Theorie des Probabilites. Han selv siger det er hans Søn men egentlig er det vel ham selv. Jeg har seet ham ofte i Institutet. Han seer rask og liden ud men har den samme Feil som Haltefanden beskylder Zambullo for nemlig la mauvaise habitude de couper la langue aux gens. Poisson er en kort Mand med en pæn lille Mave. Han fører sit Legeme med Værdighed. I ligemaade Fourier. Lacroix er frygtelig skaldet og udmærket gammel. Paa Mandag

skal jeg forestilles for flere af disse Herrer af Hachette. Ellers synes jeg ikke saa godt om Franskmanden som Tyskeren. Franskmanden er umaadelig tilbageholden mod Fremmede. Det er meget vanskelig at komme i nøiere Bekjendtskab med ham. Og jeg tør ikke gjøre Regning paa saadant. Enhver arbeider for sig selv uden at bryde sig om andre. Alle ville belære og ingen vil lære. Den meest absolute Egoisme herser (sic) overalt. Det eneste Franskmanden søger hos fremmede er det Practiske; Ingen kan tænke uden ham. Han er den eneste som kan frembringe noget theoretisk. Saaledes er hans Tanker og derfor kan du vel begribe at [det] er vanskelig at blive lagt Mærke til især for en Begynder. — En stor Afhandling over en vis Classe transcendante Functioner har jeg udarbeidet for at præsentere den for Institutet. Jeg gjør det paa Mandag. Cauchy viiste jeg den; men han vilde neppe kaste Øjnene paa den. Og jeg tør uden Bram sige at den er god. Jeg er nysgjerrig efter at høre Institutets Dom. Den skal blive Dig meddeelt i sin Tid. — Flere andre Afhandlinger har jeg skrevet i specie for Crelles Journal hvoraf 3 Hefter ere udkomne. Iligemaade for Gergonnes Annaler, hvilke tabe sig Dag for Dag. Han bliver for gammel. Det er med ham som med v. Zach, men denne har rigtig nok aldrig duet noget. Et Udtog af min Afhandling over Umueligheden af at opløse algebraiske Ligninger er indrykket i Ferussacs Bulletin. Jeg har selv skrevet det. Jeg har gjort og skal fremdeles gjøre andre Artikler for samme Bulletin. — Det er rigtig et fordømt kjedelig Arbeide naar man ikke selv har skrevet Afhandlingen, men jeg gjør det for Crelles Skyld, den honetteste Mand man kan forestille sig. — Jeg corresponderer jævnlig med ham, og har en Mængde Breve fra ham; ligesaa mange som jeg har faaet fra min Kjæreste. — I Dag har jeg skrevet til en Mathematiker Kulp i Darmstadt, som har forlangt dilucidationes over nogle Steder i mine Afhandlinger. Altsaa et skriftligt Bekjendtskab. — Jeg arbeider nu paa Ligningernes Theorie, mit Yndlingsthema og er endelig kommen saa vidt at jeg seer Udvei til at løse følgende alm: Problem. Determiner la forme de toutes les équation[s] algébriques qui peuvent être resolues algebriquement. Jeg har fundet en uendelig Mængde af 5te, 6te, 7de etc. Grad som man ikke har lugtet indtil nu. Med samme har jeg den directeste Opløsning af Ligninger af de 4 første Grad med tydelig Indsigt i hvorfor disse netop lade sig løse og ingen andre. — Med Hensyn til Ligninger af 5te Grad har jeg faaet at naar en saadan Ligning lader sig løse algebraisk maa Roden have følgende Form:

$$x = A + \sqrt[5]{R} + \sqrt[5]{R'} + \sqrt[5]{R''} + \sqrt[5]{R'''}$$

hvor R, R', R'', R''' ere de 4 Rødder af en Ligning af 4de Grad, og som lade sig udtrykke blot ved Hjelp af Qvadratrødder. — Det har været mig en vanskelig Opgave med Hensyn til Udtryk og Tegn. — Endvidere befatter jeg mig med de imaginaire Størrelser i hvilke der er meget at gjøre; Integralregningen og især de uendelige Rækkers Theorie som staaer paa saa yderlig svage Fødder. — Noget ordentlig kan jeg ikke vente at faae ud af dette førend jeg faaer endt min Udenlandsreise og kommer i Rolighed hjemme hvis saadant skeer. Jeg angrer paa at jeg søgte om Stipendium for 2 Aar halvandet havde været rundelig nok. Jeg har stærk Hjemvee og ikke saamegen Nytte efter denne Dag af mit Ophold her og andensteds som man maaske kunde troe. Jeg har gjort mig bekjendt med alt det vigtige og uvigtige i den rene Mathematik som existerer, og stunder nu mit Ønske til ganske at kunne opoffre min Tid for at bearbeide hvad jeg har samlet. Der er saa mange Ting jeg har fore, men saalænge jeg er udenlands vil det ikke gaae som det skulde. Naar jeg var i Keilhaus Klæder med Hensyn til Lectoratet. Jeg er jo ikke vis, men jeg er dog heller ikke bange; thi brister det etsteds saa bærer det et andet Steds. Hvor stor Gage har Du. Vil du gifte dig, er du forlovet og med hvem, saadanne Spørgsmaale maa du besvare mig; thi jeg beskjæftiger gjerne mine Tanker med dig og hvad til Dig henhører. Jeg har ikke en saa udmærket Overflødighed af Venner saa jeg skulde staae Fare for at glemme dem jeg har. —

Jeg lever ellers et saare dydigt Liv. Studerer, spiser, drikker sover og gaaer iblandt paa Comøedie, som er den eneste saakaldet Fornøielse jeg nyder, men den er ogsaa stor. Jeg veed ingen større Fornøielse end end (sic) at see et Stykke af Moliere hvori Mlle Mars spiller. Jeg er virkelig ganske henrykt; Hun er 40 Aar men spiller dog meget unge Roller. — Talma den bekjendte store Tragiker er død for nogle Dage siden. Theater français blev i denne Anledning lukket 2 Aftener og alle de øvrige Theatre med. — En uhyre Mængde Mennesker fulgte hans Liig. Det blev bragt lige til Kirkegaarden uden først at komme til Kirken som ellers er Brug, men som Skuespiller er han udelukt de la communion des fidelles. Latterlig men ligegyldig. Han har ladet sine Børn, som alle ere uægte, opdrage i den protestantiske Religion. — Han havde i levende Live tre store Feil. Han var nemlig hengiven til Spil Qvindfolk og Byggesyge i høi Grad alle tre Ting. — Skuespillerne

ved Theater français lade ham oprette et Minde for 12000 fr. Palais royal som Pariserne kalder un lieu de perdition besøger jeg ogsaa undertiden. Des femmes de bonne volonté seer man i temmelig Mængde. De ere aldeles ikke paatrængende. Det eneste man hører er Voulez vous monter avec ami mon petit ami; petit mechant. Jeg naturligviis som forlovet etc. hører ikke paa dem og forlader Palais royal sans la moindre tentation. Mange af dem ere meget smukke. — Forleden Dag indtog jeg et diplomatisk Maaltid (en Diner) hos hans Ex: Grev Löwenhielm, hvor jeg i Forening med Keilhau blev paa en lille bitte Pisk, men saare fiin. Han er gift med en ung fransk Dame. Han fortalte at han hvert Aar den 24 December drikker alle Landsmænd under Bordet. — Vor Monsieur Skramstad er her nu. Han boer sammen med 3 Svensker i en Udkant af Byen. Gaaer klæd som en Hedemarking med blaae Uldhoser og randet Vest. Jeg har ikke seet ham, men har det efter Beskrivelsen. Han taler Svensk. — Jeg boer her hos en Familie hvor jeg har la chambre et la table et la blanchiseuse for 120 fr. om Maaneden. Manden er en Smule Mathematiker men meget dum og Konen en Vildbasse paa 35 Aar og mere. Man taler ved Bordet altid i Tvetydigheder, om les secrets du menage etc. Forleden Dag gik det saavidt at en Dame sagde at den Gaas som var [paa] Bordet i Morgen var forvandlet til en étronc. — At tale om Natpotter etc. er af det anstændigste. Jeg drikker altid Caffé af mon petit pot de nuit. — Jeg æder ellers ret godt; men kun 2 Gange. Om Formiddagen un dejeuner à la fourchette og om Eftermiddagen Klok: 5½ en lang Diner. 1 til 1½ Flaske Viin hver Dag. — Jeg er nu blankenborg allene, da Keilhau for kort Tid siden (den 16de October) reiste hjem til Søes. Med ham har jeg sendt en heel Deel Bøger i en stor rød Coffer, addresseret til dig; jeg beder dig tage samme med Inventarium i Forvaring. Jeg har kjøbt hvad jeg troede man ikke havde hjemme. Flere har jeg her som jeg sender til Vaaren. Iblandt Bøgerne er femte Tome af Mecanique celeste. Den er bestemt for Professor Hansteen, da jeg veed han har de 4 første Bind. Du er maaske saa god at overlevere den med mange Hilsener. — Mecanique er saaledes færdig. Den som har skrevet en saadan Bog kan med Fornøielse see tilbage paa sit videnskabelige Liv. — Legendre har ladet trykke en Omarbeidelse af sine Exercises men den er endnu ikke kommen i Boghandlingen. — Mathematiken gaaer stygt tilbage i Frankerig. — Jesuiterne ville regjere og de offentlige Blad ere fulde af Stridigheder i Anledning af dem. Det er noget Satans Pak. For faae Dage siden har en ung Jesuit denonceret en stor Mængde af dem og vil endnu gjøre

det med 300 andre. Efter hans Beskrivelse maa de være de afskyeligste Mennesker paa Jorden. Man har ganske nylig vildet myrde ham, men han undgik det. — Keilhau har jeg laant 180 Mark Banco. — Jeg har bedet ham deponere samme hos dig. Du er vel saa god at tage imod dem. Maaskee bliver jeg nødt til at umage dig med at skaffe mig en Vexel for dem paa Hamborg. Og endnu et men kuns et beskedent Spørgsmaal: kunde Du vel laane mig 220 Mark saaledes at det i alt blev 400. Du vilde bevise mig en udmærket stor Tjeneste. Thi jeg vilde saa forbandet gjerne til Berlin førend jeg kommer hjem, samt kjøbe et og andet her, som jeg enten ikke kan faae hjemme eller som der koster det 3 dobbelte. Tag ikke mit Spørgsmaal ilde op og svar mig derpaa med det allerførste. Endelig glem det ikke saasnart mulig. Et langt Brev med mange Nyheder. Hils alle gode Venner og glem ikke

Din Ven

Fra Henrik har jeg faaet Brev. — N. Abel.

Skriv nu endelig i det allerseneste 8 Dage efter dette Brevs Modtagelse og frankeer ikke Brevet. Jeg har ikke villet gjøre det thi det koster mindre for os begge og gaaer sikkrere. — Je vous salue.

XIX. ABEL A CHR. BOECK

Paris le 1 Novembre 1826.

I dette Øjeblik modtog jeg dit Brev til Keilhau. Samme kom for seent; thi Manden er allerede afreist. Han foer afsted den 16de October og forlod Havre den 19de. Han gik med et Skib til Arendal, hvor han maaskee allerede er ankommen. En 1/2 Time førend han for[lod] Paris fik han dit Brev; men han fik ikke Tid at læse det førend paa Veien. Han skrev dig nogle Linier til; De sendes Dig herved. Iligemaade har han hos mig nedlagt et Brev for Dig til Brogniart. — Hos den svenske Minister ligger tvende Breve for Dig, i hvilket der i det ene som allerede har været her overmaade længe findes en Vexel stor 600 Frank. (Dette skrev Boch (?) i et Brev til Keilhau som er indløbet efter Dennes Afreise). Forleden Dag da jeg var i Diner hos Ministeren bad jeg Sekretairen overlade mig Brevene for at besørge dem til Dig, men han glemte at lade mig faae dem. Du maa derfor

henvende Dig til Legationen selv (hvilket Sekretairen helst ønsker). Brevet maa stiiles til Secreteriatet for den Svensk-Norske Legation i Paris. Giv mig ingen Fuldmagt til at faae Brevene men skriv selv. Jeg skal, hvis du vil, besørge Brevet naar du vil sende det til mig. — Da nu Væxelen er paa Paris saa skal jeg med For[nøielse] hæve Pengene for Dig naar Du vil skrive bagpaa Væxelen at den skal betales til mi[g. Jeg] kunde da nedlægge Pengene her enten hos Cottes eller hos min Banqvier eller skaffe dig en Væxel paa München. — Af dig har jeg tilgode 75 . . . . . som . . . Keilhau, saameget fik han nemlig omtrent . . . . . .

. . . . . .

XXII. ABEL A HOLMBOE

[Paris December 1826.]

Kjære Ven! Mange tusinde Tak for dine tvende kjærkomne Breve, item fordi du var saa punctlig. Havde jeg vidst at Du havde skrevet saa havde jeg ikke tordet forlange saamegen Opoffrelse. — Tak (sic) mit Pengeforlangende ikke ilde op. Jeg har to egentlige Venner og jeg er saaledes nødt til at plage dem mod min Villie. — Muligens at jeg kan spare Dig; men det er sandsynlig at [jeg] kommer til at reclamere din Godhed. Dog ikke endnu men naar jeg kommer til Berlin. Jeg forlader nemlig om kort Tid Paris hvor jeg ikke har mere at fiske og gaaer til Göttingen for det første for at bloquere Gauss, hvis han ikke er altfor stærkt befæstet af Overmod. Og jeg vil nu hellere være i Tyskland for at lære noget mere tydsk, som vil blive mig af største Vigtighed i Fremtiden. — Fransk rædder jeg mig ud af saavidt jeg behøver for at skrive en Memoire og det samme vilde jeg gjerne kunne gjøre i Tysk. — Som du skriver har du læst de to første Hefter af Crelles Journal. Mine Afhandlinger deri, excepté den om Ligninger, har kun lidet at betyde, men du skal see, det kommer nok. Jeg haaber Du vil være fornøiet med en over et Integral som findes i tredie Hefte, en lang en; men især er jeg fornøiet med en som bliver trykt i dette Øjeblik i 4de Hefte over den simple Række $1 + mx + \frac{m(m-1)}{2} x^2 + \ldots$ Jeg tør sige at det er det første fuldkommen strænge Beviis for Binominalformelen i alle mulige Tilfælde samt for en stor Mængde andre tildeels bekjendte men svagt begrundede Formler. I næste Hefte

(Januar) af Gergonnes Analer kommer en lille Memoire af mig over Elimination. Det var en Prøve for at see om han vilde trykke. I disse Dage sender jeg en bedre over Udvikling af Functioner (continues ou discontinues) selon des cos: ou sin: d'arcs multiples. Jeg beviser der en bekjendt Formel som man hidentil har beviist skjødesløst. Item sender jeg Gergonne en stor Memoire over les fonctions elliptiques hvori forekommer mange snurrige Ting; som jeg smigrer mig ved vil piquere En og anden. Iblandt andet om Deelning af Lemniscat-Buer. Du skal see hvor det er pænt. — Jeg har fundet at man kan deele ved Hjælp af Lineal og Passer Lemniscaten i $2^n + 1$ Dele naar dette Tal er et Primtal. Deelningen afhænger af en Ligning hvis Grad er $(2^n + 1)^2 - 1$. Men jeg har fundet dens fuldstændige Løsning ved Qvadratrodtegn. Jeg er ved samme Anledning kommen efter den Mysterie som har hvilet over Gauss Theorie af Cirkelens Deelning. Jeg seer klart som Dagen hvorlunde han har faaet det. — Dette som jeg her omtaler om Lemniscaten er en af de Frugter jeg har havt af mine Bestræbelser for Ligningernes Theorie. Du kan aldrig troe hvormange deilige Sætninger jeg har fundet deri, f. E.: Dersom en Ligning $P = 0$ hvis Grad er $\mu . \nu$ hvor μ og ν ere indbyrdes Primtal lader sig løse paa nogen som helst Maade ved Rodtegn saa er P enten decomposable en μ facteurs du degré ν hvis Coefficienter afhænge af een Ligning af μ^{de} Grad eller i ν facteurs du degré μ, hvis Coefficienter afhænge af een Ligning af ν^{de} Grad.

XXIII. ABEL A CHR. BOECK

Berlin 15de Januar 1827.

Bedste Ven Boeck.

Formodentlig vil Du blive forundret over at see mig saasnart i Berlin. Men jeg kunde ikke holde længere ud i Paris af Mangel paa Penge. Jeg maatte derfor skynde mig at komme afsted jo før jo heller imedens jeg havde saameget at jeg endnu kunde gjøre Reisen herhen. Da jeg kom hid for 5 Dage siden bestod min hele Formue i 14 Thaler. Af Backer har jeg faaet 50. Hvad Du skylder mig maatte jeg udbede mig med det allerførste. Det er bedst jeg faaer det i Preusisk Courant. — Keilhau faaer muligens endnu noget tilgode af dig eftersom vi regnede 100 Sølvspecier istedet for 600 francs som er noget mere. Du veed vel ellers hvad

Du oprindeligviis skylder ham. — Dagen før jeg forlod Paris (29de December) fik jeg et meget langt Brev fra ham. Han beder mig melde dig at langt fra i mindste Maade at have glemt Dig skal Du med det første faae et langt Brev fra ham. Du har det formodentlig allerede. — Han ønsker sig igjen tilbage i Udlandet, og vi som ere her ønske os hjemme igjen besynderlig nok. Jeg troer dog Udlandet bliver det bedste. Naar vi komme hjem gaaer det os vist ligesom Keilhau. — Han spaaer Dig meget Leit at røre i naar Du kommer hjem. Min Stilling bliver den bedste siger han, offentlig maaskee men unter uns gesagt seer jeg privat mange Fælheder i møde. Jeg gruer virkelig for Fremtiden. Jeg kunde næsten have Lyst til at blive for bestandig her i Tyskland, som jeg uden Vanskelighed kan. Crelle har bombarderet mig forskrækkelig for at faae mig til at blive her. — Han er en Smule stødt paa mig fordi jeg siger nei. Han forstaaer ikke hvad jeg vil gjøre i Norge som synes ham at være et andet Siberien. Maschmann lever godt og hilser meget. Er vred fordi du ikke har skrevet. Han har kedet sig ugudelig siger han i den sidste Tid. Det bærer syd over med ham til Mai. Til samme Tid vil det vel bære Nord over med mig. Maschmann taler nu meget godt Tysk, hvad vel ogsaa er Tilfældet med Dig. Jeg har ikke glemt noget men det gaaer dog ikke meget flydende. — Min Reise fra Paris hertil var forfærdelig mager. Jeg reiste fra Paris med Diligencen til Brüssel over Valenciennes. Jeg var denne Vei allene med en Danserinde ikke af den store Opera men af et af de mindste Theatre. — Et farligt Naboeskab om Natten. Hun sov i mine Arme, forstaaer sig, men det var alt. Ellers holdt jeg meget opbyggelige Samtaler med hende, over Verdens forgjængelige Ting. I Brüssel som er en meget smuk Stad var jeg kun en Nat og Dag og rendte hele Tiden om i Byen. Jeg foer derpaa ligeledes med Diligencen til Achen igjen[nem] Lüttich. Havde til Selskab en pyntelig Fyr fra Francfurt am M[ain]. Indtil Lüttich taler hele Verden Fransk. I Achen . . . . . syntes ligesom mere at være hjemme. Da . . . . . Ophold til Cöln am Rhein; en umaadelig gammel og styg Bye med mange H****. Blev der 1 Dag og to Nætter og reiste saa med Posten til Cassel over Elberfeld og Arnsberg. Denne Egn skal være overordentlig smuk, men Natten og Vinteren forhindrede mig fra at bemærke det. — Imellem Elberfeld og Arnsberg havde vi den Ulykke at Vognen overkjørte en Dreng paa 7—8 Aar. Han laae død paa Pladsen. Vognen gik over Maven. — Man fortsatte sin Vei uden at standse. — I Cassel, som er en meget smuk Bye blev jeg Natten over og var paa Comødie. Theatret er meget smukt og der spil-

ledes godt. — I Cöln var jeg ogsaa paa Theatret, men daarligt. Fra Cassel reiste [jeg] med Extrapost til Magdeburg i Følge med en Kaufmann som skulde til Berlin og Königsberg. Over Hartzen kom vi. Der maa være meget smukt om Sommeren. Ifra Qvedlinburg til Magdeburg er den skjændigste Vei jeg har reist. Vi vare to i Vognen og omendskjøndt vi havde ladet forspænde 4 Heste kom vi med nød og Neppe frem. I Magdeburg var jeg atter Natten over og foer derpaa med en Lohnkutscher til Berlin. Veien er fortræffelig, men Selskabet var skjændigt en Skomager, Handskemager, og udtjent Soldat. Idelig drak de Brændeviin. Jeg kjedede mig og ingen var gladere end da jeg efter en Fart af to Dage foer ind af Potsdammer Thor i Berlin. Jeg tog ind i Kronprinzen og boer nu Französische Strasse No. 39 im zweiten Stock tæt ved Gens d'armen Markt. Et Qvarteer efter jeg var kommen til Byen sad jeg paa Königstädteren og glædede mig ved at see bekjendte Ansigter og høre bekjendte Stemmer. — Jeg har ogsaa engang været paa Schauspielhaus. — En Apotheker Monrad fra Bergen er her med Kone og Moder. Jeg har gjort Bekjendtskab med dem. Det ere hyggelige Folk. Jeg kommer ellers til at blive meget flittig her. — Den Afhandling jeg indleverede til Academiet i Paris hørte jeg ikke noget om før min Afreise. —

Angaaende dit Ophold i Paris saa kan jeg ikke anbefale Dig den Pension jeg var i. — Det maatte da være at du tog din Spise der; og logerede i et Hotel garni som er tæt ved. — I Paris opholder sig en Normand, Grønvold, som vil med megen Fornøielse være dig behjælpelig ved din Ankomst. Hans Addresse er: Rue Taîtbout No. 17. Det er en ung honet Fyr. Ellers gjør du bedst at tage ind i Hotel de Suède Rue du Bouloy No. 3, hvor det ikke er dyrt. — Maleren Gørbitz fra Bergen som er meget hæderlig Karl boer Rue de l'université No. 84. Hos ham er nedlagt dit Brev som Keilhau har skrevet for Dig til Brogniart.

Jeg skulde have skrevet dig et længere Brev til hvis jeg ikke havde saa mange at skrive. Til min Kjæreste (som lever vel) til Hansteen, Keilhau, Bernt Holmboe, Møller etc. hvilket jeg allerede skulde have gjort for lang Tid siden.

Jeg venter Brev og Anviisning saa snart det er Dig muelig. —

Din meget hengivne

N. Abel.

Min Addresse er Französische Strasse No. 39.

zweiten Stock.

. . . . . .ris og naar?

XXIV. ABEL A HOLMBOE

Berlin den 20 Januar 1827.

Mange Tak for dine tvende Breve som du formodentlig igjennem Skjelderup har faaet vide at jeg har faaet. Jeg burde rigtignok have skrevet Dig til forlænge siden, men først ventede jeg paa Enden af min Afhandling som jeg indleverede til Instituten. Men det blev aldrig færdig fra disse langsomme Mænd. Legendre og Cauchy vare Censorer. Cauchy Rapporteur. Legendre sagde ça prendra. Og da kom Berliner Reisen over mig som Juleaften paa Kjærringa. — Selv dennegang faaer Du ikke meget fra mig; jeg har saa fordømt meget at bestille for Ferrusac's Bulletin og Crelles Journal. Med det første faaer Du mere. Men nu hvad jeg egentlig vilde — Penge. Du har været saa god at love at hjælpe mig. Da jeg er i en Helveds Knibe saa ønskede jeg naturligviis saa meget som du kan, og saa snart som muelig. — Angaaende Remissen saa bliver det det bedste at du taler til Professor Maschmann [som] har en Commissionair i Hamborg. Hans Søn her har lovet at [skrive] et Par Ord derom til sin Fader. Det er vel greiest at alt bliver stilet i Hamburger-Banco. — Bliv ikke vred fordi jeg umager Dig saa meget, men hvad skal jeg armer Teufel gjøre?

XXV. ABEL A CHR. BOECK

Berlin 26 Februar 1827.

Mange Tak kjære Boeck for de tilsendte to Breve, som jeg begge har modtaget over Paris. Saa fik du da endelig Hansteens Brev. Det var mig meget kjært at modtage det og skal Du have mange Tak for at Du sendt[e] det. — For et Par Dage siden fik jeg et langt Brev fra Fru Hansteen og Professoren paa 6 fulde Qvartsider; men der var ikke stort Nyt i det. Da det meeste var mellem Fruen og mig. Brevet var gaaet over Paris og skrevet den 25 Januar. Formodentlig har Du ferskere Efterretninger. Esmark skulde paa Kongens Fødselsdag holde en latinsk Tale, over hvilken han havde svedet betydelig. Sommerfelt og Ratke føre Krig i Magazinet. Hansteen haaber at Ratke kommer derfra med beklippede Øren. Hansteen er bleven Medlem af to lærde Selskaber; nemlig af det kjøbenhavnske og af det Vernerske i Edinburg. Hvorledes han er kommen til det sidste veed han ikke da han ikke forstaaer sig det mindste paa Stene. — Fruen har faaet en Søn. Det er alt. —

Strax jeg var kommen til Berlin (for over en Maaned siden) skrev jeg til [dig] angaaende de faae Penge jeg skal have af dig. Glem ikke at sende mig dem før du forlader München. Jeg [er just] ikke ved Muffen. Jeg fik i Gaaer fra Bernt Holmboe (som har været i Stockholm og Upsala, og paa denne Tour moret sig meget) sendendes 293 Mark Banco. Dette er det eneste jeg har igjen nu. I May reiser jeg altsaa herfra af Nød, og uden Ulyst. — Hansteen troer at jeg bliver ansat ved Universitetet, naar jeg kommer hjem, men der har ogsaa været talt om at seigpine mig et Aars Tid ved en Skole. Vil man det sidste sætter jeg mig reent paa Bagbenene. Basen lever vel, kjeder sig og reiser sydefter til Paaske. — Apotheker Monrad er her med Moder (som har Øiensvaghed) og Kone. Der ere Maschmann (som hilser) og jeg regelmæssig hver eneste Aften og spiller Vira; jeg snyder dem, hvilket jeg ogsaa trænger til og som er billigt. Jeg faaer dog høre fra Dig førend du forlader München. Kan jeg tjene Dig noget med Formelen saa med Fornøielse. —

Jeg har forskrækkelig mange Breve at skrive. Item har jeg været syg nogen Tid, lagt til Sengs. Er nu atter brav. — Her er forfærdelig koldt og falder megen Snee. Vi har havt indtil 18 Grader R.

Adieu min kjære Boeck

Din Abel.

XXVI. ABEL A HOLMBOE

Berlin den 4de Marts 1827.

Følgen af din Hæderlighed, beste Holmboe, og min lille Lap har jeg allerede for flere Dage siden erfaret ved at modtage igjennem Cordes i Hamburg 293 B℔ 10 ß. Mange Tak skal Du have for denne Din Godhed. Mig skede en betydelig Velgjærning derved, da jeg var fattigere end en Kirkerotte. Nu lever jeg her saalænge jeg kan deraf her, og saa stryger jeg afsted nordefter. En Stund bliver jeg i Kjøbenhavn, hvor min Kjæreste kommer hen og saa hjem hvor jeg kommer saa tom at jeg nok bliver nødt til at sætte Bækken uden for Kirkedøren. Dog jeg lader mig ikke forbløffe; thi jeg er saa skikkelig vant til Elendighed og Jammerlighed. Det gaaer vel. Med Peckel sendte jeg dig for en Maaneds Tid siden det 3die Hefte af Crelles Journal og lidt over Halvparten af det fjerde; som nu er færdig. Hvad synes Du om min Afhandling deri? Jeg har søgt at være saa

stræng saa at ingen grundede Indvendinger kan gjøres. — Der bliver nu en lille Stands i Udgivelsen (Grunden ved Hansteen) og saa kommer den nok til at blive trykt paa Fransk. Jeg har allerede præpareret en betydelig Afhandling hvor der forekommer mange snurrige Ting (Fonctions elliptiques). Saaledes har jeg fundet at [man] med Lineal og Passer kan dele Omridsen af Lemniscaten (Polarligning: $z = \sqrt{\sin 2\varphi}$) i det samme Antal ligestore Dele som Gauss har lært om Cirkelen, f. E. i 17 Dele. For at dele den i m Dele støder man paa en Ligning af en uhyre høi Grad nemlig $m^2 - 1$ (naar f. E: $m = 17$, er Graden $= 17^2 - 1 = 288$). Naar m er et Primtal af Formen $2^n + 1$ har jeg beviist at denne Ligning hvis Grad da bliver $2^{n+1} . (2^{n-1} + 1)$ lader sig opløse blot ved Hjælp af Qvadratrodtegn. Dette er kun en meget speciell Følge og en foule af andre almindeligere Sætninger. — Mine almindelige Undersøgelser over Ligninger har bragt mig hertil. I Ligningernes Theorie har jeg foresat mig og løst følgende Problem som indeholder alle andre i sig: At finde alle muelige Ligninger af en bestemt Grad, som lade sig opløse algebraisk: Mange deilige Sætninger er jeg kommen til i den Anledning f. Ex.: Naar en Ligning af $\mu . \nu$ Grad $P = 0$ er auflösbar algebraisk saa maa P enten være et Product af ν Factorer af μ Grad hvis Coefficienter lade sig bestemme ved en Ligning af μde Grad eller P maa være et Product af ν Factorer af μ Grad hvis Coefficienter lade sig bestemme ved en Ligning af νde Grad. Dog maa μ et ν være indbyrdes Primtal, thi ellers er Sætningen falsk. Men det allerpæneste har [jeg] i Theorie des fonctions transcendantes en général et celle des fonctions elliptiques en particulier. Men det maa jeg hjemme (sic) til jeg kommer hjem med at gjøre dig bekjendt. I det Hele har jeg gjort en skjændig Mængde Opdagelser. Naar jeg blot havde dem ordnet og sammenskrevet, thi de fleste ere ikke komne længere end i Hovedet. Der er ikke at tænke paa noget før jeg kommer i honet Orden hjemme. Da kommer jeg til at træle som en Vogngamp; men naturligviis med Fornøielse. — Jeg fører et temmelig kjedeligt Liv, thi der er ingen Afvexlinger deri. Studere, æde, og sove og forresten intet stort. Jeg filer ellers et Par Gange om Ugen hos Apotheker Monrad fra Bergen, som ligger her med Moder og Hustroe. Jeg snyder de Kaale. Crelle er en yderst fremdeles pyntelig Mand og jeg besøger ham tit. Jeg har været syg og sengeliggende nogle Dage, er atter brav, og taler bedre tysk end i Fjor. Maschmann er en reen Hund deri, som hilser. Vinteren var hundekold men nu lader ligesom han er forbi. I München har man havt — 24° R. Boeck reiser i April til Paris og vil være i Berlin i August. Han har stærke Hæmorrhoider og

været til Sengs af Forkjølelse. Er nu frisk, men bedrøvet over sin Moders Død. — Jeg længes efter at komme hjem da jeg ikke mere kan have synderlig Nytte af at være her. Naar man er hjemme gjør man sig fordømt andre Begreber om Udlandet end man burde. De ere ikke saa frake. — Verden er i det Hele flau, men temmelig ligefrem og ærlig. Ingensteds er lettere med at komme frem end i Tyskland og Frankrig, hos os er det 10 Gange værre. — Jeg hører du var i Upsala og Stockholm. Hvorfor kom du ikke heller til Paris? Der maa jeg endnu engang hen før jeg døer. — Indlagte Brev maa jeg bede jeg (sic) besørge til Professor Hansteen egenhændig. Jeg fik Brev fra ham for nogle Dage siden over Paris. — Jeg vil ikke bede dig om at skrive mig til, men vil du spendere Tid og Postpenge paa mig (thi man kan jo ikke sende ufrankeret) saa kan du vel begribe hvor kjært det vil være mig. Dog maatte det i saafald være med det allerførste. Meld mig da noget om Dampen. Hils Bekjendtere og lev vel

Din Abel.

XXVII. ABEL A MADAME HANSTEEN

[Berlin Marts 1827.]

— — — — — — — — — — — — — — — — — —

. . . kjende paa mig at jeg kommer til at besøge dem ofte. Den vil sandelig blive een af mine bedste Nydelser. — Herre Gud hvormange Gange har jeg ikke ønsket at gaae til dem men ikke turdet? Mange Gange har jeg været ved Døren og vendt om igjen af Frygt for at falde Dem til Besvær; thi det var nu det Værste som kunde have hændt mig, at de skulde blive altfor ked af mig. Meget vel, at jeg tør være vis paa at det ikke er saa. — Jeg er nu her i Berlin, og er glad derved, thi Franskmanden behager mig ikke. Det er dog nogle kolde prosaiske Mennesker. Alle mulige Ting behandler de paa samme Maade. Med lige Vigtighed eller Uvigtighed taler de om de alvorligste som om de letsindigste Gjenstande. Ingen Fortrolighed hos Dem. En Franskmand er næsten lige godt bekjendt med alle Mennesker. Uhyre Egoister. Naar de hører at Udlandet besidder noget, de har eller som de ikke har saa forundre de sig og sige Diable, og saaledes komme de til at forundre sig over alt. — Og nu det kjære Qvindekjøn.

De ere saa nette, saa indsmigrende og klæder sig saa peent men Voila tout. Den Beskedenhed og Undseelse som Mandfolkene saa gjerne seer hos Fruentimeret mangler de i det Hele vistnok meget af. — Det siger Franskmanden selv. De siger. Les étrangères sont plus modestes que les françaises. — De tydske derimod ere sikkerlig at foretrække. — Naar jeg tænker paa den Fornøielse som De og Hansteen have havt, da Fru Frederichsen og Carite vare hos dem bliver jeg ordentlig misundelig. De maa vide jeg holder saa' hjertelig af dem begge to. Jeg glæder mig inderlig til den Fornøielse at see dem igjen naar jeg kommer til Kjøbenhavn, som vel vil ikke vare saa forskrækkelig længe. Min Kjæreste, som nu er i Aalborg kommer da ogsaa did. I Kjøbenhavn har jeg altid levet det behageligste Liv. — Fra Boeck fik jeg Brev i Gaaer. Han har været syg i nogen Tid af Forkjølelse og anden Svaghed. Er nu frisk. Hans Moder er død. Han reiser til Paris midt i April og reiser hjem over Berlin igjen. — Han er ikke i det bedste Humeur. Det er en hæderlig Karl. — Han skriver at en Søn af Løwenskjold er i München for at gifte sig med en Frøken Sechendorf. —

Det er mig yderst kjært at det gaaer min elskede Søster saa godt. Jeg holder saa inderlig af hende. Sin Lykke og den Glæde jeg har deraf skyldes dem kjære Fru Hansteen. — De maa endelig hilse hende fra mig paa det kjærligste naar De seer hende. Jeg erindrer mig hende altid. —

Ellers lever jeg som de vel kan tænke et særdeles stille og eensformigt Liv. Min hele ydre Fornøielse bestaaer i en og anden Gang at besøge Theatrene og hver Mandag at være i Assemblé hos Crelle. —

Nu — adieu min allerkjæreste moderlige Formaner og hav en lille bitte Plads i Hjertet for

Deres Abel.

XXXII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Torde jeg udbede mig den Artighed at De vilde lade Overbringeren heraf faae den største* af de to Casser mærket N. A. som staaer paa Jomfru Kemps Værelse med Laag til. Min Broder Thomas trænger til saadan en paa sin Reise. —

Den største Forbindtligst

N. H. Abel.

* Ce mot est une correction faite par Abel: Il y avait d'abord „mindste".

XXXIII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Frolands ♂ Værk den [21 Juli] Mandag 1828.

„Leider“ — med dette Uheldsvangre Ord begynder et Brev som jeg fik fra Crelle i Gaaer dateret den 11te Juli, og leider maa jeg tilstaae at Brevet meget har nedslaaet mig. Es wird nichts daraus. — Der er kommen en anden ligesom falden fra Himmelen, som har gjort sine Ansprüche geltend, og som uundgaaelig maa forsorges førend der tænkes paa mig. Hvem denne anden er skriver ikke Crelle, og jeg kjender ingen af den Caliber. — Han siger at han ikke for Øjeblikket vil drive paa for mig, fordi det vilde skade mig mere end gavne Gud veed af hvad Grund. Desuden er der Minister des Unterrichts reist bort og kommer ikke tilbage førend 8 Uger fra Dato. — Derfor siger han kan der ikke gives mig noget afgjørende Svar førend i October Maaned dette Aar. — Men hans Brev er saa mistrøstende skrevet saa at jeg har opgivet alt Haab. — Hvor lunde jeg altsaa er paa samme Point som før, dog noget værre, thi prostitueret er jeg bleyet her og kan blive det udenlands (see et opbyggeligt Stykke i et Blad udgivet af Boghandler Schiwe: „Nyeste Skilderie af Christiania og Stokholm“ No. 1. Side 6). Jeg vil ikke sige det imod for ikke mere at rippe op i en skiden Sag. Nu kan det gaae for en Avisløgn, et enfin le temps tue tout. — Det gaae som det vil, I Christiania søger jeg vanskelig om noget mere. Jeg vil før trælle igjennem med det jeg har saalænge det varer. — Men jeg har lært og holde Kjæften; — det er een god Ting. Crelle giver mig en god Næse for min Aabenmundethed, thi ihvor vel jeg ikke har sagt ham hvad jeg har sagt saa kan jeg mærke at han nok er au fait. — Han paalægger mig imidlertid at tie ganske stille. — Altsaa kan De blot sige at de intet veed, uden at jeg ingensinde har faaet noget Tilbud. — Skulde min Broder ***** komme til dem, saa lad ham intet vide for at han ikke skal afholdes fra at søge en Huuslærer Post. Dette fortænker de mig dog ikke i. — Det smerter mig aller meest for min Fæstemøe. Hun er altfor god. — Naar undtages en lille Sygdom jeg har været undergivet et Par af mine første Dage her har jeg levet meget vel hos Crelly eller Christine, og arbeider ret flittig. — Siden jeg nu engang er skabt til at plage dem saa turde jeg maaskee bede Dem at sende medfølgende Anviisning, hæve paa Zahlcassen, og deraf uden Fortrydelse sende mig 10 Spd. i een Lap og gjemme Resten for mig. — Naar De skriver paa tykt uigjennemsigtig Papiir eller lægger Sæddelen i saadant behøves ikke at sættes uden paa at Penge er deri. Aller-

bedst at De gjør en Envelloppe med Lak og lægger Penge-Seddelen inden i et andet Stykke tykt Papiir inden i den. — For at ikke Gutten som gaaer fra Arendal og hid med Brevet skal stjæle er det bedst slet ikke uden paa at tale om Penge. — Men bliv nu ikke vred paa mig fordi jeg umager dem. Jeg ærgrer mig nok alligevel. —

Pengene kan vel umuelig faaes til mig førend den første Postdag i August? men det er ogsaa tidsnok. — Crely hilser særdeles. Hun skrev sidste Postdag. — Jeg opfører mig her taalelig mandig. —

Skjønneste Fru Hansteens allerusleste Kræe

N. H. Abel.

Hvordan lever Manden? Jeg har seet af Aviserne at De fik Brev dateret Petersborg den 25de Juni. —

Frolands Værk p. Arendal.

XXXIV. ABEL A HOLMBOE

Frolands ♂ Værk den 29de Juli 1828.

Hr. Lector! Formodentlig tilbage kommen fra Kjøbenhavn skrives Du til, men behøver ikke at tale om hvad jeg skriver. — Nemlig angaaende Berlinertouren. Er gaaet Fanden i Vold og er jeg saaledes lige nær. — Crelle skrev mig til i Søndag 8tte Dage siden at der var kommet [en anden] vom Himmel her gefallen som vilde gjøre sine Fordringer gjældende og som maatte forsørges. Gud veed hvem det er, men ligemeget, mig har han stukket ud det Sviin. Han skriver ellers at ihvorvel det seer mislig ud skal jeg dog ikke opgive alt Haab da det er muelig siden. I October skal jeg faae bestemt Svar. — Men dette siger Du ikke. Kun at jeg aldrig har skullet eller skal til Berlin overeensstemmende med Sandheden. Crelle har ikke meget godt syntes om at jeg har snakket derom. — Fra Schumacher har jeg faaet Brev. Min Dødelse af Jacobi er trykt. Jeg skriver paa en ditto som skal bort. Jeg har gjort et par skjønne Opdagelser i transcendantes elliptiques. — Jeg veed ikke om jeg sagde Dig at der var ankommet Bøger til os hos Messel etc. —

Skulde der (hvilket er rimeligt efter hvad Hansteen sagde til mig) blive tale om at faae en Lærer i Astronomie ved Krigsskolen saa siig at jeg formodentlig er

villig at paatage mig samme, at man ikke skal staae i den Formening at jeg skal til Berlin men dette er blot privat til Dig. — Jeg maa være om mig paa alle Kanter. Du kan hvis Du vil skrive mig et Par Ord herom. Jeg reiser herfra paa Fredag 14 Dage til.

Hils Bekjendtere. Gratuleer det Conrectoralske Udyr, og lev vel.

Du tager ikke fortrydelig op at jeg tager et Par Dage ind til Dig ved min Ankomst indtil jeg faaer mig et Logie, at jeg ikke betaler Brevet og at jeg beder Dig besørge indlagte.

Din

N. H. Abel.

XXXV. ABEL A MADAME HANSTEEN

Frolands ♂ Værk den 29de Juli 1828 p. Arendal.

Endnu en Bøn til Dem bedste Fru Hansteen! det er mueligt at Thomas er reist uden at sige det til Ibsen. Gud velsigne lad Pigen gaae ned og spørge Ibsen om Thomas længer kommer og hvis han ikke gjør det da at lade hende sige op med Tilføiende at han skal blive betalt efter at jeg er kommen. Jeg skrev dem til for 8 Dage siden og lagde hos en Anviisning paa Zahlcassen for Juli Maaneds Gage. Jeg tør maaskee vente sendt de omtalte 10 Spd. Jeg kommer rimeligviis ikke til Christiania førend midt i August. — Bliv endelig ikke fortrydelig fordi jeg umager dem. Naar jeg rigtig betænker mig kunde jeg rigtig nok have bedet Holmboe om at gjøre det. — Crely hilser meget. Jeg lever meget vel naar undtages en værkbruden Tommelfinger. — Jeg har faaet i Foræring 6 Par Strømper (af Marie og Crely) 12 L . . . . skræmmer (af Hanne Preus) og noget andet af Lina. Gud lade Dem leve vel kjæreste Frue.

Deres N. H. Abel.

XXXVI. ABEL A MADAME HANSTEEN

[Froland, août 1828.]

Hilses meget den skjønneste Fru Hansteen fra mig.

De fik vel Lappen med de 3de Spd.? — Jeg er fattig som en Kirkerotte da jeg nu ikke har mere end 1 Sp. 60 ß hvilke jeg maa give i Drikkepenge. Jeg har

ellers ikke ødet en Skilling. Kjøbmanden er betalt. 103 Sp. 26 ß som var alt. Jeg har faaet Brev fra Schumacher. Min Aufsatz er trykt og har reist til Königsberg. — Seer De Elisabeth saa hils hjertelig hende og Treschows. —

Deres ødelagte

De faaer snart Brev fra mig.

XXXVIII. ABEL A MADAME HANSTEEN

Christiania den 22 September 1828.

De var vistnok noget forundret (for ikke at bruge et strængere Udtryk) bedste Fru Hansteen ved ikke at see mig førend de reiste, men i al Fald forundrede De dem vist ikke mere end jeg græmmede mig over ikke at kunne komme ud. Jeg var syg og sengeliggende ligefra den Aften de var hos Treschow og indtil for et Par Dage siden. Nu er jeg Gud skee Tak meget vel. — Det er saa besynderlig, jeg kan ikke faae i mit [Hoved] at De er reist og er mangen Gang i Begreb med at gaae til dem. Jeg er dog nu næsten vel eensom. Jeg forsikkrer Dem at jeg i egentligste Forstand ikke omgaaes et eneste Menneske. — Imidlertid vil jeg for det første intet Savn føle da jeg har saa gruelig meget at bestille for Journalen. Jeg skal herefter have 1 Ducat for hvert trykt Ark. Crelle har selv tilbuden mig det. Men det bliver da naturligviis ikke stort af det, og mine trange Kaar har gjort at jeg tog derimod. — Nylig i Gaaer fik jeg Brev fra Crelle hvori han siger at der fremdeles er Haab for at jeg kan komme til Berlin og at det snart vil kunne lade sig afgjøre om der kan blive noget af eller ikke. — Fra lille Crelly skal jeg hilse Dem meget. Hun sender dem herved en lille Kappe af hendes Hænders Gjerninger, som hun beder dem tage imod i den Stand den er. At den ikke er ganske færdig kommer deraf at hun maatte sende den herhen for 8 Dage siden for at de kunde faae den førend Deres Afreise. Ulykkeligviis fik jeg den først Tirsdag og altsaa for silde. — Jeg havde nok et og andet at skrive om men Forelæsningerne gjøre at jeg nødes til at slutte.

Min hjerteligste Hilsen til den sødeste Fru Friderichsen samt alle Engler. —

Med bestandig Ønske for Deres Vel

N. H. Abel.

Crelly holder næsten ligesaa meget af dem som jeg. —

XLI. ABEL A MADAME HANSTEEN

[Christiania, novembre 1828.]

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Smule af mig om jeg ikke tager feil. Jeg har kanskee ikke saa ganske været mod hende som jeg [burde,] men nu er vi meget enige og kommen paa det rene med hinanden. — Jeg har rettet mig betydelig og vil haabe at vi eengang skulde leve lykkelig sammen. Men naar det lykkelige Tidspunct kommer det veed jeg ikke. At det blot ikke maatte være for langt borte. Jeg har ondt af min Crelly at hun skal være nødsaget til at trælle saaledes. — Hun hilser Dem inderlig og ønskede saa gjerne at see et Par Linier fra Dem. De kan ikke troe hvor det vilde opmuntre hende, men hun sætter saa stor Priis derpaa. — Jeg skrev hende til for et Par Dage siden og sendte hende Deres Hilsen, saa at hun kan see at De ikke har glemt hende. — Men Fru Hansteen lad det ikke gjøre Dem ondt at hun har arbeidet for Deres Skyld. Hun gjorde det ikke for paa en svag Maade at vise at hun ønskede at gjengjelde deres Godhed. Idetmindste var ikke det Hovedaarsagen. De veed at Kjærlighed mangen Gang udtaler sig i Ubetydeligheder. Hun vilde vise dem sin, og intet vilde Glæde hende mere end at vide at det havde foraarsaget dem en lille nok saa lille Glæde. — At De ikke er i det bedste Humeur der nede gjør ondt. Jeg kan begribe at mange Ting maa strømme ind paa deres Følelser, og nu det som især ængster Dem det er da Hansteens Fraværelse. Det er heel naturlig, men tænk dem hvor lykkelig De vil være om ikke saa meget lang Tid. Man troer dog saa gjerne det man ønsker, og De kjære Fru Hansteen har jo al Sandsynlighed paa Deres Side. Hvor mange har ikke gjort lignende og — — — — — — — — — — — — — — — — —

og hvad værre er for Indbrud hos Prof: Bugge. — Han tog hans Sølv og slog ud en Rude for at komme ind. Til Latterligheder hører at en Præst har ladet sig male i fuld Ornat med sin Kjæreste paa Skjødet. —

Endnu maa jeg fortælle noget. Jeg er nemlig i den senere Tid bleven betydelig hovmodig i Anledning af et Par Breve som jeg har faaet fra Udlandet. Jeg vil anføre for Dem et Par Steder, da de nok veed jeg ikke gjør det for at være krye. De erindrer Dem maaskee en Mathematiker ved Navn Jacobi som kom mig i Forkjøbet, og ligeledes en Afhandling som jeg i Foraaret sendte til Schumacher. Denne Afhandling har gjort Lykke. Jacobi har sagt i et Brev til Crelle „Ich halte diese Abhandlung für einen (sic) der schönsten Meisterwerke der Mathematik.“ Den berømte Mathematiker Legendre i Paris har sagt ogsaa i et Brev til Crelle: „Ce que vous dites Monsieur de jeune M. Abel s'accorde parfaitement avec l'idée, que j'avais conçue de ses grands talens par la lecture de ces beaux travaux.“ Og videre „Ces productions de deux jeunes savans qui m'étaient jusque là inconnus m'ont causé autant de surprise que de satisfaction“ . . . Og saa føier han til at han har omtalt de Opdagelser jeg har gjort i et Supplement som han har gjort til eet af sine Værker over den samme Gjenstand. — Da jeg havde faaet det Brev hvori Crelle anfører ovenstaaende satte jeg mig strax i Arbeide med et Brev til Legendre, som indeholdt et og andet Nyt. Han har svaret mig for et Par Dage siden i et yderst smigrende Brev. Jeg vil anføre et Par Steder.

„Je vous felicite bien cordialement des grands succes que vous avez obtenus „dans vos travaux; j'avais deja connaissance des beaux memoires que vous avez „publiés dans les journaux de M. M. Crelle et Schumacher; les nouveaux details „que vous voulez bien me donner sur la suite de vos recherches augmentent „encore, s'il est possible les titres que vous avez acquis à l'estime des savans et „surtout à la mienne. En rendant justice comme je le dois au merite de vos „decouvertes, je ne puis me défendre du sentiment d'orgueil qui m'associe en „quelque sorte à vos triomphes et à ceux de vôtre digne Emule M. Jacobi, „puisque c'est en grande partie par l'étude de mes ouvrages que vous avez eu „l'occasion l'un et l'autre de developper les grands talens que la nature vous a „departis. — Paa et andet Sted siger han „La fin de votre lettre me confond par „la généralité que vous avez su donner à vos recherches; il me tarde beaucoup de „voir les methodes qui vous ont conduit à de si beaux resultats; je ne sais si je „pourrai les comprendre, mais ce qu'il y a de sur, c'est que je n'ai aucune idée des

„moyens que vous avez pu employer pour vaincre de pareilles difficultés; Quelle „tête que celle d'un jeune Norvegien! Og mange andre smukke Ting. Han anfører ogsaa et Par Ord af et Brev fra Jacobi til ham, nemlig Jacobi har sagt om den Afhandling som jeg sendte til Schumacher . . . . . „Elle est au dessus de „mes éloges comme elle est au dessus de mes travaux."

For at sige den rene Sandhed saa har jeg anført ovenstaaende deels for at gjøre mig en Smule til, deels fordi jeg troer at det vil glæde Dem bedste Fru Hansteen at see den Fremgang jeg har, da De tager saa megen Deel i mit Vee og Vel. — Altsaa maa De ikke ansee det for Skryderie. —

Til Deres elskværdige og for mig meget dyrebare Familie bedes min inderligste Hilsen aflagt. Det vil altid glæde mig særdeles at høre at De alle leve vel. —

Farvel kjære bedste Fru Hansteen og troe mig naar jeg siger Dem at jeg med den inderligste Hengivenhed og Høiagtelse er

Deres

ABEL.

DOCUMENTS

DOCUMENTS

I. EXAMEN ARTIUM

NIELS HENRIK ABEL: Août 1821.

Langue maternelle	3
Latin	3
Composition latine	3
Grec	3
Allemand	3
Français	2
Religion	3
Histoire	4
Géographie	2
Arithmétique	1
Géométrie	1
Moyenne	Haud illaud.*

II. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE**

[Février 1822]

Comme j'ai un frère qui se destine aux études universitaires, mais que l'assistance qu'il peut obtenir n'est pas suffisante pour son entretien ici à Christiania, je me permets de prier le haut conseil de me permettre de prendre mon frère chez moi, dans ma chambre de la Fondation universitaire.*** Mon camarade de chambre ne s'y oppose nullement, comme il le certifie de sa main.

Respectueusement

NIELS H. ABEL

* Voyez la note p. 19 de l'Introduction historique.

** „Collegium academicum".

*** Ancien internat, analogue au „Regentsen" de Copenhague.

A la demande de mon camarade de chambre M. Abel, je certifie que je ne m'oppose nullement à ce que son frère habite notre chambre commune

Respectueusement

JENS SCHMIDT

Au
haut conseil académique.

III. EXAMEN PHILOSOPHICUM

NIELS HENRIK ABEL — Juin 1822.

Philosophie	théorique	2
	pratique	2
Latin		3
Grec		3
Histoire		3
Mathématiques		1
Astronomie		2
Physique	pour les démonstrations mathématiques	1
	pour la partie expérimentale	3
Histoire naturelle		3
Moyenne		Haud illaud.

IV. EXTRAIT DU REGISTRE DES DELIBÉRATIONS DU CONSEIL ACADÉMIQUE

11ème séance, le 22 mars 1823.

Le professeur Hansteen s'est présenté au conseil, et a communiqué un manuscrit de l'étudiant Abel, contenant un mémoire dont l'objet est de donner un exposé général de la possibilité d'intégrer toutes sortes de différentielles, et il a demandé dans quelle mesure l'Université pourrait trouver convenable de subvenir à l'impression de ce travail.

Le manuscrit a été remis aux professeurs Rasmusen et Hansteen, qui ont été chargés d'exprimer en commun leur avis sur la valeur du travail, et de proposer la manière dont on pourrait le plus utilement subvenir à l'impression, s'il le mérite.

V. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Le soussigné prend la liberté d'informer le haut Conseil qu'il se propose d'entreprendre pendant les vacances d'été un voyage à Copenhague. Mon but est à la fois de rendre visite aux membres de ma famille qui y sont domiciliés, et d'étendre mes connaissances mathématiques autant que le temps et les circonstances me le permettront. Le voyage durera environ 2 mois, en sorte que je pense revenir vers le milieu d'août

Respectueusement

Chr. 2 juin 1823. N. H. Abel

Au haut conseil académique!

VI. DÉCLARATION DES PROF. RASMUSEN ET HANSTEEN

Au conseil académique.

Nous avons le plaisir, conformément à l'invitation de l'honorable conseil, de dire si, à notre avis l'étudiant Abel doit être recommandé pour une subvention qui lui permettrait de publier à frais publics le mémoire ci-joint, écrit par lui en français, sur l'intégration de formules différentielles.

Dans ce mémoire est exposée, pour toutes les formes principales de formules différentielles, la manière dont leur intégration peut être effectuée, et cette exposition, qui est différente de celle qui se trouve dans les ouvrages de nous connus, relatifs au calcul intégral, montre à la fois que l'auteur a des dispositions exceptionnelles pour les sciences mathématiques, et qu'il est familier avec les méthodes employées par les savants modernes dans l'étude des sujets de mathématique abstraite. Le mémoire mérite d'être répandu; mais nous ne croyons pas pouvoir conseiller de le publier à part, parceque l'on ne pourrait pas s'attendre à ce que la vente couvre d'ici longtemps les frais de l'impression, et surtout parceque nous pensons que le but de sa publication sera le plus sûrement atteint, lorsqu'il pourra être inséré dans les publications de quelque Société scientifique, l'objet de ces recueils étant précisément de recevoir des vues scientifiques nouvelles, dont l'exposition suppose des lecteurs d'une compétence exceptionnelle, et qui, par suite, ne peuvent faire espérer une vente considérable.

Au lieu de recommander l'étudiant Abel pour une subvention à l'impression du mémoire, nous considérons absolument comme un devoir de recommander ce jeune homme, à qui il n'y a rien à reprocher au point de vue moral, pour une subvention qui lui permette de continuer à cultiver une science où bien peu, à son âge, ont fait des progrès aussi remarquables que ceux dont il a donné des preuves. Le conseil

sait qu'il ne possède rien, et que c'est dans des conditions très précaires, et uniquement grâce aux souscriptions mensuelles de quelques uns, qu'il a pû vivre depuis son entrée à l'Université. Maintenant il lui faut une subvention plus importante, afin qu'il acquière à son pays l'honneur que ses dons et ses progrès permettent d'espérer d'un tel savant. Nous présumons qu'un séjour à l'étranger dans les villes où se trouvent les mathématiciens les plus éminents contribuera de la manière la plus heureuse à son éducation scientifique. A Paris il trouvera probablement l'occasion de faire insérer son travail sur l'intégration dans les Mémoires de l'Institut national [de France], ainsi publié sous la forme qui lui convient, et nous croyons que ce sera le moyen le plus rapide de le faire connaître.

Quant au montant de la subvention pour laquelle nous le recommandons de la manière la plus vive, nous nous permettons respectueusement de formuler la proposition suivante:

a) 20 species par mois depuis le 1er janvier 1824 jusqu'au moment où il pourra entreprendre un voyage à l'étranger.

b) 150 sp. pour son équipement un mois avant son départ.

c) 50 sp. d'argent par mois pendant son séjour à l'étranger, qui ne devra pas durer plus de 18 mois.

d) 30 sp. par mois pendant les 6 premiers mois après son retour, si dans l'intervalle il n'obtient pas un emploi auquel est attaché un traitement plus élevé.

Si l'honorable conseil reconnait, ce dont nous ne doutons pas, que c'est un devoir pour les directeurs de l'Université, lorsqu'ils rencontrent de rares dispositions naturelles, comme spécialement créées pour une science ou une autre, de contribuer résolument à leur épanouissement, nous sommes convaincus que le conseil recommandera l'étudiant Niels Henrik Abel pour la subvention proposée, puisque nous savons que l'Université ne peut pas l'aider sur ses propres ressources.

Christiania, le 19 décembre 1823

T. H. Rasmusen Chr. Hansteen

VII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

L'étudiant N. H. Abel, qui déjà, comme élève à l'école cathédrale de Christiania, a attiré l'attention par de rares dispositions pour les mathématiques, et par l'avancement, merveilleux à son âge, que dès cette époque il manifesta dans cette science, est entré en 1820 [sic] à l'Université de Norvège, où, après avoir passé l'Ex. artium,

il a été reçu étudiant, et où il a depuis subi avec succès l'examen de philosophie. Ses progrès remarquables dans l'étude à laquelle la nature semble l'avoir éminemment destiné, lui acquirent dès les premiers temps de son séjour à l'Université des protecteurs parmi les professeurs, lesquels, en raison de sa situation précaire, bientôt encore empirée par suite de la mort de son père, survenue plus tard, se sont jusqu'à présent cotisés pour conserver à la science ces rares dispositions, attention dont son assiduité au travail et ses bonnes mœurs le rendaient d'autant plus digne. Mais comme cette aide ne pourrait être tout-à-fait suffisante pour un jeune homme absolument dénué de ressources, le conseil académique soussigné a cru remplir un devoir, tant envers l'Etat qu'envers lui, en lui attribuant en septembre 1821 une des places vacantes à la Fondation universitaire. C'est là que depuis, avec son assiduité toute particulière, il a suivi les cours de philosophie, en même temps qu'il a poursuivi son travail, avec le plus grand succès, dans sa science principale — ce dont, outre plusieurs moindres travaux publiés par lui dans le Magasin pour les sciences physiques et naturelles, son mémoire déposé »sur l'intégration de formules différentielles« donne surtout une preuve suffisante.

Ce mémoire — rédigé en français — qu'il a remis à l'Université en reconnaissance de l'aide qui lui était offerte, et comme une preuve qu'elle était dignement employée, a été examiné, sur l'invitation du conseil, par MM. les professeurs Rasmusen et Hansteen, qui plus tard, dans une communication au conseil, se sont exprimés ainsi: »ce mémoire expose, pour toutes les formes principales de formules différentielles, la manière dont leur intégration peut être effectuée, et cette exposition, qui est différente de celle qui se trouve dans les ouvrages de nous connus, relatifs au calcul intégral, montre à la fois que l'auteur a des dispositions exceptionnelles pour les sciences mathématiques, et qu'il est familier avec les méthodes employées par les savants modernes dans l'étude des sujets de mathématique abstraite.«

Ces professeurs d'université ont alors — considérant que c'est un devoir pour les directeurs de l'Université, lorsqu'ils rencontrent de rares dispositions naturelles, comme spécialement créées pour une science ou une autre, de contribuer résolument à leur épanouissement — invité le conseil à recommander l'étudiant Abel pour une subvention publique qu'ils ont proposée, et que l'Université n'a pas le moyen de lui attribuer sur ses propres ressources.

Le conseil académique, qui a eu longtemps le désir de pouvoir contribuer à faire obtenir à ce jeune homme d'avenir une subvention suffisante pour le mettre en mesure de parfaire son éducation scientifique, et d'acpuérir à son pays l'honneur que ses dons et ses progrès permettent si bien d'espérer, a cru faire à cette invitation le meilleur accueil posible en transmettant respectueusement au ministère le mémoire de l'étudiant Abel, et en proposant humblement qu'il reçoive par grâce royale une subvention publique convenable.

Le conseil se permet à ce sujet d'exprimer l'avis qu'un séjour convenable à l'étranger dans les villes où se trouvent les mathématiciens les plus éminents de notre temps, peut-être principalement à Paris, serait probablement fort utile pour son développement à venir, et l'on croit en conséquence devoir humblement proposer l'étudiant Abel pour une bourse de voyage de 50 species d'argent par mois, ce qui est considéré comme suffisant pour atteindre pleinement le but. Le conseil estime donc qu'il est désirable que ce voyage puisse être entrepris vers le mois de mai prochain, ou au commencement de l'été.

Comme, en attendant, sa pauvreté lui interdit d'employer jusqu'au voyage les ressources nécessaires pour achever dans une tranquillité convenable sa préparation à un pareil voyage scientifique, le conseil se permet en outre de proposer humblement qu'à partir du 1er janvier de l'année présente, jusqu'au moment où l'étudiant Abel pourra entreprendre un voyage à l'étranger, une pension mensuelle de 20 spd. lui soit gracieusement accordée,

et enfin, toujours gracieusement, une somme de 150 spec. norvégiens pour son équipement un mois avant son départ, car sa situation précaire et la modicité de l'aide pécuniaire dont il a joui jusqu'à présent lui interdisent absolument, sans un tel supplément extraordinaire, de se procurer même les choses les plus nécessaires dont il aura besoin à cet égard.

Si le ministère royal accueille favorablement cette proposition, et par son puissant et influent appui obtient pour l'étudiant Abel la grâce royale proposée, le conseil académique ose compter avec certitude qu'on aura ainsi gagné un homme éminent pour la science, une gloire pour la patrie, et un citoyen qui par une capacité exceptionnelle dans sa spécialité, compensera largement un jour l'aide qui a dû maintenant lui être accordée.

Au conseil académique; Christiania le 11 janvier 1824.

Skjelderup Rathke S. Rasmusen Platou Lange Stenersen

Lundh

VIII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MINISTÈRE DES FINANCES

Au sujet de la lettre ci-jointe, avec pièces annexes, du conseil académique, où l'on recommande l'étudiant Abel pour l'obtention d'une bourse et d'une subvention passagère sur le Trésor en vue d'un voyage à l'étranger dans un but scientifique, l'honorable ministère est prié de communiquer son avis bienveillant.

Christiania le 26 janvier 1824.

Treschow

P. Holst

IX. LE MINISTÈRE DES FINANCES AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Au sujet de la lettre de l'honorable ministère du 26 de ce mois, et en renvoyant les pièces annexes y-jointes, il est répondu: que le mieux semble à ce ministère que l'étudiant Abel, avant d'être recommandé pour l'obtention d'une bourse de voyage, comme le conseil académique l'a proposé en raison de ses rares dispositions pour les études mathématiques, reçoive une subvention convenable sur le Trésor, par ex. 200 spd. par an pendant quelques années, pour qu'il puisse ainsi se mettre en mesure de se perfectionner en restant ici, à l'Université, dans les langues et autres connaissances auxiliaires, lesquelles, vu son jeune âge, on peut supposer qu'il ne possède pas autant qu'il pourrait paraître désirable, afin qu'il puisse tirer du séjour projeté près des universités étrangères tout le profit possible pour son étude principale, si la subvention proposée à cet effet devait plus tard lui être gracieusement accordée.

En tant que l'honorable département est d'accord sur ce point, on ne voit du côté des Finances aucun empêchement à ce qu'il soit proposé pour l'obtention d'une pareille subvention extraordinaire sur le Trésor.

Christiania le 11 févr. 1824

JONAS COLLETT

Rye

X. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Au sujet de la lettre bienveillante de l'honorable conseil du 10 du mois dernier, relative à une bourse de voyage pour l'étudiant Niels Hendrich [sic] Abel, le ministère prie le conseil d'examiner s'il ne vaudrait pas mieux, avant qu'une pareille bourse lui fût consentie, lui accorder une subvention convenable sur le Trésor pendant quelques années, pour qu'il puisse ainsi se mettre en mesure de se perfectionner à l'Université dans les langues et autres sciences auxiliaires que, vu son jeune âge, on peut supposer qu'il ne possède pas autant qu'il serait désirable, afin qu'il puisse tirer du séjour projeté dans les universités étrangères tout le profit possible pour son étude principale.

Christiania, le 19 février 1824

TRESCHOW

P. Holst

XI. LE CONSEIL ACADEMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

En réponse respectueuse à la lettre du ministère royal du 19 de ce mois, sur le point de savoir s'il ne vaudrait pas mieux que l'étudiant en mathématiques N. H. Abel, avant qu'une bourse de voyage lui fût accordée, restât d'abord quelques années ici à l'Université, avec une subvention convenable sur le Trésor, pour se perfectionner dans les langues et autres sciences auxiliaires, dans lesquelles, eu égard à son âge, il n'est pas à présumer qu'il ait fait tous les progrès voulus — le conseil académique a l'honneur de déclarer: que l'étudiant Abel, bien qu'il ait fait de bonnes études classiques, ne consacrerait cependant pas sans utilité, à notre avis, une année de plus ici à l'Université, à poursuivre son éducation scientifique, et peut-être surtout à une étude plus approfondie des langues savantes; et le conseil se permet en conséquence de recommander respectueusement ledit étudiant pour que lui soit consentie, avec l'appui bienveillant et influent du ministère royal, la subvention nécessaire au séjour désiré à l'Université.

Au conseil académique; Christiania le 23 février 1824

SKJELDERUP RATHKE S. RASMUSEN PLATOU LANGE STENERSEN

Lundh

XII. PROPOSITION DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

[2 mars 1824]

Le Conseil académique de l'Université norvégienne a présenté une demande de bourse de voyage de 50 spd. d'argent par mois pendant 18 mois en faveur de l'étudiant Abel, qui a, tant à l'école que depuis qu'il est devenu étudiant, manifesté de rares dispositions mathématiques. Comme preuve de son zèle et de ses remarquables dispositions pour les Mathématiques, le Conseil a joint à la demande un travail de lui, en français, sur l'Intégration de formules différentielles, mémoire dans lequel, selon le jugement des professeurs Rasmusen et Hansteen, est exposée, pour toutes les formes principales de formules différentielles, la manière dont leur intégration peut être effectuée, exposition qui est nouvelle, et témoigne de sa connaissance des auteurs récents dans la science. Le ministère des finances, dont l'avis a été demandé, a estimé qu'il était essentiel que l'étudiant Abel, avant d'être recommandé pour l'obtention d'une bourse de voyage, reçût une subvention convenable sur le Trésor, telle que 200 spd. par an, pendant quelques années, pour qu'il puisse ainsi se mettre en mesure de se perfectionner ici à l'Université dans les langues et autres sciences auxiliaires, que, vu son jeune âge, on peut supposer qu'il ne posséde pas autant qu'il

pourrait sembler désirable, afin qu'il puisse tirer de son séjour dans les Universités étrangères tout le profit possible pour son étude principale. Le conseil a déclaré de même, dans une communication ultérieure, que l'étudiant Abel, bien qu'il ait fait de bonnes études classiques, ne consacrerait cependant pas sans utilité une année de plus ici à l'Université, à poursuivre son éducation scientifique. Le ministère doit absolument adopter l'avis émis par le ministère des finances, et eu égard aux heureuses dispositions alléguées de l'étudiant Abel, et à l'espoir qu'il fait naître, qu'il fera honneur à la patrie par sa science, il est proposé respectueusement:

> qu'une subvention annuelle de 200 speciedaler soit accordée à l'étudiant Abel pendant deux ans pour la continuation de ses études ici à l'Université, afin d'étudier en particulier les langues savantes et autres sciences auxiliaires importantes pour son étude principale, les mathématiques.

XIII. LE SECRÉTARIAT D'ÉTAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le 29 du mois dernier il a plu à Sa Majesté Royale d'approuver gracieusement l'humble proposition du gouvernement du 5 du mois dernier.

> »qu'il est gracieusement accordé à l'étudiant Niels Henrich Abel, pour une durée de 2 ans, une subvention annuelle de 200 spd., pour la continuation de ses études à l'Université norvégienne, afin d'étudier en particulier les langues savantes et autres sciences utiles pour son étude principale, les mathématiques«.

Ceci est communiqué, en même temps que sont renvoyées les pièces relatives à l'affaire.

Christiania le 6 avril 1824

J. H. Vogt

XIV. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADEMIQUE*

Le 29 du mois dernier, il a plu à Sa Majesté le Roi de décréter gracieusement: »qu'une subvention annuelle de 200 speciedaler est gracieusement accordée à l'étudiant Niels Henrich Abel pendant 2 ans, pour la continuation de ses études à l'Université norvégienne, afin d'étudier en particulier les langues savantes et autres sciences auxiliaires importantes pour son étude principale, les mathématiques.«

* Le ministère de l'instruction publique adressa le même jour une note au ministère des finances, le priant de faire le nécessaire pour que la bourse d'Abel lui soit payée par le Trésor.

Ceci est communiqué à titre d'avis et pour être porté à la connaissance de M. l'étudiant Abel.

Christiania, le 12 avril 1824

TRESCHOW

P. Holst

XV. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A ABEL

[17 avril 1824]

Le 29 du mois dernier, il a plu à Sa Majesté le Roi de décréter gracieusement: qu'une subvention annuelle de 200 speciedaler vous est gracieusement accordée pendant 2 ans pour la continuation de vos études à l'université norvégienne, afin d'étudier en particulier les langues savantes et autres sciences auxiliaires importantes pour votre étude principale, les mathématiques, ce qui vous est communiqué par la présente, à titre d'avis.

XVI. ABEL AU CONSEIL ACADEMIQUE

J'ai reçu avec une joie et une reconnaissance très vives l'avis qui m'a été transmis par le conseil, qu'une bourse m'a été accordée; mais comme je ne sais où ni comment je toucherai cette bourse, je prends la liberté de m'adresser au haut conseil pour être renseigné à ce sujet. —

Respectueusement

Christiania, le 1er mai 1824 N. H. ABEL

Au
conseil académique.

XVII. PETITION AU ROI

Christiania, le 1er juillet 1825

L'étudiant Niels Henrik Abel demande humblement une bourse de voyage de 600 species d'argent par an pour étudier pendant deux ans les sciences mathématiques dans les Universités de Paris et de Göttingen.

Au Roi!

Dès mes premières années d'école j'ai étudié les mathématiques avec grand plaisir, et j'ai continué cette étude pendant les deux premières années que j'ai passées à l'Université. Mes progrès non sans succès ont amené le conseil acadé-

mique à me recommander pour la subvention qu'il a plu gracieusement à Votre Majesté de m'accorder sur le Trésor, pour que je puisse continuer mes études à l'Université norvégienne, et en même temps cultiver davantage les langues savantes. Depuis lors j'ai, du mieux que j'ai pu, conjointement aux sciences mathématiques, étudié les langues anciennes et modernes, parmi ces dernières principalement le français. Après m'être ainsi efforcé, grâce aux ressources actuelles, dans le pays, de me rapprocher du but assigné, il me serait extrêmement utile, par un séjour à l'étranger près de plusieurs universités, surtout à Paris, où il se trouve aujourd, hui tant de mathématiciens éminents, d'apprendre à connaître les productions les plus récentes de la science, et de profiter des indications des hommes qui l'ont portée de notre temps à une si grande hauteur. J'ose donc, en raison de ce qui précède, et des attestations ci-jointes de mes supérieurs, prier très humblement Votre Majesté qu'il me soit accordé gracieusement une bourse de voyage de 600 species d'argent par an, pour continuer pendant deux ans, à Paris et à Göttingen, à cultiver les sciences mathématiques.

Très humblement
N. H. Abel

XVIII. RECOMMANDATION DE HANSTEEN

Très humble déclaration.

L'étudiant Nils Henrik Abel, qui est entré à l'Université en 1821, a montré dès ses premiers débuts des dispositions si remarquables pour les sciences mathématiques, que plusieurs professeurs de l'Université, considérant sa situation besoigneuse, ont pris plaisir à contribuer en se cotisant, à lui offrir la possibilité, par une prolongation de séjour à l'Université, de poursuivre l'étude d'une science pour laquelle la nature lui a donné une si incontestable vocation. Pendant le temps qu'il a ainsi, et surtout grâce à la subvention de Votre Majesté, passé à l'Université, il a, dans plusieurs mémoires publiés dans le »Magasin pour les sciences physiques et naturelles« qui est édité ici, et plus encore par un travail plus important, non encore imprimé, relatif à un perfectionnement de méthode dans le calcul intégral, donné des preuves d'une ardeur et d'une puissance de travail rares, en même temps que de capacités exceptionnelles. — Son caractère et sa moralité méritent un éloge égal, ce dont j'ai eu occasion de me convaincre par mes relations personnelles avec lui. Comme quelques indications des hommes les plus éminents dans une science ont souvent plus d'influence que la lecture prolongée des livres, je crois qu'un séjour de deux ans parmi les mathématiciens les plus éminents de notre temps serait pour M. le candidat Abel extrêmement profitable, et que la patrie, dans ces conditions, aura l'espoir le

plus fondé de gagner en lui un savant dont elle aura honneur et profit. En conséquence j'ose trè humblement recommander la pétition de M. le candidat Abel à la très gracieuse bienveillance de Votre Majesté.

Christiania le 1er juillet 1825

Très humblement
CHRIST. HANSTEEN

XIX. RECOMMANDATION DE RASMUSEN

L'étudiant N. H. Abel, à qui, en considération de ses remarquables progrès en mathématiques, a été gracieusement consentie une bourse extraordinaire de 200 species sur le Trésor pour la continuation de ses études ici à l'Université, demande maintenant, par la fréquentation d'hommes qui sont célèbres comme autorités dans les mathématiques, et en se servant des bibliothèques qui ont des collections excellentes de livres mathématiques, à poursuivre ses études à l'étranger. Il demande à cet effet qu'on lui accorde sur le Trésor 600 species d'argent par an pendant 2 ans. Comme l'étudiant Abel a pour les sciences mathématiques des dispositions naturelles excellentes, et qu'il travaille dans les parties les plus abstraites de la mathématique avec une ardeur exceptionnellement soutenue, je le considère comme extrêmement digne de la subvention demandée. Rarement on peut se promettre de jeunes étudiants autant que de l'étudiant Abel, qui sans doute se fera un jour avantageusement connaître en Europe par des recherches dans les mathématiques théoriques. C'est donc avec le plus grand plaisir que je me rends au désir de l'étudiant Abel, et que je me permets humblement de recommander que sa demande lui soit gracieusement accordée.

Christiania le 1er juillet 1825

Humblement
RASMUSEN

XX. LETTRE D'ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE, JOINTE A LA PRÉCÉDENTE

Le soussigné prend la liberté d'adresser au haut conseil une pétition à Sa Majesté le Roi pour une bourse de voyage, avec le désir très respectueux d'obtenir la puissante recommandation du conseil. Une fois déjà le haut conseil a appuyé une pareille pétition, et comme depuis lors, par l'étude des langues anciennes et modernes, en même temps que des sciences mathématiques, je me suis particulièrement efforcé d'acquérir les connaissances qui peuvent me mettre en mesure de profiter utilement

d'un séjour à l'étranger, j'ose peut-être me flatter que le conseil me recommandera cette fois encore.

Christiania le 2 juillet 1825

Respectueusement

NIELS HENRIK ABEL

XXI. APOSTILLE DU CONSEIL ACADÉMIQUE SUR LA PÉTITION D'ABEL AU ROI

D'accord avec les déclarations ci-jointes et très pressantes des deux professeurs de mathématiques de l'Université, le conseil se permet de recommander très humblement le pétition du solliciteur à une gracieuse approbation. —

Christiania, au Conseil académique, le 2 juin 1825

Très humblement

HERSLEB LANGE PLATOU RATHKE THULSTRUP

XXII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITE

Au prochancelier de l'Université,

M. le ministre Treschow

Commandeur et Chevalier etc.

Le conseil recommande respectueusement à votre sollicitude bienveillante la très humble pétition ci-incluse de l'étudiant Niels Henrik Abel pour une bourse de voyage de 600 species d'argent par an, afin d'étudier pendant deux ans les sciences mathématiques dans les universités de Paris et de Göttingen.

Au conseil académique; Christiania le 4 juillet 1825

HERSLEB LANGE PLATOU S. RASMUSEN RATHKE

Honoratus Bonnevie

XXIII. APOSTILLE DU PROCHANCELIER

Cette affaire est recommandée au ministère de l'instruction publique et des cultes du gouvernement royal norvégien, en vue de provoquer un gracieux décret.

Christiania le 8 juillet 1825

respectueusement

TRESCHOW

XXIV. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Par la voie du prochancelier de l'université, le ministère a reçu une très humble pétition de Niels Henrich Abel, avec la recommandation de l'honorable conseil, pour une bourse de voyage de 600 spdl. par an, afin d'étudier pendant deux ans les sciences mathématiques aux universités de Paris et de Göttingen. Avant que le ministère se trouve en état de faire un rapport sur cette pétition, comme ni celle-ci, ni les explications présentées ne renferment quelque chose là-dessus, il demande qu'il lui soit communiqué les renseignements plus détaillés par l'honorable conseil, sur le point de savoir si l'Université peut prendre à sa charge les frais d'une pareille bourse de voyage, et si le conseil ne pense pas que l'on pourrait diminuer le montant de la bourse, puisque les études du pétitionnaire ne rendent pas nécessaires des voyages étendus, mais exigent seulement son séjour dans deux villes déterminées.

Christiania le 12 juillet 1825

P. C. Holst

P. Holst

XXV. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le ministère royal a demandé au conseil par lettre du 12 de ce mois des renseignements plus détaillés sur la très humble pétition de l'étudiant Niels Henrik Abel, pour une bourse de 600 species d'argent par an pendant deux ans, afin d'étudier les sciences mathématiques dans les universités de Paris et de Göttingen.

En conséquence, le conseil a l'honneur de déclarer respectueusement que l'Université n'a aucunement le moyen, sur les ressources qui lui sont attribuées, de faire les frais d'une pareille bourse; aussi se permet-on de déclarer que le conseil, considérant ce qui a été accordé au professeur de langues orientales Holmboe, n'a pas cru devoir proposer l'étudiant Abel pour une bourse inférieure à celle spécifiée plus haut, alors que son manque absolu de fortune et de ressources privées le mettra probablement dans l'impossibilité de s'en tirer avec une moindre somme, puisque non seulement il a besoin d'aide pour vivre et séjourner à l'étranger, mais aussi pour s'équiper et pour acheter nombre d'ouvrages coûteux indispensables pour ses études.

Au conseil académique; Christiania le 19 juillet 1825

Lange Platou S. Rasmusen Rathke Thulstrup Hersleb

Lundh

XXVI. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MINISTÈRE DES FINANCES

Par décret gracieux du 29 mars de l'an dernier, il a été accordé à l'étudiant Niels H. Abel, pour deux ans, une subvention annuelle sur le Trésor de 200 spd. pour la continuation de ses études ici à l'université, afin qu'il se prépare à pouvoir visiter utilement les universités étrangères. Maintenant le ministère a reçu de lui une pétition pour une bourse de voyage de 600 species d'argent par an pour séjourner pendant deux ans, dans le but précité, aux universités de Paris et de Göttingen. En transmettant cette pétition avec pièces annexes, et les renseignements fournis à son sujet par le conseil académique, le ministère est prié de donner son avis, et de dire si une pareille bourse pourrait lui être accordée sur le Trésor.

Christiania le juillet 1825

P. C. Holst

P. Holst

XXVII. LE MINISTÈRE DES FINANCES AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Rien ne s'oppose, du côté de ce ministère, à ce que l'étudiant Niels Henrik Abel reçoive sur le Trésor une bourse de voyage de 600 species d'argent par an pendant deux ans, du 1er juillet 1825 jusqu'au 1er juillet 1827, pour étudier les sciences mathématiques à Paris et à Göttingen, pourvu cependant que la subvention de 200 spd. par an sur le Trésor, qui lui a été attribuée par décret royal gracieux du 29 mars de l'année dernière, cesse à dater du 1er juillet de cette année; ceci est adressé en réponse à la lettre de l'honorable ministère du 29 du mois dernier. —

Les pièces annexes transmises sont renvoyées sous ce pli.

Christiania le 3 août 1825.

Jonas Collett

Rye

XXVIII. PROPOSITION DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

[5 août 1825]

L'étudiant Niels Henrik Abel a été, par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière, gratifié pour une durée de deux ans d'une subvention annuelle de 200 spd. pour la continuation de ses études ici à l'Université, afin d'étudier en particulier les

langues vivantes* et autres sciences importantes pour son étude principale, les mathématiques, pour lesquelles il a fait preuve d'un rare talent. Ledit étudiant Abel a présenté une humble pétition pour une bourse de voyage de 600 species d'argent, afin d'étudier pendant deux ans les sciences mathématiques aux universités de Paris et de Göttingen. Les professeurs Rasmusen et Hansteen portent témoignage qu'il a un talent remarquable pour les mathématiques, science dans laquelle il a, au dire de ce dernier, écrit plusieurs mémoires reçus depuis dans le Magasin des sciences physiques, et rédigé un travail d'une plus grande étendue sur une amélioration de méthode dans le calcul intégral, travaux qui témoignent d'une ardeur et d'une puissance de travail rares, autant que de capacités exceptionnelles. Le professeur Hansteen a aussi parlé avec éloge de sa moralité et de son caractère. La pétition est appuyée tant par les professeurs précités que par le conseil académique, qui l'a transmise par la voie du prochancelier de l'Université. Le ministère des finances, du commerce et des douanes, dont l'avis a été demandé, a déclaré qu'il n'a aucune opposition à faire à ce qu'il soit accordé sur le Trésor 600 spd. pendant deux ans, du 1er juillet 1825 jusqu'au 1er juillet 1827, pourvu que la subvention déjà consentie cesse à dater du 1er juillet dernier. Considérant les témoignages ci-dessus en faveur du pétitionnaire, ce ministère ne peut que présumer également que la demande doit être gracieusement accordée, mais que la bourse, à son avis, afin qu'aucune partie du temps de séjour près des universités étrangères ne soit perdue, doit être comptée depuis le moment où il partira en voyage, et qu'en attendant il devra jouir de la subvention annuelle qui lui a été accordée par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière.

Il est donc proposé très humblement:

qu'il soit accordé gracieusement à l'étudiant Niels Henrik Abel sur le Trésor une bourse de voyage de 600 species d'argent par an pendant deux ans pour étudier les sciences mathématiques dans les universités de Paris et de Göttingen, bourse qui sera comptée depuis le jour où il partira en voyage; et qu'il jouisse jusqu'à ce moment de la bourse qui lui a été accordée par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière. —

XXIX. ABEL AU MINISTRE P. C. HOLST

Je prends la liberté d'adresser à M. le ministre le plan projeté pour mon voyage à l'étranger, que vous m'avez chargé de rédiger. Il est très possible que la con-

* On avait d'abord écrit „savantes", qui a été ensuite remplacé par „vivantes".

naissance de la situation plus précise rende nécessaires quelques changements; je crois pourtant que dans l'ensemble il faudra le suivre.

Christiania le 7 août 1825

Respectueusement

S. T. N. H. Abel

M. le ministre P. C. Holst.

XXX. LE SECRÉTARIAT D'ÉTAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le 27 du mois dernier il a plu à Sa Majesté d'approuver gracieusement la proposition du gouvernement du 9 juillet dernier:

»Qu'il soit gracieusement accordé à l'étudiant Niels Henrik Abel sur le Trésor une bourse de voyage de 600 species d'argent par an pendant 2 ans pour étudier les sciences mathématiques dans les universités de Paris et de Gøttingen, laquelle bourse sera comptée du jour où il partira en voyage, et qu'il jouisse jusqu'à ce moment de la subvention de 200 spd. par an pendant 2 ans qui lui a été accordée par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière.«

Ce qui est communiqué, en même temps que sont renvoyées les pièces de l'affaire.

Christiania, le 5 septembre 1825

J. H. Vogt

Bernhoft

XXXI. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE A ABEL*

Le 27 du mois dernier il a plu à Sa Majesté le Roi de vous accorder gracieusement sur le Trésor, pour 2 ans, une bourse de voyage de 600 species d'argent, pour étudier les sciences mathématiques dans les Universités de Paris et de Göttingen, laquelle bourse sera comptée du jour où vous partirez en voyage, en sorte que vous jouirez jusqu'à ce moment de la subvention de 200 spd. par an pendant 2 ans qui vous a été accordée par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière. Ceci vous est communiqué à titre de renseignement. Les certificats dont vous avez été l'objet vous sont renvoyés en même temps.

Christiania le 6 septembre 1825

P. C. Holst

P. Holst

* Une lettre a été adressée également au ministère des finances.

XXXII. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

En raison de mon prochain voyage à l'étranger, je prends la liberté d'informer le haut conseil que je quitte la place que j'ai occupée jusqu'à présent à la Fondation universitaire.

Respectueusement

Christiania le 6 septembre 1825

N. H. Abel

Au haut conseil universitaire!

XXXIII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Le 27 du mois dernier, il a plu à S. Maj. le Roi d'accorder à l'étudiant Niels Henrich Abel sur le Trésor une bourse de voyage de 600 species d'argent pendant 2 ans pour étudier les sciences mathématiques dans les universités de Paris et de Göttingen, bourse qui sera comptée depuis le jour où il partira en voyage, et il jouira jusqu'à ce moment de la subvention de 200 spd. par an pendant 2 ans qui lui a été accordée par décret gracieux du 29 mars de l'année dernière. En informant le conseil de ce gracieux décret, le ministère ne saurait manquer de transmettre un projet rédigé par l'étudiant Abel pour le voyage qu'il entreprend, et d'inviter l'honorable conseil à exprimer officiellement son avis à ce sujet.

Christiania le 8 septembre 1825

P. C. Holst

P. Holst

XXXIV. EXTRAIT DU REGISTRE DES DÉLIBÉRATIONS DU CONSEIL ACADÉMIQUE

41ème Séance, le 10 Septembre 1825.

Le ministère de l'instruction publique informe que Sa Majesté a accordé le 27 août à l'étud. Niels Henrik Abel [— — — etc].

Nota. Le projet du plan de voyage a été remis au Professeur Rasmusen pour l'étudier. *

* Malgré des recherches minutieuses il a été impossible de trouver d'autres traces de ce plan de voyage.

XXXV. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ

Au Prochancelier de l'Université
le ministre Comte Treschow
Commandeur de l'ordre de l'Etoile du Nord etc.

Le Professeur Rasmussen quittant l'Université, le poste de professeur de mathématiques est devenu vacant. M. le Professeur a depuis sa nomination au poste de caissier général continué à faire les cours dans cette science, mais cela finira avec le présent semestre. Le conseil considère donc de son devoir de vous prier de faire en sorte que ledit poste de professeur soit rempli assez tôt pour que les cours ordinaires puissent être faits pendant le prochain semestre universitaire; et l'on se permet aussi respectueusement de recommander que cette affaire soit réglée le plus rapidement possible, en raison du peu de temps qui reste à courir, car les cours doivent commencer au milieu du mois de janvier prochain, et un »docent« nouvellement nommé aura sans doute besoin de quelque temps pour se préparer au cours qu'il se proposera de développer.

Au conseil académique; Christiania le 19 novembre 1825.

THULSTRUP RATHKE STENERSEN STEENBUCH G. SVERDRUP JAC. KEYSER

Honoratus Bonnevie

XXXVI. LETTRE D'ENVOI DU PROCHANCELIER

Le conseil académique, dans la note ci-jointe du 19 novembre, fait observer qu'il est nécessaire qu'un professeur de mathématiques soit nommé le plus tôt possible à l'Université à la place du Professeur Rasmusen, qui, à la fin de l'année, cessera de faire les cours prescrits. Comme le conseil, cette fois encore, n'a pas indiqué comment il pense que la nomination aura lieu dans les meilleures conditions, et comme, en ce qui concerne cette sorte de fonctions, il n'est ni pratique, ni peut-être utile de les déclarer vacants, selon la manière ordinaire, je soumets à cette occasion à la judicieuse appréciation du ministère royal, si le mieux n'est pas que, aussitôt que se produisent de semblables vacances, l'avis du conseil soit aussitôt demandé sur la question de savoir si l'on doit et peut y pourvoir immédiatement avec quelque personne connue, savante et capable, ou bien, selon les circonstances, avec quelqu'un qui en serait provisoirement chargé. Je ne doute pas que, dans le cas actuel, le ministère royal, aussi bien que le conseil, si son avis lui est demandé, ne reçoivent

les meilleurs avis à ce sujet des Professeurs Rasmusen et Hansteen, qui sont certes parfaitement informés de la science et des talents des personnes qui pourraient à cette occasion entrer surtout en ligne de compte.

Mellemtøien le 25 novembre 1825 TRESCHOW

XXXVII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

L'honorable conseil a, par lettres au prochancelier du 31 du mois dernier et du 19 de ce mois, adressé une demande de nomination de 2 nouveaux professeurs, 1 de droit et 1 de mathématiques à l'Université, à l'occasion du départ des Professeurs Rasmussen et Lange . A ce sujet, le ministère prie le conseil de vouloir bien donner son avis sur les personnes qu'il estime aptes à remplir ces fonctions, et dire si elles devraient être nommées à titre de docent, lecteur ou professeur, ou encore, si elles devraient n'être pourvues de l'une de ces qualités que d'une façon provisoire. A cette occasion, le miuistère doit prier également l'honorable conseil, lorsque des vacances se produisent parmi les emplois de professeurs de l'Université, de présenter une note sur la nécessité de pourvoir au poste vacaut, et sur la personne qu'il estime particulièrement apte à la remplir.

Christiania, le 28 Novembre 1825.

DIRIKS

P. Holst

XXXVIII. LE CONSEIL ACADEMIQUE A LA FACULTE DE PHILOSOPHIE

[5 décembre 1825]

En vertu d'une invitation du ministère des cultes et de l'instruction publique du gouvernement royal norvégien, à faire une proposition pour la nomination au poste vacant de professeur de mathématiques, le conseil se permet de prier l'honorable faculté de communiquer son avis à ce sujet.

XXXIX. AVIS DE LA FACULTÉ

Au
conseil académique de l'Université norvégienne.

Au sujet de la note de l'honorable conseil, invitant la faculté à proposer un homme capable de remplir le poste de professeur de mathématiques vacant à l'Uni-

versité, on prend la liberté de déclarer que l'on connait deux hommes que leurs connaissances rendent parfaitement dignes d'occuper ledit poste: Bernt M. Holmboe, professeur (Overlærer) à l'école cathédrale de Christiania, et Niels Abel, étudiant.

Le premier a, pendant 8 ans, comme professeur de mathématiques à l'école cathédrale, manifesté d'excellentes aptitudes, et en outre montré par des écrits publiés, qu'il possède des connaissances étendues et approfondies en mathématiques, et de plus, ayant depuis 10 ans servi de secrétaire à M. le professeur Hansteen, il est particulièrement connu de l'Université comme extrêmement capable et digne de son poste.

De même on a eu occasion d'apprendre à connaître le rare talent de l'étudiant Abel pour les mathématiques et ses grands progrès dans cette science, tant par ses 5 années d'études à l'Université, que par ses mémoires publiés. On doit seulement faire observer qu'il est en ce moment en voyage à l'étranger, qu'il n'est parti que l'été dernier, et qu'on ne pourrait le faire revenir sans inconvénient pour l'avenir de ses études, et l'on pense aussi que, tel qu'on le connait il ne pourrait pas s'adapter aussi aisément à la capacité des jeunes étudiants, et que par suite il ne pourrait pas enseigner les éléments des mathématiques aussi efficacement, ce qui est lo chose principale dans ledit poste de professeur, qu'un maître plus exercé; par contre on le considère comme spécialement désigné pour remplir un poste de professeur de mathématiques supérieures, que l'on pourrait peut-être espérer, plus tard, voir créer à l'Université.

Pour ces raisons, on croit devoir, pour la nomination à ce poste, recommander en première ligne le professeur [Overlærer] Holmboe; on considère en même temps comme un devoir de faire observer combien il est important, anssi bien pour les sciences en général, que pour notre Université en particulier, que l'on ne perde pas de vue l'étudiant Abel.

Christiania, à la Faculté de philosophie,* le 6 décembre 1825

G. Sverdrup

J. C. Holmboe

XL. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITE

Au prochancelier de l'Université

M. le ministre Treschow

Commandeur et chevalier etc

Comme suite à l'invitation du ministère des Cultes et de l'instruction publique du gouvernement royal norvégien, en date du 28 du mois dernier, à faire une propo-

* Le compte-rendu de cette séance dans le registre des délibérations de la faculté de philosophie, est signé: G. Sverdrup, Jac. Keyser, Rathke, C. A. Holmboe et Bugge.

sition pour la nomination au poste vacant de professeur de mathématiques à l'Université, le conseil a l'honneur, conformément à l'avis donné par la Faculté de philosophie, d'attirer l'attention sur deux hommes, que leurs connaissances [— — — identique à la proposition de la faculté.]

Conseil académique; Christiania le 16 décembre 1825

THULSTRUP RATHKE STENERSEN G. SVERDRUP JAC. KEYSER

Honoratus Bonnevie

XLI. APOSTILLE DU PROCHANCELIER

Je dois absolument approuver la proposition de la faculté, relativement à la nomination au poste de professeur de mathématiques à l'Université, et je la recommande en conséquence, afin qu'elle aboutisse à un gracieux décret conforme.

Mellemtoien le 22 décembre 1825

TRESCHOW

XLII. PROPOSITION DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

[6 janvier 1826]

Par la gracieuse nomination du professeur Rasmussen au poste de caissier du Trésor, l'unique poste de professeur de mathématiques pures à l'Université est devenu vacant, et le conseil académique a demandé que ce poste fût pourvu le plus vite possible d'un titulaire. Il a proposé la nomination du professeur (overlærer) à l'école cathédrale de Christiania Bernt Holmboe, qui a pendant 8 ans, comme professeur de mathématiques, manifesté d'excellentes aptitudes, et en outre montré par des écrits publiés, qu'il possède des connaissances étendues et approfondies en mathématiques, et qui, de plus, ayant depuis 10 ans servi de secrétaire au professeur Hansteen, est particulièrement connu de l'Université comme extrêmement capable et digne de son poste. Le conseil a cité en même temps l'étudiant Abel, qui est maintenant en voyage à l'étranger, comme un mathématicien extrêmement capable; mais il ne croit pas que celui-ci doive être nommé pour le moment, parceque son voyage scientifique serait interrompu, et parce qu'il n'a pas le don de s'adapter facilement à la capacité des jeunes étudiants. Conformément à cette proposition, à laquelle le prochancelier de l'Université adhère absolument, il est humblement proposé:

> que le professeur (overlærer) à l'ècole cathédrale de Christiania Bernt M. Holmboe soit gracieusement nommé lecteur en mathématiques à l'Université, avec rang parmi les lecteurs aprés le lecteur Messel.

XLIII. LE SECRETARIAT D'ETAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION

Le 4 courant il a plu à Sa Majesté d'approuver la proposition du gouvernement du 10 janvier de cette année que:

»Le professeur (overlærer) à l'école classique de Christiania, Bernt Michael Holmboe, soit gracieusement nommé lecteur de mathématiques à l'Université, avec le traitement déterminé pour les lecteurs, et en outre qu'il prenne place parmi les lecteurs après le lecteur Messel«

ce dont avis, en même temps que sont renvoyées les pièces de l'affaire, en ajoutant que le brevet gracieusement préparé est déposé chez le caissier des redevances où il pourra être retiré moyennant une redevance que le ministère précisera.

Christiania le 14 février 1826

PLATOU

Bernhoft

XLIV. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE*

Le 4 de ce mois il a plu à Sa Majesté le Roi de nommer gracieusement le professeur (overlærer) à l'école cathédrale de Christiania Bernt Michael Holmboe lecteur en mathématiques à l'Université, avec les appointements ordinaires des lecteurs, en sorte qu'il prendra rang parmi les lecteurs après le lecteur Messel. —

Ceci est transmis à titre d'information, et pour être porté à la connaissance de l'intéressé, avec l'observation que le brevet gracieusement préparé pour le Lecteur Holmboe est déposé chez le caissier des redevances du gouvernement pour être retiré contre paiement d'un droit de 21 spdl: —

Christiania le 15 février 1826

DIRIKS

P. Holst

Au
Conseil académique

XLV. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Comme le conseil académique par sa puissante recommandation de ma pétition à Sa Majesté le Roi demandant une subvention pour un voyage à l'étranger afin de continuer à cultiver les sciences mathématiques, a fortement contribué à la réalisation

* Pareille lettre fut aussi adressée au prochancelier, au lycée de Kristiania et au ministère des finances.

de mon désir, je considère comme mon devoir d'informer l'honorable conseil que je suis maintenant de retour, après m'être efforcé du mieux que j'ai pu d'atteindre le but assigné au voyage. En exprimant ma respectueuse reconnaissance pour la part prise par le conseil à l'obtention de ce résultat, je me recommande de nouveau à la faveur bienveillante du conseil.

Respectueusement

Christiania le 2 juin 1827 NIELS HENRIK ABEL

Au
Conseil académique.

XLVI. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ

Au
prochancelier de l'Université
M. le ministre Treschow,
Commandeur et chevalier etc

Le candidat en philosophie Niels Henrik Abel, à qui par gracieux décret royal du 27 août 1825 a été accordée une bourse de voyage de 600 spd. par an pendant deux ans, pour étudier les sciences mathématiques aux universités de Göttingen et de Paris, a par lettre du 2 de ce mois informé le conseil qu'il est maintenant de retour, après avoir accompli son voyage à l'étranger.

Le conseil a considéré comme son devoir de vous en rendre compte et, regrettant que la situation financière de l'Université la mette dans l'impossibilité absolue d'offrir à M. Abel la subvention dont il a besoin, étant pour le moment sans situation, on ne peut faire autre chose que de le recommander le plus chaudement, afin qu'il soit pris en considération pour une subvention provisoire par les pouvoirs publics, comme un homme qu'il importe, vu son talent exceptionnel reconnu dans sa science, de conserver pour sa patrie, et spécialement pour l'Université. Le conseil se permet en conséquence de vous prier d'exercer votre puissante influence dans ce sens, et rappelle en même temps que M. Abel a déjà depuis longtemps été trouvé digne de l'attention spéciale des pouvoirs publics, et que notamment, par gracieux décret royal du 29 mars 1824, rendu sur la proposition du conseil au ministère des cultes et de l'instruction publique du 11 janvier de la même année, il lui fut accordé une subvention annuelle (qu'il a touchée jusqu'au moment de son voyage à l'étranger) de 200 spd. pour la continuation de ses études à l'Université, et pour, en outre, étudier les

langues savantes et autres sciences importantes pour son étude principale, les mathématiques.

Christiania, en conseil académique, 5 juin 1827

JAC. KEYSER STEENBLOCH BUGGE STENERSEN HJELM

N. SØRENSSEN

Honoratus Bonnevie

XLVII. APOSTILLE DU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITE

De même que Sa Majesté royale, sur l'humble proposition favorable de son gouvernement norvégien, a gracieusement accordé au pétitionnaire une subvention pour la continuation de ses études, tant à l'étranger qu'ici, je ne doute pas non plus qu'une semblable subvention, avec l'appui influent dudit haut gouvernement lui sera encore gracieusement accordée, jusqu'au moment où il sera nommé d'une manière convenable à quelque fonction afin que les fruits, tant de son extraordinaire talent pour les mathématiques supérieures, que des dépenses déjà faites à cet égard, ne soient pas perdus pour le pays.

Mellemtøien, 8 juin 1827

TRESCHOW

XLVIII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MINISTÈRE DES FINANCES

Au sujet de la demande ci-jointe du conseil académique, recommandée par le prochancelier de l'Université, et tendant à faire attribuer une subvention provisoire convenable sur le Trésor à l'étudiant Abel, de retour après son voyage scientifique à l'étranger et maintenant sans position, attendu que la situation financière de l'Université la met dans l'impossibilité de lui offrir aucun soutien, nous vous prions, avant d'examiner l'affaire, de nous donner votre avis. —

Christiania le 13 juin 1827.

DIRIKS

P. Holst

XLIX. LE MINISTÈRE DES FINANCES AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

En renvoyant la demande du conseil académique relative à une subvention provisoire pour l'étudiant Abel sur le Trésor, reçue avec la lettre de l'honorable ministère du 13 de ce mois, on fait savoir qu'il ne sera pas possible de rien donner sur le Trésor dans le but indiqué.

Christiania le 20 juin 1827

JONAS COLLETT

Rye

L. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Après pourparlers avec le ministère royal des finances, du commerce et des douanes au sujet de la demande reçue du conseil académique relativement à une subvention provisoire sur le Trésor pour l'étudiant Abel, on a été informé par ledit ministère qu'il ne pourra être rien donné sur le Trésor dans le but indiqué. Dans ces conditions, ce ministère ne se voit pas en mesure pour le moment de provoquer aucune subvention en faveur de M. Abel, ce dont information est donnée par la présente. —

Christiania le 3 juillet 1827.

DIRIKS

P. Holst

LI. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Déjà depuis longtemps j'avais l'idée, en me consacrant tout à fait à l'étude des mathématiques, de me rendre digne un jour d'être nommé professeur à l'université. J'ose peut-être me flatter, maintenant que j'ai terminé mon voyage à l'étranger, d'avoir acquis des connaissances qui peuvent être considérées comme suffisantes à cet effet, et que par conséquent, lorsque les circonstances le permettront, j'obtiendrai une situation à l'Université. Mais jusque-là, en supposant qu'une telle situation pourra m'échoir, je suis absolument sans ressources pour me procurer même les choses les plus nécessaires, et il en a été ainsi depuis mon retour. Pour pouvoir vivre, je vais me voir obligé d'abandonner complètement mes études, ce qui me serait excessivement douloureux, maintenant precisément que j'espérais pouvoir rédiger

plusieurs travaux mathématiques commencés, grands et petits. Cela me ferait d'autant plus de tort que je serais alors obligé d'interrompre une carrière d'auteur déjà commencée à l'étranger, ayant été notamment collaborateur dans le »Journal der reinen und angewandten Mathematik«, de Crelle, paraissant à Berlin, dont je prends la liberté de joindre les cahiers parus jusqu'à présent.

J'ose donc demander au haut Conseil une subvention, aux conditions que le conseil trouvera convenables.

Respectueusement

Christiania le 23 juillet 1827 NIELS HENRIK ABEL

Au haut conseil académique!

LII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le candidat en philosophie Niels Henrik Abel expose au conseil dans la lettre ci-jointe du 23 de ce mois, qu'il s'est entièrement consacré, dans l'espoir de devenir un jour professeur à l'université, à l'étude des mathématiques, — qu'il est en ce moment absolument sans ressources pour se procurer même les choses les plus nécessaires, et qu'il en a été ainsi depuis son retour de l'étranger, — et que, pour pouvoir vivre, il se verrait obligé d'abandonner presque complètement ses travaux, et d'interrompre plusieurs mémoires mathématiques commencés, comprenant entre autres sa part de collaboration dans le »Journal der reinen und angewandten Mathematik von Crelle», paraissant à Berlin, dont il a annexé les cahiers parus jusqu'à présent.

Il demande en conséquence une subvention, sous telles conditions que l'on trouvera convenables.

Bien que le ministère royal, par lettre du 3 de ce mois, au sujet de la proposition du conseil adressée par la voie du prochancelier le 5 du mois dernier, ait informé le conseil que le ministère, après avoir pris l'avis du ministère des finances, ne se trouvait pas en mesure, pour le moment, de faire accorder aucune subvention à M. Abel, le conseil n'en considère pas moins comme son devoir de recommander de nouveau cette affaire à l'attention bienveillante du ministère royal.

Le conseil se permet d'estimer superflu de s'étendre plus longuement qu'on ne l'a fait souvent déjà, sur le talent exceptionnel de M. Abel dans sa science. Les mérites de sa production sont dejà reconnus non seulement dans son pays, mais aussi à l'étranger. Le conseil se permet seulement ici de présenter cette observation, que M. Abel a déjà depuis longtemps reçu de tels encouragements de la part des pouvoirs publics à continuer dans la voie où il était entré, qu'il semble avoir acquis par là un droit à la continuation de leur appui, de même qu'il se considère

certainement en retour comme obligé à consacrer avant tout à sa patrie son zèle et son talent. Il serait en conséquence peu équitable, maintenant qu'il a atteint dans sa science un niveau plus élevé, et qu'il n'a pas déçu les espérances que l'on fondait sur son talent remarquable, d'en venir à le mettre dans la nécessité d'abandonner la science, afin de pouvoir gagner le minimum indispensable. Il est probable que la subvention sur le Trésor, dont il peut-être ici question, ne sera pas nécessaire pendant bien longtemps, puisqu'il y a lieu de prévoir dès maintenant, à l'occasion du prochain voyage du professeur Hansteen en Sibérie, que l'on fera appel aux services de M. Abel à l'Université.

En conséquence, le conseil demande que, conformément à ce qui fut accordé par gracieux décret royal du 29 mars 1824, le cand. en phil. Niels Henrik Abel soit pourvu d'une subvention annuelle sur le Trésor de 200 spd., comptée depuis son retour de l'étranger, jusqu'à ce qu'il ait une situation.

Christiania, au Conseil académique 31 juillet 1827

Jac. Keyser Steenbloch Bugge Stenersen H. Sørenssen

Honoratus Bonnevie

LIII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

L'honorable conseil a, par lettre du 31 du mois dernier, demandé que, conformément à ce qui fut accordé par gracieux décret royal du 24 mars 1824, le cand. en phil. Niels Henrik Abel soit pourvu d'une subvention annuelle sur le Trésor de 200 spd., comptée depuis son retour de l'étranger, jusqu'à ce qu'il ait une situation. A ce sujet le ministère doit rappeler conformément à sa lettre du 3 du mois dernier, qu'à l'égard d'une semblable dépense sur le Trésor, aucune somme ne figure au budget, et qu'il ne se trouve pas en mesure de provoquer aucune subvention en faveur de M. Abel, le ministère propose donc à l'honorable conseil d'aider M. Abel au moyen d'une avance sur la caisse de l'Université, qui pourra être remboursée lorsque, ainsi que la lettre du conseil en donne l'assurance certaine, il sera fait appel aux services de M. Abel à l'université. Les pièces annexes à ladite lettre sont renvoyées sous ce pli.

Christiania le 18 août 1827

Diriks

Messell
Commis principal.

LIV. LE CAISSIER DE L'UNIVERSITÉ MANDALL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Christiania le 27 août 1827

Feu le prêtre de paroisse à Gjerrestad Søren G. Abel a par acte enregistré grevé la propriété de Lunde, qu'il possédait à Gjerrestad, d'une rente foncière annuelle d'une demi tonneau de grain en faveur de l'université norvégienne. — Cette maison est encore possédée et habitée par la veuve, qui serait dans une situation des plus précaires. —

Sur le droit susdit, il reste encore dû environ 26 spd., de laquelle somme le fils, M. l'étudiant N. H. Abel, dans l'attente d'une situation à l'Université, m'a promis oralement de se charger, lors qu'il aurait les moyens d'en solder le montant par à-compte.

Je me permets donc de soumettre la conclusion de cette affaire à l'appréciation du haut conseil.

Très respectueusement

MANDALL

LV. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A LA FACULTE DE PHILOSOPHIE

[27 août 1827]

Au sujet de la demande ci-jointe, du 23 du mois dernier, du candidat en philosophie Niels Henrik Abel, en vue d'obtenir une subvention, dans telles conditions que le conseil trouvera convenables, le conseil prie l'honorable faculté de donner son avis, et l'on joint en même temps les cahiers, adressés par M. Abel, du Journal der reinen und angewandten Mathematik von Crelle.

LVI. AVIS DE LA FACULTE

Au
conseil académique

En réponse à l'invitation de l'honorable conseil par lettre du 27 dernier à donner un avis au sujet d'une demande de l'étudiant Abel en vue d'obtenir une subvention de l'Université, afin d'être mis en mesure de continuer ses travaux mathématiques, la Faculté s'empresse de déclarer: que M. Abel, en même temps qu'il est connu, non-seulement dans le pays, mais aussi à l'étranger, comme un génie mathématique dont il y a les plus grandes chances d'espérer que, si une situation convenable lui est faite,

il contribuera grandement au progrès de la science, est en outre également connu de la plupart des membres de la Faculté comme un jeune homme qui à sa misère unit toutes les autres qualités qui le rendent digne de la subvention que le conseil serait en mesure de lui offrir.

Christiania le 30 août 1827

JAC. KEYSER

J. Messell

LVII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU CAISSIER DE L'UNIVERSITÉ, MANDALL

[4 septembre 1827]

Le conseil a accordé an candidat en philosophie Niels Henrik Abel une subvention sur la Caisse des bourses de l'Université pour un an, à dater de juillet de cette année, montant à 200 spd.

Sur cette somme, M. le caissier voudra bien payer à M. Abel immédiatement, une avance de 100 spdl., et les autres 100 spdl., mensuellement, en sorte que maintenant, 2 mois du temps que courra cette bourse étant écoulés, il lui revient 116 spdl. 80 ß.

LVIII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A LA FACULTÉ DE PHILOSOPHIE*

[18 septembre 1827]

En informant le conseil que, sur le budget pour les trois années du 1er juillet 1827 au 30 juin 1830 sont inscrits 1500 spd. par an, soit, en tout, 4500 spd. pour le Professeur Hansteen en Sibérie, le ministère de l'instruction publique et des cultes a invité le Conseil à formuler des propositions pour dire comment et par qui seront remplies les fonctions du Professeur Hansteen à l'Université, y compris la publication de l'almanach, pendant son absence, et à donner en outre un rapport sur l'augmentation de dépenses que l'on pourra supposer devoir en résulter pour la caisse de l'Université.

Sur cette affaire le conseil invite l'honorable faculté à donner son avis.

* La note du ministère de l'instruction publique au conseil, du 6 septembre, dont il est ici question, n'a pas été insérée, parcequ'elle ne contient rien de plus, intéressant Abel, que ce qui est ici mentionné.

LIX. LE PROFESSEUR HANSTEEN AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Comme je partirai pour mon voyage en Sibérie vers le commencement de mars de l'année prochaine, il sera nécessaire que dès le commencement de 1828 soit nommé un docent qui puisse se charger de mes conférences à l'Université pendant mon absence, laquelle durera probablement 1 an 1/2 à 2 ans. Les conférences qui seront exigées pour le moment sont seulement un aperçu de l'astronomie théorique pour les étudiants qui désirent passer l'examen de philosophie, et, au cas ou quelque étudiant en minéralogie s'inscrirait, un exposé des propositions les plus importantes de la mécanique. M. l'étudiant Abel a déclaré qu'il était disposé à se charger de ces conférences. — — —*

6 oct. 1827

Respectueusement

CHR. HANSTEEN

LX. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A LA FACULTÉ DE PHILOSOPHIE

[10 octobre 1827]

Comme suite à la lettre du conseil à l'honorable faculté, du 18 du mois dern., on ne veut pas manquer de transmettre la lettre ci-jointe du professeur Hansteen, du 6 courant, où sont traitées les deux questions soumises à l'avis de l'honorable faculté, savoir: par qui seront remplies les fonctions du professeur Hansteen pendant son prochain voyage en Sibérie, et quels fonds supporteront les frais de l'institution d'un docent provisoire.

LXI. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AVEC APOSTILLE DU PROCHANCELIER*

Le conseil a, par lettre du ministère royal du 6 septembre dernier, été invité à faire des propositions sur la question de savoir comment et par qui seront remplies les fonctions du professeur Hansteen à l'université, y compris la publication de l'almanach, pendant son absence pour le voyage projeté en Sibérie, et à donner en outre son avis sur l'augmentation de dépenses que l'on pourra supposer devoir en résulter pour la caisse de l'université.

---

* La suite de la lettre ne concerne pas Abel.

** L'avis de la Faculté (du 26 octobre), n'a pas été inséré, parcequ'il est reproduit dans le présent document, et que l'on n'en pas trouvé l'original.

La Faculté de philosophie, dont le Conseil a cru devoir connaitre l'opinion dans cette affaire, a déclaré qu'elle ne connait personne autre à recommander pour remplir les fonctions du professeur Hansteen, que M. le candidat en philosophie N. H. Abel, qui est supposé devoir le faire d'autant plus facilement que la préparation de l'almanach a déjà été effectuée par M. le professeur pour 3 années d'avance. La Faculté pense cependant que la transmission desdites fonctions à M. Abel devrait être soumise à cette condition que M. le lecteur Holmboe, qui y consent, assume la responsabilité des instruments astronomiques, dans la mesure où leur usage pourrait être trouvé nécessaire. Quant à la dépense pour l'institution provisoire d'un docent, la Faculté a exprimé l'opinion qu'aucune sorte de frais, à propos du voyage en Sibérie de M. le professeur Hansteen, ne doit être à la charge de l'Université, puisque c'est une affaire d'Etat, et il doit être considéré comme absolument hors de doute que si l'Etat a voulu la chose, il a dû en vouloir aussi les moyens.

Le conseil doit s'en tenir absolument à la proposition et à l'avis de la Faculté, et n'a qu'à ajouter, qu'il considère un traitement de 400 spd. par an comme une rémunération convenable pour M. Abel, en même temps qu'il s'empresse de joindre les observations fournies par M. le professeur Hansteen le 6 octobre dernier, relatives à la présente affaire.

Christiania, au conseil académique, 10 déc. 1827.

Jac. Keyser Bugge N. Sørenssen Stenersen C. A. Holmboe
Steenbuch

Honoratus Bonnevie

Je suis absolument d'accord sur cette question avec le conseil, et ne peux par suite que proposer la déclaration et la proposition ci-dessus à une gracieuse approbation.

Treschow

LXII. HANSTEEN A L'ÉCOLE SUPERIEURE MILITAIRE

Comme, en raison de mon très prochain départ, je ne peux pas continuer l'année prochaine mes leçons à l'Ecole supérieure militaire, j'ai parlé, sur l'invitation de M. le général Aubert, à M. Abel ainsi qu'à M. le capitaine du génie Broch, et je me suis assuré que ces deux messieurs sont disposés, au cas où la direction le désirerait, à se charger de mes leçons. M. Abel exposera les sciences mécaniques, et si on le demande, aussi la partie théorique de l'astronomie et les méthodes de calcul. Mais comme M. le général Aubert a été d'avis qu'il y aurait avantage à ce que celui qui ferait le cours d'astronomie puisse aussi donner quelques explications sur la pratique

de l'usage des instruments, et à cet égard proposé M. le capitaine Broch, celui-ci a declaré qu'il était disposé, soit à faire le cours d'astronomie tout entier, soit à en exposer la partie pratique. Ces deux messieurs sont donc disposés à se charger de mes leçons, moyennant les appointements qui me sont attribués, lesquels ils ont trouvé convenable de se partager proportionnellement au nombre des leçons que chacun d'eux aura à faire.

14 déc. 1827 Respectueusement

CHR. HANSTEEN

A

la Direction de l'Ecole supérieure militaire

LXIII. EXTRAIT DU REGISTRE DES DÉLIBÉRATIONS DE LA DIRECTION DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE MILITAIRE

[Comité de direction, 15 décembre 1827]

— —

3° Il est produit une lettre du professeur *Hansteen,* relative à la suppléance du professeur, pendant son absence pour le prochain voyage scientifique en Sibérie.

Après que le professeur, le 5 octob. dern., eut annoncé qu'il ne pourrait pas continuer ses leçons à l'Ecole supérieure militaire au delà de la fin de cette année, la direction a chargé le general-major *Aubert* de s'entendre avec le professeur sur les hommes auxquels on pourrait provisoirement confier en toute sécurité, le cours de mathématiques appliquées. On s'est bientôt aperçu qu'il ne se trouvait ici pour le moment personne qui fût complètement capable de faire le cours théorique, et qui eût en même temps les connaissances et l'expérience suffisantes pour donner les explications nécessaires sur la pratique de l'usage des instruments.

Après mûr examen, on a pensé que l'étudiant *Abel* et le capitaine du génie *Broch* sont les hommes auxquels il faut s'adresser.

Dans la lettre en question, datée d'hier, le professeur Hansteen informe maintenant qu'il a parlé avec ces messieurs, et qu'il s'est assuré qu'ils sont dlsposés à se charger de ses leçons, de telle sorte que l'étudiant *Abel* exposerait les sciences mécaniques, et le capitaine *Broch* l'astronomie, en même temps qu'il donnerait les indications pour la pratique des instruments. — Ce partage étant absolument conforme aux désirs de la direction, il a été adopté, et l'officier-inspecteur a été chargé d'inviter l'étudiant *Abel* et le capitaine *Broch* à se rendre à la réunion du 12 janvier prochain, où tous les professeurs sont également invités

SCHILLING AUBERT FERD. KALTENBORN

Roll

LXIV. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MINISTÈRE DES FINANCES

Au sujet de la proposition ci-jointe faite par le conseil académique, que le candidat en philosophie N. H. Abel soit chargé de remplir les fonctions du professeur Hansteen à l'Université pendant l'absence de celui-ci pour le voyage projeté en Sibérie, ce ministère, en raison de ce que le conseil a exprimé l'avis qu'aucune sorte de dépense ne doit être à la charge de l'Université à l'occasion du voyage en Sibérie de M. le Professeur Hansteen, qui est une affaire d'Etat, prie l'honorable ministère de donner son avis bienveillant sur la question de savoir s'il y a quelque empêchement à ce que la rémunération proposée de 400 spd. par an pour M. Abel soit payée sur le Trésor.

Christiania le 17 décembre 1827

DIRIKS

P. Holst

LXV. LE MINISTÈRE DES FINANCES AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

En renvoyant la proposition du conseil académique, reçue avec la lettre de l'honorable ministère du 17 de ce mois, tendant à ce que le candidat en philosophie N. H. Abel soit chargé de remplir les fonctions du professeur Hansteen à l'Université pendant l'absence de celui-ci pour le voyage projeté en Sibérie, il est communiqué, en ce qui concerne la rémunération qu'il y a lieu d'accorder audit N. A. Abel, que, vu les circonstances, ce ministère n'a aucune opposition à faire à ce que l'honorable ministère prépare un décret pour que la rémunération de 400 spd. par an proposée par le conseil soit payée sur le Trésor, sans tomber à la charge du budget universitaire.

Christiania, le 22 décembre 1827.

JONAS COLLETT

Rye

LXVI. PROPOSITION DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

[4 janvier 1828]

Le professeur Hansteen ayant fait savoir qu'il se proposait d'entreprendre son voyage en Sibérie au commencement du mois de mars prochain, et qu'il serait absent pendant 1½ à 2 ans, le ministère a invité le conseil académique à faire des propo-

sitions, et à dire comment et par qui les fonctions du professeur Hansteen pourraient être remplies pendant son absence. D'accord avec la déclaration de la Faculté de philosophie, le conseil a fait savoir qu'il ne connait personne autre à recommander pour remplir les fonctions du professeur — qui consistent à enseigner l'astronomie théorique aux étudiants qui doivent passer l'examen de philosophie, et, s'il se présentait quelque étudiant en minéralogie, à faire des leçons sur les propositions les plus importantes de la mécanique, — que le candidat en philosophie N. H. Abel, qui est supposé devoir le faire d'autant plus facilement que la préparation de l'almanach a été effectuée par le Professeur Hansteen pour 3 ans, mais pense qu'il faut ajouter cette condition, que le lecteur Holmboe, qui y consent, assume la responsabilité des instruments astronomiques, dans la mesure où leur usage pourrait être trouvé nécessaire. Le conseil, d'accord avec la Faculté, pense également qu'à M. Abel, en qualité de docent provisoire, doivent être attribués des appointements de 400 spd. par an, et que cette dépense ne doit pas regarder l'université, le voyage du prof. Hansteen devant être considéré comme une affaire d'Etat, ce contre quoi le ministère royal des finances, du commerce et des douanes, dont l'avis a été demandé sur ce point, n'a eu aucune opposition à faire.

Comme ce ministère croit devoir absolument adopter la proposition et l'avis du conseil, il est humblement proposé:

> que pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientifique en Sibérie, l'étudiant N. H. Abel soit nommé docent à l'Université pour y remplir les fonctions dudit professeur, avec des appointements annuels de 400 spd., qui seront payés par le Trésor, et que le conseil académique est autorisé à prendre des mesures pour la conservation des instruments astronomiques pendant l'absence du professeur Hansteen.

LXVII. LE SECRÉTARIAT D'ÉTAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le 8 du mois dern., il a été humblement proposé à Sa Majesté par le gouvernement norvégien:

> »Que pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientifique en Sibérie, le candidat en philosophie N. H. Abel soit nommé docent à l'Université pour remplir les fonctions incombant audit professeur à l'Université, avec un traitement annuel de 400 spd., qui sera payé par le Trésor; et que le conseil académique soit chargé de prendre des mesures pour la conservation des instruments astronomiques pendant l'absence du professeur Hansteen.«

A ce sujet il a plu à Sa Majesté, le 16 courant, de décréter:

»La proposition du gouvernement norvégien est approuvée.«

Dont communication en même temps que sont renvoyées les pièces de l'affaire.

Christiania, le 23 février 1828

PLATOU

Bernhoft

LXVIII. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE*

[5 mars 1828]

Le 16 du mois dernier il a plu à S. Mté de nommer le cand. en phil. Niels Henrik Abel, pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientique en Sibérie, docent à l'Université, pour y remplir les fonctions dudit professeur, avec des appointements annuels de 400 spd., qui seront payés par le Trésor, et de charger en outre l'honorable conseil de prendre des mesures pour la conservation des instruments astronomiques pendant l'absence du professeur Hansteen.

Ceci est communiqué à titre de notification et pour être porté à la connaissance des intéressés, en ajoutant que ce grac. décr. est directement communiqué à M. Abel.

LXIX. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A ABEL

[10 mars 1828]

Le 16 du mois dernier il a plu à Sa Majesté le Roi de vous nommer, pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientifique en Sibérie, docent à l'Université, pour remplir les fonctions dont ledit professeur est chargé à l'Université, avec des appointements annuels de 400 spd., qui seront payés par le Trésor. En vous faisant cette communication, le conseil ne doit pas manquer en même temps de vous inviter à vous occuper le plus vite possible des conférences aux étudiants qui se préparent à l'examen philologico-philosophique.

LXX. ABEL AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Comme en ce moment s'ouvre devant moi la perspective d'une nomination à l'étranger, savoir, à l'université de Berlin, je prends la liberté, à ce propos, de m'adresser au haut conseil, afin de savoir par lui si je peux obtenir une situation

* Il fut écrit en même temps par le ministère de l'instruction au prochancelier, au ministère des finances et à Abel.

stable ici. C'est certainement mon désir le plus intime de passer ma vie dans mon pays, si cela est possible d'une manière qui puisse me suffire; sinon, je ne crois pas devoir refuser un moyen d'assurer mon avenir, qui m'apparait ici très précaire. Si une situation stable ne pouvait pas m'être assurée maintenant, j'oserais bien supposer que ma nomination à l'Université ne pourrait pas être un empêchement à ce que je cherche à obtenir une situation à Berlin. Si plus tard une carrière sûre s'ouvre ici pour moi, il n'y aura certes de ma part aucune opposition à ce que je revienne, si j'ose encore nourrir cet espoir. Comme j'ai été invité de la manière la plus pressante à donner ma réponse au premier jour, j'oserai peut-être prier le haut conseil de traiter cette affaire le plus vite possible. Ceci est pour moi de la plus haute importance.

Respectueusement

N. Abel

Au
Conseil académique!

LXXI. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ

Au
Prochancelier de l'Université
M. le ministre comte Wedel-Jarlsberg,
Chevalier et commandeur des ordres de Sa Majesté, etc.

Le candidat en philosophie et docent délégué Niels Henrik Abel a réclamé par la lettre ci-jointe au conseil, parvenue aujourdhui, la déclaration du conseil sur la question de savoir s'il peut obtenir une situation fixe ici à l'Université, afin de pouvoir prendre une décision à l'égard d'une situation en perspective à l'université de Berlin.

Le conseil a le regret de ne pouvoir pour le moment faire aucune proposition de situation fixe pour ce jeune homme très distingué, ce qui permettrait de le conserver à l'Université et au pays. Le conseil n'en a pas moins considéré comme un devoir de soumettre l'affaire en haut lieu, laissant respectueusement apprécier s'il n'y aurait pas sujet, de la part des pouvoirs publics, d'offrir à M. Abel une position qui réponde à ses mérites déjà reconnus dans le monde savant et à ses perspectives d'avancement dans une université étrangère, où sans doute, après un court stage comme »privat docent« il obtiendra une chaire de professeur.

Le conseil doit de plus faire observer que sa situation actuelle comme docent à notre Université pendant le voyage à l'étranger du professeur Hansteen ne peut

pas, à notre avis, lui être un obstacle, s'il se décide à accepter la position en question à l'université de Berlin. Il y aura d'ailleurs moyen de parer au vide que laissera son départ, le lecteur Holmboe s'étant déclaré disposé, dans ce cas, à se charger de ses fonctions.

Christiania, au Conseil académique 21 juin 1828

STENERSEN HOLMBOE RATHKE LUNDH F. HOLST JAC. KEYSER

Honoratus Bonnevie

LXXII. LE PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

J'ai l'honneur d'adresser une lettre du conseil académique du 21 courant accompagnée d'une demande du candidat en philosophie et docent délégué Abel — où à l'occasion d'une offre avantageuse reçue de Berlin, il prie qu'une résolution soit prise pour savoir s'il peut espérer maintenant une situation convenable à l'Université — et je dois déclarer que je partage le désir du conseil académique, que l'on puisse conserver ce jeune homme très distingué; mais comme je n'en aperçois pas pour l'instant la possibilité, je n'ose faire à ce sujet aucune proposition, et je suis par suite obligé de me consoler avec cet espoir, que l'on pourra dans l'avenir avoir occasion de faire revenir M. Abel.

Je prie donc respectueusement le ministère royal de me communiquer le plus vite possible son avis, si, contre toute présomption, il trouvait le moyen de faire à M. Abel une offre convenable.

Christiania le 24 juin 1828

H. WEDEL-JARLSBERG

LXXIII. ABEL AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Je désire que soit mise de côté jusqu'à nouvel ordre l'affaire mentionnée dans ma lettre au conseil académique du [21 juin 1828], qui a été adressée au ministère royal.

respectueusement

Christiania le 30 juin 1828

N. H. ABEL
docent délégué

Au
Ministère de l'instruction publique et des cultes
du Gouvernement Royal Norvégien

LXXIV. EXTRAIT DU JOURNAL DU BUREAU A DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, 30 JUIN 1828

1004. Abel, docent délégué, demande que l'affaire au sujet d'une nomination définitive traitée dans sa lettre au conseil académique du (NB.: sans date), soit renvoyée jusqu'à nouvel ordre.

Décision: Accordé et classé.

LXXV. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Au sujet d'une lettre de l'honorable conseil, du 31 juillet de l'année dern., où il était demandé que, conformément à ce qui avait été accordé par gracieux décret royal du 29 mars 1884, fût consentie au candidat en philosophie Niels Henrich Abel une subvention annuelle sur le Trésor de 200 spd., comptée depuis son retour de l'étranger, jusqu'à ce qu'il occupât une situation, le ministère, par lettre du 18 août suivant, a suggéré au conseil de venir en aide à M. Abel au moyen d'une avance de 200 spd. sur la caisse de l'Université, laquelle devait être récupérée lorsque l'Université aurait recours à ses services. Comme il est à la connaissance du ministère que l'avance susdite a été payée à M. Abel, mais que depuis sa nomination comme docent délégué à l'Université, elle n'a été récupérée ni en entier, ni partiellement, l'honorable conseil est invité à vouloir bien prendre les mesures pour que la dite avance, par une retenue convenable sur les appointements de M. Abel, fasse retour à l'Université. —

Christiania le 5 juillet 1828.

DIRIKS

P. Holst

LXXVI. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le ministère royal a, par lettre du 5 courant, invité le conseil à prendre des mesures pour que la subvention accordée l'année dernière sur la caisse de l'Université au candidat en philosophie N. H. Abel, fasse retour à l'Université au moyen d'une retenue convenable sur ses appointements de docent délégué. A ce sujet le conseil s'empresse d'informer que la subvention en question a été accordée à M. Abel, non à titre d'avance, mais de bourse. Le conseil n'a pas jugé convenable de stipuler

aucun remboursement, vu les espérances lointaines qu'avait M. Abel d'obtenir une situation fixe; car c'est seulement au cas où il aurait une telle situation que le conseil pourrait trouver juste de la part de l'Université de penser à un remboursement que sa situation actuelle, aussi bien que toute situation provisoire, lui permettrait sans aucun doute très difficilement d'effectuer. —

Christiania, au conseil académique 14 juillet 1828

Jac. Keyser Rathke C. A. Holmboe Steenbloch F. Holst Stenersen

Honoratus Bonnevie

LXXVII. LE SECRÉTAIRE DE L'UNIVERSITÉ AU CAISSIER DE L'UNIVERSITÉ MANDALL

Le conseil académique a donné ordre au caissier de l'Université le 4 Septembre de l'année dernière de payer au candidat en philosophie N. H. Abel une bourse de 200 spd. par à-compte.

M. Abel a-t-il touché toute la bourse, ou, dans le cas contraire, combien? Ce renseignement est demandé pour servir dans la délibération d'une affaire à la réunion du conseil de demain.

Secrétariat de l'Université le 18 juillet 1828

Honoratus Bonnevie

LXXVIII. LE CAISSIER DE L'UNIVERSITÉ MANDALL AU SECRÉTAIRE DE L'UNIVERSITÉ

M. Abel a déjà touché à la caisse de l'Université la totalité de la bourse en question — il faut toutefois observer que lorsqu'il en a reçu le reliquat, il a payé 24 Spd. 21 β, surplus de la rente foncière due par feu son père pour les années 1813 à 1827, inclusivement.

Même date.

H. W. Mandall

LXXIX. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Au sujet de l'invitation du ministère à l'honorable conseil de prendre des mesures pour que l'avance de 200 spd. payée l'année passée sur la caisse de l'Université à l'étudiant en philologie [!] M. Abel soit remboursée à celle-ci, le conseil

a, par lettre du 14 cour. répondu qu'il n'a pas accordé la subvention en question à M. Abel à titre d'avance, mais de bourse. Le ministère, ne pouvant penser que le conseil a le pouvoir de disposer de la sorte des ressources de l'Université sans une décision plus haute, invite le conseil à demander, par l'intermédiaire du prochancelier, un décret en haut lieu pour que la subvention en question soit payée par la caisse de l'Université à titre de bourse. —

Christiania le 22 juillet 1828

DIRIKS

P. Holst

LXXX. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU CHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ

Lorsque le ministère de l'instruction publique et des cultes, par lettre du 18 août de l'anuée dern., eut suggéré au conseil de venir en aide au candidat en philosophie N. H. Abel par une avance de 200 spd. sur la caisse de l'Université, contre remboursement lorsque l'Université aurait recours à ses services, le conseil accorda ladite somme à M. Abel à titre de bourse. A ce sujet le ministère a fait connaître, par lettre du 22 cour., qu'il ne pense pas que le conseil ait le pouvoir de disposer de la sorte des ressources de l'Université sans une décision plus haute, et en conséquence a invité le conseil à demander, par l'intermédiaire du prochancelier, un décret en haut lieu, pour que la subvention en question soit payée par la caisse de l'université à titre de bourse.

On se permet à cet égard d'alléguer ce qui suit:

Le conseil estime n'avoir pas dépassé les limites de ses pouvoirs, mais avoir agi conformément aux prescriptions de la fondation de l'Université, 6ème chapitre, en ordonnant, après avoir pris l'avis de la faculté de philosophie, ledit paiement sur la caisse de l'Université. Il est vrai qu'aucune somme n'a été spécialement attribuée par le storthing à des bourses pour des étudiants pauvres. Mais il faut observer sur ce point que le storthing, à quelques exceptions près, ne s'est pas occupé non plus de rien préciser relativement aux nombreux autres articles particuliers de dépense, en dehors des traitements, et a seulement mis en compte, en bloc, la subvention à l'Université par la caisse de l'Etat. Du moment que cette somme, conjointement aux autres ressources de l'Université, est employée à ces différents objets, en ayant égard à toutes les circonstances, et en tenant le compte qu'il convient des moyens dont l'Université dispose dans leur ensemble, on pense qu'aucune faute n'a été commise.

On voudra bien se rappeler que dans les projets présentés par le conseil pour les derniers budgets de l'Université, une somme annuelle de 1200 spd. a été attribuée,

parmi les articles particuliers de dépenses, à des bourses. En raison de la diminution considérable de la subvention demandée, le conseil n'a par contre, pas trouvé prudent, ces dernières années, d'inscrire aucune somme déterminée pour être distribuée annuellement, et s'est restreint à l'entretien de la Fondation universitaire et à un petit nombre de secours dans des circonstances exceptionnelles, parmi lesquelles on peut citer le traitement médical gratuit pour quelques étudiants, et plusieurs bourses très insignifiantes, sans compter la subvention en question au candidat Abel. Mais à ces quelques secours — pour lesquels on n'a pas perdu de vue le rapport entre la subvention demandée par l'Université et celle accordée par le storthing — le Conseil s'est considéré comme tout aussi autorisé qu'il se serait trouvé fondé à disposer de la somme proposée tout entière. au cas où le storthing aurait accordé la subvention chaque fois proposée. Que la bourse accordée à Abel soit plus forte que ce que l'on a généralement coûtume de donner, cela ne doit pas, à notre avis, entrer en considération, lorsqu'on discute le droit du conseil en cette occurrence, puisque rien n'est prescrit relativement à l'importance des bourses.

En conséquence de ce qui précède, il y a lieu de penser que la bourse du candidat en philos. Abel, décrétée l'année dernière par le conseil, doit être maintenue, sans qu'il soit besoin de décision supérieure, et l'on demande qu'on veuille bien présenter au Ministère de l'instruction publique et des cultes les présentés observations dû conseil.

Christiania au conseil académique 28 juillet 1828

Jac. Keyser C. Holmboe Thulstrup Steenbloch

Honoratus Bonnevie

LXXXI. LE PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Dans la lettre ci-jointe au prochancelier de l'Université, le conseil académique a exprimé l'avis que la bourse du candidat en philosophie Abel, décrétée l'année dernière par le conseil pourrait être soumise au ministère sans qu'une décision supérieure soit nécessaire.

Il me sera permis dans cette affaire de joindre mes vœux à ceux du conseil académique.

Christiania le 21 août 1828.

Respectueusement

Rathke

en l'absence du prochancelier

LXXXII. EXTRAIT DU JOURNAL DU BUREAU A DU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, 22 AOÛT 1828

1337. Le chancelier de l'Université transmet les explications du conseil tendant à ce que les sommes payées à l'étudiant Abel par décision de l'année dernière soient maintenues sans qu'il soit besoin d'une décision supérieure.

Est proposé à approbation. Résolution: Est classé comme une chose dont il sera délibéré lors de l'apurement des comptes de l'Université. Classé.

LXXXIII. PÉTITION AU ROI

Christiania le 6 décembre 1828.

Le docent délégué Niels Henrik Abel demande humblement que son traitement pour remplir les fonctions du professeur Hansteen à l'Univertité soit gracieusement fixé à 600 spd. par an à partir du 1er janvier 1829.

AU ROI.

Par décret gracieux du 16 février de cette année, j'ai été nommé, pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientifique en Sibérie, docent à l'Université chargé des fonctions dudit professeur avec un traitement annuel de 400 spd. Bien que ces appointements fussent inférieurs à ce qui avait été attribué aux autres docents nommés à l'Université, j'ai dû cependant, vu ma situation financière, considérer comme une bonne fortune d'obtenir n'importe quelle position compatible avec mes études, qui me procurât les ressources strictement nécessaires, et d'ailleurs j'ai trouvé au moins peu convenable, tant que je n'avais pas donné des preuves de mon aptitude à l'enseignement, de demander aucune augmentation du traitement gracieusement fixé. Depuis que j'ai fait le cours d'astronomie à l'Université, j'ai, d'une part, été à même de me rendre compte jusqu'à quel point le temps que j'y consacre peut être considéré comme suffisamment rétribué, et d'autre part les

directeurs de l'Université ont eu occasion de juger si je suis à la hauteur de l'emploi qui m'est confié.

J'ose donc humblement espérer que ma prière ne sera pas considérée comme déplacée ou impertinente, si je demande humblement à être placé, à partir du 1er janvier de l'année prochaine, dans les mêmes conditions que les autres docents de l'Université, et qu'il me soit par suite gracieusement attribué un traitement annuel de 600 spd.

Humblement

NIELS HENRIK ABEL

LXXXIV. LE CONSEIL ACADÉMIQUE AU PROCHANCELIER

En adressant, pour être transmise, l'humble pétition ci-jointe du cand. en philos. et docent délégué en astronomie Niels Henrik Abel, en vue d'une augmentation annuelle de 200 spdlr. a son traitement de docent à partir du 1er janvier 1829, le conseil déclare: attendu que M. Abel est obligé de faire tous les cours dont M. le professeur Hansteen est chargé, et qu'il a maintenant fait preuve, pendant le second semestre, de son aptitude pour le poste qui lui est confié — qu'il ne peut que reconnaître, qu'en bonne justice et équité, M. Abel doit jouir de l'augmentation de revenus qu'il demande humblement.

Christiania au conseil académique 10 decbr. 1828

RATHKE F. HOLST HERSLEB P. MØLLER STEENBLOCH

Honoratus Bonnevie

LXXXV. APOSTILLE DU PROCHANCELIER DE L'UNIVERSITÉ

M'en référant à la déclaration ci-dessus du conseil, j'insiste humblement pour que la demande du docent Abel lui soit gracieusement accordée. —

Résidence épiscopale d'Oslo, 16 déc. 1828

C. SØRENSSEN
En l'absence du prochancelier

Honoratus Bonnevie

LXXXVI. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU MINISTÈRE DES FINANCES

Le docent délégué en astronomie à l'Université N. H. Abel a humblement demandé que le traitement qui lui est attribué à ce titre soit à partir du 1er janvier 1829 augmenté de 200 spd. par an, et ainsi fixé à 600 spd. Comme son traitement est payé par le Trésor, on vient demander, avant de poursuivre l'affaire, l'avis de l'honorable ministère, sur la question de savoir si l'augmentation demandée doi lui être accordée. La pétition, en même temps que les déclarations du conseil académique et du prochancelier, sont ci-annexées. —

Christiania, le 24 décembre 1828

Diriks

P. Holst

LXXXVII. LE MINISTÈRE DES FINANCES AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

En renvoyant l'humble pétition du docent en astronomie Niels Henrik Abel, reçue avec la lettre de l'honorable ministère du 24 courant, demandant que le traitement qui lui est attribué à ce titre sur le Trésor soit, à partir du 1er janvier 1829, augmenté de 200 spd. par an, et ainsi fixé à 600 spd., il est donné avis que, vu les circonstances, ce ministère n'a aucune objection à faire, pour sa part, à ce qu'un décret royal soit préparé pour que ce dernier traitement soit à l'avenir attribué à M. Abel, tant que, en l'absence du professeur Hansteen, il remplira les fonctions de celui-ci à l'Université.

Christiania, le 31 décembre 1828

Jonas Collett

Kierulf

LXXXVIII. PROPOSITION DU MINISTERE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

[16 janvier 1829]

Niels Henrik Abel, qui par gracieux décret de l'année dernière a été provisoirement nommé, pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage sicentifique en Sibérie, docent à l'université pour y remplir les fonctions dudit professeur contre un traitement annuel de 400 spd., a maintenant adressé une très humble pétition,

afin que ce traitement soit porté, à dater du commencement de la présente année, à 600 spd. par an, appointements attribués aux autres docents de l'université, dans les conditions desquels il croit avoir mérité d'être placé. — Le conseil académique, considérant que le docent Abel est obligé de se charger de tous les cours incombant au professeur Hansteen comme professeur à l'Université, et qu'il a maintenant pendant 2 semestres manifesté son aptitude au poste qui lui est confié, a exprimé l'avis qu'il est juste et convenable qu'il jouisse de l'amélioration demandée, pour laquelle il est aussi recommandé par le prochancelier. — Comme le ministère royal des finances, dont l'avis a été pris en même temps, n'a rien eu à objecter, en ce qui concerne le Trésor, qui paye le traitement, contre l'attribution à l'avenir du traitement demandé au solliciteur, tant que, en l'absence du professeur Hansteen, il en remplit les fonctions, le ministère, vu ces circonstances, propose humblement:

> Que le traitement attribué par décret gracieux du 16 février de l'année dernière au docent provisoire en astronomie Niels Henrik Abel soit, à partir du 1er janvier de cette année, fixé à 600 spd. par an, tant que, en l'absence du professeur Hansteen pour un voyage scientifique à l'étranger, il remplit les fonctions de celui-ci à l'Université.

LXXXIX. LE SECRÉTARIAT D'ÉTAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Le 9 courant il a plu à Sa Majesté d'approuver la proposition du gouvernement norvégien du 20 janv. dernier, portant:

> Que le traitement attribué par gracieux décret du 16 février de l'année dernière au docent délégué en astronomie à l'Université Niels Henrik Abel, est fixé, à partir du 1er janvier de la présente année, à 600 spd. par an, tant que, pendant l'absence du professeur Hansteen pour un voyage en Sibérie, il remplira les fonctions de celui-ci à l'Université.

Dont communication, en même temps que sont renvoyées les pièces de l'affaire.

Christiania, le 18 février 1829

PLATOU

Bernhoft

XC. LE MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Le 9 courant il a plu à Sa Majesté le Roi de décréter:

Que le traitement attribué au docent délégué en astronomie à l'Université Niels H. Abel par gracieux décret du 16 février de l'année dernière, est fixé à 600 spdr.

par an, à partir du 1er janvier de l'année courante, tant que, en l'absence du professeur Hansteen pour un voyage en Sibérie, il remplira les fonctions de celui-ci à l'Université, ce qui est communiqué à titre de renseignement et pour être porté à la connaissance de l'intéressé.

Christiania 19 février 1829.

DIRIKS

Bonnevie

XCI. LE LECTEUR B. HOLMBOE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Le docent Abel, qui depuis le commencement des récentes vacances de Noël a séjourné à l'usine à fer de Froland près d'Arendal, ayant fait une longue maladie, et étant encore si malade qu'il faudra sans doute beaucoup de temps avant qu'il puisse revenir faire ses cours, il m'a prié d'en informer le conseil académique. —

Christiania le 21 février 1829

Respectueusement

B. HOLMBOE

XCII. LE MÉDECIN CANTONAL MØLLER AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Sur l'invitation de M. le docent Abel, et comme son médecin, le soussigné s'empresse d'informer le haut conseil académique en son nom — car il n'est pas capable d'écrire lui-même — que peu après son arrivée à l'usine à fer de Froland, il a été pris d'une forte congestion pulmonaire et de grands crachements de sang qui ont cessé au bout de peu de temps, mais qui pourtant, à cause d'une toux chronique persistante et de sa grande faiblesse, l'ont jusqu'ici empêché de quitter le lit, qu'il doit encore garder: il ne peut d'ailleurs pas non plus supporter d'être soumis au moindre changement de température. — Le plus inquiétant est que sa toux sèche chronique avec sensation de piqûre dans la poitrine fait présumer avec grande vraisemblance qu'il souffre de tubercules cachés dans les poumons et la trachée, pouvant facilement amener une phtisie consécutive, ce qui semble encore plus probable, étant donnée sa constitution. — Dans cet état fâcheux de la santé de M. le docent Abel, il est de la plus grande vraisemblance qu'il ne pourra pas retourner à Christiania avant le printemps, et que par suite il ne pourra pas remplir les fonctions dont il est chargé, même au cas où l'issue de sa maladie serait la plus favorable. —

L'amélioration de son état et sa guérison complète, que l'on espérait jusqu'ici, l'ont empêché jusqu'ici d'informer le haut conseil academique, ce qui sans cela aurait déjà été fait.

Arendal le 21 février 1829

A. C. Møller
Médecin cantonal.

XCIII. LE CONSEIL ACADÉMIQUE A ABEL

[27 février 1829]

Le min. roy. de l'instr. pub. et des cultes a annoncé au conseil que le 9 cour. il a plu à S. Mté le Roi de fixer à 600 spdl. par an, à partir du 1er janvier, le traitement qui vous a été attribué par grac. décret du 16 févr. de l'ann. dern., tant que, en l'absence du professeur Hansteen pour un voyage en Sibérie, vous remplirez les fonctions de celui-ci à l'Université.

XCIV. HOLMBOE AU CONSEIL ACADÉMIQUE

Au [Opsloe le 22 décembre 1836]
Conseil académique.

Il y a quelques années, la Faculté de philosophie toute entière a pensé que l'Université devrait se charger de réunir et de publier les travaux d'Abel, mais n'a pas pris tout de suite de mesures pour la réalisation de l'affaire. Tout en reconnaissant que c'était surtout à moi, en qualité de docent en mathématiques pures, qu'il appartenait d'agir à cet égard, je connaissais aussi la difficulté de ce travail. J'avais bien lu à cette époque les mémoires d'Abel; mais en beaucoup d'endroits ils m'étaient incompréhensibles, ce qui s'explique principalement par la quantité de fautes d'impression, dont plusieurs d'entre eux fourmillent à ce point, que peu de pages en sont exemptes. Parmi ces fautes, plusieurs des plus frappantes étaient bien corrigées dans les errata, mais la plupart, et parmi elles les plus décevantes, restent sans correction. La raison de cette quantité de fautes d'impressiou, outre la difficulté universellement reconnue d'éviter, même avec la plus grande attention, les fautes d'impression dans un ouvrage mathématique de quelque étendue, est principalement dans cette cironstance, manifeste en quelques endroits, que le Directeur du Journal où la plupart des mémoires d'Abel ont été insérés, étant surchargé d'une foule d'autres occupations, n'a pas pu trouver le temps nécessaire pour comprendre toujours Abel,

ce qui paraîtra d'autant plus naturel, que même *Legendre* et *Gauss* ont dû déclarer qu'ils ne pouvaient saisir Abel tout de suite. Revoir les mémoires d'Abel m'a donc coûté beaucoup de temps et de peine. J'ai cependant achevé maintenant ce travail, et j'ose penser qu'aucune faute d'impression ou de rédaction n'aura guère pu échapper à mon attention, car j'ai partout compris l'auteur. Puisque je crois ainsi être en possession de cette condition essentielle pour celui qui doit réunir et publier les travaux d'un grand mathématicien, je me permets de m'adresser à l'honorable conseil, et de lui offrir de me charger de la publication des travaux d'Abel, comprenant les mémoires imprimés, et aussi plusieurs mémoires très remarquables, non imprimés, qui se trouvent dans les manuscrits qu'il a laissés. Je n'ai pas encore terminé l'examen de ces derniers. Plusieurs de ces manuscrits étaient parfaitement en ordre lorsque je les ai reçus; mais dans toute une liasse de feuilles détachées réunies pêle-mêle, j'ai eu la chance de me retrouver et de rétablir plusieurs mémoires complets, et j'ai l'espoir d'en trouver encore d'autres. Je me suis adressé au libraire *Dahl*, à l'imprimeur *Grøndahl* et à *Madame Lehman*, pour savoir les conditions auxquelles ils pourraient se charger de l'impression des œuvres d'Abel. Je me permets d'envoyer ci-incluses les conditions indiquées par Dahl et Grøndahl. Madame Lehman a déclaré qu'elle n'ose pas entreprendre ce travail. Les mémoires imprimés d'Abel sont insérés dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik, de Crelle*, sauf un dans les *Astronomische Nachrichten* de Schumacher, et quelques-uns de ses premiers travaux dans le »Magazin for Naturvidenskaberne«. Ils font en tout 50 feuilles ou 400 pages in-4°. Combien de feuilles pourront faire ses mémoires non inprimés, il m'est impossible de le déterminer, ne sachant pas encore, ainsi que je l'ai fait observer ci-dessus, ce que je serai en mesure de publier de ces manuscrits. Je considère cependant comme probable que je pourrai en publier au moins 10 feuilles. La plupart de ses mémoires imprimés ont été écrits en français, et quelques uns en allemand, ces derniers faisant 15 feuilles. Ceux qui n'ont pas été imprimés sont écrits en français, si l'on excepte quelques-uns de ses premiers travaux, qui sont en norvégien, et qu'il conviendra sans doute de traduire en français. Au surplus le plus commode sera de publier les mémoires dans la langue où l'auteur les a écrits. Le professeur *Messel* a obligeamment promis son concours pour corriger la langue. — Convaincu que l'honorable conseil fera son possible pour réaliser cette oeuvre, je remplis ce que j'ai considéré comme mon devoir de faire à cet égard.

Respectueusement

B. Holmboe

XCV. HOLMBOE AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Au
Ministère royal
de l'instruction publique et des cultes.

Lorsque, à la fin de l'année 1836, je me suis adressé au conseil académique en offrant de me charger de faire une édition complète des travaux mathématiques — tant imprimés que manuscrits — laissés par feu Nils Abel, j'ai dit que ses travaux imprimés faisaient 50 feuilles. Combien de ses manuscrits non imprimés je serais en mesure de publier, il ne m'était pas alors possible de le déterminer, soit parcequ'alors je n'avais pas encore examiné tous ses papiers, soit parceque ceux-ci se composent en grande partie de feuilles détachées de dimensions très variables, et qu'il m'était par suite impossible de juger combien il en faudrait pour faire une feuille d'impression. J'ai donc seulement déclaré que je publierais probablement au moins 10 feuilles. Le Conseil a supposé en conséquence que le tout ne dépasserait pas 70 feuilles et a estimé, dans cette hypothèse, que les frais de la publication ne dépasseraient pas 1650 spd. Cette somme, d'après le gracieux décret de sa Majesté du 10 juin 1837, a donc été désignée comme limite de ce qui doit être payé par le fonds de subventions du ministère de l'enseignement pour la publication de l'ouvrage. Or, maintenant que j'ai mis en ordre et recopié tous les manuscrits d'Abel, où j'ai pu trouver une suite, je puis dire assez exactement que cela fera 30 feuilles imprimées, en sorte que la somme ci-dessus rapportée ne sera pas suffisante pour la publication totale. Ces mémoires non imprimés ne le cèdent pas comme valeur et intérêt scientifique aux mémoires imprimés qui ont valu à l'auteur l'admiration de l'Europe, mais peuvent aussi bien qu'eux être parfaitement comparés aux plus brillantes découvertes des plus grands mathématiciens. En revoyant les travaux d'Abel, il a été nécessaire que je mette en note bon nombre de développements, et que je démontre beaucoup de propositions que l'auteur a énoncées sans démonstration, ou dont la démonstration est indiquée si brièvement qu'elle est impossible à comprendre pour beaucoup de lecteurs, et difficile pour presque tous. Je désirais faire suivre l'ouvrage d'un résumé de ces développements, afin qu'il fût mis à la portée d'un grand nombre de lecteurs, pour qui, sans ces notes et développements explicatifs, il aurait presque été illisible. Ces notes ne feront pas plus de 20 feuilles, en sorte que l'ouvrage, avec ce supplément, ne dépassera certainement pas 100 feuilles. Pour ces raisons, j'ose m'adresser au haut ministère, et demander que les mesures soient prises pour que le maximum de la somme qui sera payée par le fonds de subvention pour l'avancement de la science pour la publication de l'ouvrage soit porté à 2360 spd. A cette occasion, qu'il me soit également permis de demander au haut ministère que 10 exemplaires de l'ouvrage soient mis à ma disposition, pour être remis à des savants,

particulièrement à ceux qui, par des comptes-rendus, pourraient contribuer à son écoulement.

Il y a encore à ce sujet une autre question sur laquelle je pric très respectueusement le haut ministère de donner son avis. Parmi les mémoires d'Abel non imprimés s'en trouve un qui a pour titre: *„Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendantes"*, qu'il a présenté à l'Institut de France vers la fin de 1826 pendant son séjour à Paris. De ce mémoire on ne trouve, parmi les papiers d'Abel, qu'un fragment. De Berlin, où il se rendit après avoir quitté Paris, il m'a écrit qu'il avait présenté ce mémoire à l'Institut, que peu avant son départ il avait été décidé qu'il en serait rendu compte à l'Institut par *Legendre* et *Cauchy*, qu'il avait vivement désiré connaître le jugement de l'Institut, mais qu'il n'avait rien entendu dire. »Ce serait dommage, ajoute-t-il, s'il s'était égaré; car j'ose dire, sans me vanter, qu'il était bon.» Déjà, il y a plus de 4 ans, lorsqu'il a été question dans la Faculté de philosophie de réunir et de publier les oeuvres d'Abel, le prof. *Hansteen* a écrit à *Arago*, et l'a prié de faire faire une copie du dit mémoire, mais n'a jamais reçu aucune réponse à sa lettre. Dans l'été de l'année dernière j'ai prié l'orientaliste *Mohn*, qui était alors à Christiania, d'où il devait partir pour Paris, de s'adresser à *Arago* et de l'inviter à faire faire une copie du mémoire. *Mohn* le promit, et après son arrivée à Paris il a réussi, après plusieurs teutatives infructueuses, à se rencontrer avec *Arago*. *Arago* déclara qu'il savait que le mémoire avait été présenté à l'Institut, et que de là il avait été envoyé à l'Imprimerie royale, où il pensait — bien qu'il sût qu'il y avait beaucoup de désordre dans cette imprimerie, en sorte qu'il ne serait peut-être pas très facile de trouver le mémoire — que Mohn pourrait en faire faire une copie. Mohn m'a informé de cela à la fin de l'année dernière, en déclarant pu'il n'épargnerait aucune peine pour mettre la main sur le mémoire. Il n'y a cependant pas réussi; car il a écrit il y a quelque temps que tous ses efforts à cet égard ont été inutiles, et qu'il était maintenant convaincu qu'il était impossible d'obtenir le mémoire à moins de faire agir l'ambassadeur. Afin de ne rieu négliger de ce qui est en mon pouvoir pour rendre l'édition des travaux d'Abel aussi complète que possible, je me suis permis très respectueusement d'informer le haut ministère de ce qui précède, et je dois remettre à l'appréciation du haut ministère la question de savoir si dans cette affaire il y a encore quelquechose à faire ou non, et dans le premier cas, je demande l'aide du haut ministère pour être mis en possession du mémoire en question.

Opsloe le 8 octobre 1838

Humblement

B. M. Holmboe

XCVI. LE SECRÉTARIAT D'ÉTAT AU MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

A la date du 19 octobre de cette année le gouvernement norvégien a proposé respectueusement à S. M. le Roi:

— —

3. Que S. M. veuille bien, par la légation de Norvége et de Suède à Paris tâcher d'obtenir la remise soit en original, soit en copie d'un Mémoire rédigé par feu Abel en 1826 et remis par lui a l'Institut Royal de France, sous le titre suivant: *Mémoire sur une propriété générale d'une classe très-étendue de fonctions transcendantes.*

Sur quoi S. M. a daigné decréter à la date du 5 de ce mois:

»La proposition du gouvernement norvégien est approuvée, et en ce qui concerne son 3ème point, elle devra être communiquée au ministre d'état des Affaires Etrangères.«

Dont communication officielle, avec remise des pièces annexes.

Christiania le 12 novembre 1838

SCHOUBOE

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LES DOCUMENTS

ÉCLAIRCISSEMENTS SUR LES DOCUMENTS

PAR

CARL STØRMER

La collection de documents qui précède est tout ce que j'ai trouvé par deux mois de recherches après le mémoire perdu d'Abel *Sur l'Intégration des formules différentielles* (voir doc. IV, VI—XVI et XVIII, *Introduction historique par E. Holst* p. 21, 25, et *Abel, ses études et ses découvertes par L. Sylow*, p. 58).

Je n'ai pas encore réussi à atteindre le but principal de mes recherches, qui était de retrouver ce mémoire, mais les documents que j'ai trouvés m'ont mis sur quelques pistes que j'espère bien avoir plus tard le temps de poursuivre.

Comme les documents donnent certaines indications nouvelles sur ce mémoire d'Abel, et en même temps sur les manuscrits laissés par lui, comme, de plus, ils mettent en lumière la façon, qui a été très-discutée, dont les institutions publiques se sont comportées vis-à-vis de lui, nous les publions in extenso. Pour plus de continuité, nous en avons imprimé la plupart, quoique plusieurs d'entre eux ne soient que des actes de pure forme n'offrant aucun intérêt spécial.

Les reproductions des documents ont autant que possible, été collationnées avec soin; toutefois les noms des institutions dans les suscriptions et les souscriptions ont été supprimés, à moins qu'ils n'offrissent quelquechose de caractéristique.

Parmi les documents originaux, j'en ai trouvé 17 au secrétariat de l'Université, 32 aux archives du royaume, 17 dans les bureaux du ministère des cultes, Store Strandgade, et 2 dans les archives de l'école supérieure de guerre. Pour abréger, j'indiquerai les deux premières de ces sources, dans ce qui va suivre, par les initiales US et RA.

En outre les marques URF, KD et FD représenteront l'Université (conseil académique), le ministère de l'instruction publique et des cultes (bureau A), et le ministère des finances (bureau C). Les journaux et copies de lettres de ces diverses institutions sont indiqués par les lettres j et k, ajoutées aux marques ci-dessus; les procès-verbaux et le journal de KD par KDr et le procès-verbal des séances de URF par URFf. Les nos de journalisation seront indiqués par jn.

Dans ce qui va suivre, je vais rendre compte des différents documents, de la source à laquelle ils sont empruntés, des citations dont ils ont déjà été l'objet etc. Dans ces notes les biographies d'Abel par Bjerknes en norvégien et en français seront citées sous la même forme que dans les éclaircissements relatifs aux lettres.

I. On n'a pas le document original. La copie est tirée d'un vieux registre des notes données à *l'examen artium*, appartenant à US. Les lignes ondulées mises sous le chiffre 1 pour l'arithmétique et la géométrie constituent la vieille note „1 avec serpent" qu'on donnait alors comme une distinction tout-à-fait spéciale. (Bj. s. 3; Bj. p. 3.)

II. L'original a été trouvé à US, URFj pour février 1822. Le 23 février y est noté comme date.

URF jn $\frac{61}{\text{févr. } 1822}$.

III. L'original manque. Extrait d'un vieux registre de notes sur *l'examen philosophicum* appartenant à US. Sur la note de mathématiques voir les éclaircissements concernant le doc. I. La note de physique est double, ce qui n'était pas l'usage. (Bj. s. 4; Bj. p. 4.)

IV. Extrait de URFf pour 1823, appartenant à US. Ce document a son intérêt en ce qu'il fixe la date de rédaction du mémoire d'Abel *au moins 9 mois plus tôt qu'on ne le faisait jusqu'ici.* (Voir Bj. s. 7, 11; Bj. p. 8, 14, ainsi que Sylow-Lie, Oeuvres compl. 1881, T. II, p. 288.)

V. L'original se trouve à US, URFj pour juin 1823. URF jn $\frac{224}{\text{juin } 1823}$.
La signature d'Abel apposée à ce document est reproduite en fac-simile sous le portrait d'Abel en tête du volume.

VI. L'original se trouve à US, URFj pour décembre 1823. Le document est écrit avec beaucoup de soin par le prof. Hansteen sur une grande feuille in-folio. URF jn $\frac{541}{\text{décbr. } 1823}$.

VII. Original RA, FDj pour janvier 1824, avec le document VIII. KD jn $\frac{43 \text{ A } 1824}{\text{janvier } 13}$.
(Bj. s. 7, 11; Bj. p. 8, 14.)
Il ressort du présent document que le mémoire d'Abel fut envoyé au ministère de l'instruction publique.

VIII. Voir les renseignements donnés sur le doc. VII. FD jn $\frac{263 \text{ C}}{1824}$.

IX. Après avoir vainement recherché les documents originaux dans les fonds de RA, j'eus l'idée de faire une recherche parmi les documents se rapportant à la publication des œuvres d'Abel, documents qui dans KDj comprennent plus de 90 numéros allant de 1837 aux années 1880. Mon investigation systématique, que je n'ai pas encore terminée, m'amena à m'adresser à la division de l'enseignement au ministère de l'instruction publique, Store Strandgade. Là je trouvai un gros dossier marqué „Oeuvres d'Abel" et contenant une masse de documents concernant cette affaire. A ma grande joie, je découvris dans ce paquet une enveloppe marquée *Subvention sur la Caisse de l'Etat à N. H. Abel* et dans cette enveloppe, les originaux des documents IX, XI, XIII, XVII, XVIII, XIX, XXI, XXII, XXIII, XXV, XXVII, XXIX, XXX et XXXI.

D'après le présent document, il semble que le mémoire, au cas où il a été remis à FD, a dû être retourné à KD. KD jn $\frac{160\ A}{1824}$.

X. L'original de ce document, ainsi que ceux des documents XIV, XLV, LI, LXXV, LXXVII, LXXVIII et LXXIX a été trouvé à US, URFj pour décembre 1829: ils servirent probablement alors au Secrétaire de l'Université pour la rédaction de l'article écrit par le conseil académique pour sa défense dans le „*Morgenbladet*" du 16 décembre 1829 (v. *Intr.*, p. 117.) URF jn $\frac{84}{\text{févr } 1824}$. (Bj. s. 11; Bj. p. 15.)

XI. Voir les éclaircissements se rapportant au doc. X. KD jn $\frac{208\ A}{1824}$ 25 févr. (Bj. s. 11; Bj. p. 15.)

XII. Reproduction du KD r pour 1824, RA. Le document porte dans le registre le n° 79.

XIII. Voir au doc. IX. Si le mémoire d'Abel a été envoyé à Stockholm avec la proposition, il résulte de ce document qu'il fut retourné à KD. KD jn $\frac{428\ A}{1824}$ 10 avril.

XIV. Voir au doc. X. Ni dans les archives du KD ni de l'U, je n'ai rien trouvé indiquant que le Mémoire d'Abel ait à cette occasion été livré par KD. KD jn $\frac{176}{\text{avr. } 1824}$. (Bj. s. 11; Bj. p. 15.)

A ce moment comme dans les cas précédents, on perd la dernière trace de l'existence du mémoire au KD.

XV. L'original manque. Le présent document est emprunté au URF k pour 1824.

XVI. L'original a été trouvé à l'US, URF j pour mai 1824. URF jn $\frac{197}{\text{Mai } 1824}$.

XVII. Voir les éclaircissements relatifs au doc. IX. Comme le texte l'indique, la pétition est écrite sur deux colonnes et sur papier timbré. En haut, le n° 36055. A part cela le document a les caractères habituels des papiers timbrés d'alors. Etait joint comme annexe avec les doc. XVIII et XIX aux doc. XX, XXII et XXVI.

Lorsque le professeur Bjerknes écrivit sa biographie d'Abel, on ne connaissait que le brouillon, qui diffère çà et là de l'original. (Bj. s. 19; Bj. p. 27.)

XVIII. Voir les éclaircissements sur les documents IX et XVII. On n'en connaissait auparavant que le brouillon, écrit sur la même feuille que le brouillon XVII. Ce brouillon diffère çà et là de l'original. (Bj. s. 20; Bj. p. 28.)

XIX. Voir les éclaircissements aux doc. IX et XVII.

XX. L'original a été trouvé à l'US, URF j pour juillet 1825. URF jn $\frac{339}{\text{juillet } 1825}$.

XXI. Ecrit sur la 3ème page de l'original du doc. XVII.

XXII. Voir les éclaircissements au doc. IX. KD jn $\frac{1012\ A}{1825}$.

XXIII. Ecrit sur le document précédent.

XXIV. Original US, URF j pour juillet 1825. URF jn $\frac{354^b}{\text{juillet } 1825}$.

XXV. Voir les éclaircissements au doc. IX. KD jn $\frac{1057\ A}{1825}$.

XXVI. Original RA, FD j pour juillet 1825. FD jn $\frac{1812\ C}{1825}$.

XXVII. Voir les éclaircissements au doc. IX. KD jn $\frac{1108\ A}{1825}$.

XXVIII. Reproduction du KDr pour 1825, RA. Dans KDr, le document porte le n° 307.

XXIX. Voir les éclaircissements se rapportant au doc. IX. C'est une lettre ordinaire n'ayant reçu aucun n° courant de journal. Devrait peut-être trouver place parmi les lettres d'Abel; mais c'est pour la continuité que nous l'avons insérée ici.
Adresse:
Høivelbaarne
Hr. Statsraad P. C. Holst
Commandeur af Nordstjernen m. m.
Christiania

XXX. Voir les éclaircissements sur le doc. IX. KD jn $\frac{1258\ A}{1825}$.

XXXI. Voir les éclaircissements sur le doc. IX. La lettre originale trouvée par moi a été rédigée, mais l'absence de plis semble indiquer qu'elle n'a pas été expédiée. Dans KD k, la même lettre est cependant copiée.

XXXII. Original trouvé à l'US., URF j pour septembre 1825. L'original était fermé par un cachet à la cire, aux initiales BF. Dans URF f, lors de la délibération sur cette matière, la conclusion du procès-verbal est: „La vacance du poste sera affichée dans le courant de ce mois.“ URF jn $\frac{463}{\text{Septbr } 1825}$.

XXXIII. Original US, URF j pour sept. 1825. URF jn $\frac{464}{\text{Septbr } 1825}$.

XXXIV. Extrait de URFf pour 1825, appartenant à l'US.

XXXV. Original trouvé au RA. Avec les originaux des doc. XXXVI, XL, XLI et XLIII dans le KD j pour mars 1826. Comme les originaux de ces documents n'étaient pas à leur place (février 1826), je fus longtemps à les trouver. Le document a été joint comme annexe au suivant.

XXXVI. Voir les éclaircissements relatifs au doc. XXXV. KD jn $\frac{1753\ A}{1825}$ 25 novembre.

XXXVII. Original US, URF j pour novembre 1825. URF jn $\frac{640}{\text{Novbr 1825}}$. (Bj. s. 36; Bj. p. 52.)

XXXVIII. L'original manque. Le document est une reproduction d'après URF k pour 1825, (US). (Bj. s. 35; Bj. p. 52.)

XXXIX. L'original de ce document, qui eut pour Abel des suites si fatales, a été trouvé à l'US, dans URF j pour décembre 1825. URF jn $\frac{663}{\text{Decbr 1825}}$. (Bj. s. 36; Bj. p. 52.)

XL. Voir les éclaircissements relatifs au doc. XXXV. KD jn $\frac{1907\ \text{A}}{1825}$ 22 décembre. (Bj. s. 36; Bj. p. 52—53.)

XLI. Ecrit sur le document précédent.

XLII. Reproduit d'après KD r 1826 (RA). Le document porte dans KD r le n° 5.

XLIII. Voir les éclaircissements sur le doc. XXXV. KD jn $\frac{240\ \text{A}}{1826}$.

XLIV. Original trouvé à l'US, URF j pour février 1826. URF jn $\frac{102}{\text{Février 1826}}$.

XLV. Voir les éclaircissements se rapportant au doc. X. La lettre était fermée d'un cachet à la cire, où on lit les initiales B H (probablement Bernt Holmboe). URF jn $\frac{342}{\text{Juin 1827}}$. (Bj. s. 72; Bj. p. 107.)

XLVI. Original trouvé dans RA, KD j pour juin 1827, avec l'original des documents XLVII et XLIX. KD jn $\frac{831\ \text{A}}{1827}$ juin 8. (Bj. s. 72; Bj. p. 107.)

XLVII. Ecrit sur le document précédent.

XLVIII. Original trouvé au RA, FD j pour juin 1827. FD jn $\frac{1554\ \text{C}}{1827}$.

XLIX. Voir les éclaircissements relatifs au doc. XLVI. KD jn $\frac{1011\ \text{A}}{1827}$ juin 25.

L. Original trouvé à US, URF j pour juillet 1827. URF jn $\frac{424}{\text{juillet 1827}}$. (Bj. s. 72; Bj. p. 107.)

LI. Voir les éclaircissements relatifs au doc. X. URF jn $\frac{451}{\text{juillet 1827}}$.

LII. L'original a été trouvé au RA, dans KD j pour juillet 1827. KD jn $\frac{1209\ \text{A}}{1827}$ 3 août. (Bj. s. 72; Bj. p. 108.)

LIII. L'original a été trouvé à l'US, dans le URF j pour août 1827. URF jn $\frac{491}{\text{août 1827}}$.

LIV. De même, URF j pour août 1827. URF jn $\frac{548}{\text{Sept 1827}}$.

LV. L'original manque. Le présent document est reproduit d'après le URF k pour 1827 à l'US.

LVI. L'original a été trouvé à l'US, dans le URF j pour août 1827. URF jn $\frac{552}{\text{Sept 1827}}$.

LVII. L'original manque. Le présent document est reproduit dans l'URF k pour 1827, à l'US.

LVIII. L'original manque. Le présent document est reproduit d'après le URF k pour 1827, à l'US.

LIX. L'original a été trouvé au RA, joint aux originaux des doc. LXI, LXV et LXVII, dans le KD j pour décembre 1827. URF jn $\frac{160}{\text{Oct. 1827}}$.

LX. L'original manque. Reproduit d'après le URF k pour 1827, à l'US.

LXI. Voir les éclaircissements relatifs au doc. LIX. KD jn $\frac{1873\text{ A}}{\text{12 déc. 1827}}$
(Bj. s. 115; Bj. p. 217.)

LXII. Grâce à la bienveillance du lieutenant-colonel O. Hjort, j'ai obtenu l'accès des archives de l'Ecole supérieure de guerre. L'original du présent doc. a été trouvé parmi les pièces journalisées pour 1827. Il porte le numéro de journal MH $\frac{65}{1827}$.
(Bj. s. 115; Bj. p. 217.)

LXIII. Voir au n° précédent. Le présent document est extrait du registre des séances de la direction de l'Ecole supérieure de guerre pour 1827. (Bj. s. 115; Bj. p. 217.)

LXIV. L'original a été trouvé au RA, dans le FDj pour décembre 1827. FD jn $\frac{3361\text{ C}}{27}$.

LXV. Voir les éclaircissements relatifs au doc. LIX. KD jn $\frac{1957\text{ A}}{1827}$ 24 déc.

LXVI. Reproduction empruntée au KD r pour 1828, RA. Cette proposition porte dans le KD r le n° 8.

LXVII. Voir les éclaircissements au sujet du n° LIX. KD jn $\frac{314\text{ A}}{\text{26 févr 1828}}$.

LXVIII. L'original manque. Le présent document est reproduit d'après le KD k pour 1828, RA.

LXIX. L'original manque. Le présent document est reproduit d'après le URF k. pour 1828, US.
(Bj. s. 115; Bj. p. 217.)

LXX. J'ai trouvé l'original du présent document avec celui des doc. LXXI, LXXII et LXXIII au RA, parmi les pièces classées du KD pour l'année 1828. Ce document porte les deux numéros suivants: URF $\frac{394}{\text{juin 1828}}$ et KD $\frac{965\text{ A}}{28}$ juin 25.
(Bj. s. 117; Bj. p. 220.)

LXXI. Voir au n° précédent. Le document porte le n° de journal de la prochancellerie P. C. E. n° 53. (Bj. s. 127; Bj. p. 220.)

LXXII. Voir au n° LXX. KD jn $\frac{965\ A}{28}$ 25 juin.

LXXIII. Voir au n° LXX. Ainsi qu'il est indiqué dans le texte, Abel a laissé une place ouverte pour la date. KD jn $\frac{1004\ A}{1828}$ 30 juin.

LXXIV. Reproduit d'après KDJ pour 1828, RA.

LXXV. Voir les éclaircissements relatifs au doc. X. URF jn $\frac{417}{\text{juillet } 1828}$.

LXXVI. J'ai trouvé l'original avec ceux des doc. LXXX et LXXXI au RA, parmi les documents classés du KD pour l'année 1828. KD jn $\frac{1113\ A}{1828}$ 16 juillet.

LXXVII. Voir les éclaircissements relatifs au doc. X. Sans numéro de journal.

LXXVIII. Est écrit sur le document précédent.

LXXIX. Voir les éclaircissements relatifs au doc. X. URF jn $\frac{452}{\text{Juillet } 1828}$, avec l'addition suivante: $\frac{\text{ad } 979,\ 1004^{a},\ 1020}{1829}$.

LXXX. Voir les éclaircissements au n° LXXVI. Ce document n'avait pas de n° de journal, lorsque je le trouvai. A évidemment servi d'annexe au suivant.

LXXXI. Voir les éclaircissements au n° LXXVI. KD jn $\frac{1337\ A}{1828}$ 22 août.

LXXXII. Reproduit d'après KDJ (RA).

LXXXIII. L'original a été trouvé par moi au RA, dans le KDj pour juillet 1829, avec les n°s LXXXIV, LXXXV, LXXXVII, LXXXIX, XCI et l'avis du secrétariat d'état en date du 22 juillet 1829, annonçant que Holmboe est chargé du cours d'Abel. La pétition est écrite sur deux colonnes sur papier timbré. Porte le n° 41486 et a servi d'annexe aux doc. LXXXIV et LXXXVI.

LXXXIV. Voir les éclaircissements au n° précédent. KD jn $\frac{2029\ A}{16 \text{ décbr } 1828}$ (Bj. s. 118; Bj. p. 222.)

LXXXV. Ecrit sur le précédent.

LXXXVI. Original trouvé au RA, dans le FD j pour décembre 1828. FD jn $\frac{3827\ C}{28}$.

LXXXVII. Voir les éclaircissements au doc. LXXXIII. KD jn $\frac{3\ A}{2 \text{ Janvier } 1829}$.

LXXXVIII. Reproduit d'après KD r (RA.) Le document porte dans le KD r le n° 8.

LXXXIX. Voir pour les éclaircissements au n° LXXXIII. KD jn $\frac{248}{18 \text{ Févr. } 1829}$.

XC. L'original a été trouvé à l'US, dans l'URF j pour février 1829. URF jn $\frac{123}{\text{Févr 1829}}$.

XCI. Voir pour les éclaircissements au doc. LXXXIII. URF jn $\frac{126}{\text{Févr 1829}}$.

XCII. L'original a été trouvé à l'US, dans URF j pour juillet 1829. URF jn $\frac{136}{\text{Févr 1829}}$.

XCIII. L'original manque. Le présent document est reproduit d'après le URF k pour 1829, (US.)

XCIV. J'ai trouvé l'original de ce document, ainsi que des deux suivants dans une liasse marquée *„Abels værker“* au bureau de l'enseignement du Ministère de l'instruction publique et des cultes. Voir pour les éclaircissements au doc. IX. Ils étaient joints à un grand nombre d'autres documents dans une chemise portant la mention: Den første udgave af N. H. Abels Værker. URF jn $\frac{822}{1836}$.

Les doc. XCIV et XCV ont leur intérêt par les renseignements qu'ils fournissent sur les manuscrits laissés par Abel.

XCV. Voir au n° précédent. KD jn $\frac{1931\ \text{A}}{\text{Oct 9}}$ 1838.

XCVI. Voir aux éclaircissements du doc. XCIV. KD jn $\frac{2257\ \text{A}}{1838}$.

En vue des investigations qui pourront avoir lieu à l'avenir, je vais donner ici la liste des archives que j'ai eu le temps de scruter.

A l'US, j'ai examiné à fond:

Le URF j en connexion avec le URF f et le URF k pour tous les mois des années de 1821 inclus jusque 1830 inclus, et pour le second semestre de 1831.

Au RA, j'ai fouillé le KD j pour tous les mois des années 1824 et 1825, janvier, février, mars et avril 1826, mai, juin, juillet, août et décembre 1827, janvier, février, mars et décembre 1828 ainsi que janvier, février et la moitié de juillet 1829. Parmi les affaires classées du KD j'ai examiné à fond les années de 1823 inclusivement jusques et y compris 1830; en outre, d'après les tables des matières, le journal de 1824 jusque 1830 inclusivement; enfin d'une façon rapide les affaires classées du KD pour 1821, 1822, 1831—1839 et 1845.

Puis j'ai fait une recherche plus sommaire dans les greniers du Ministère de l'Instruction publique et des cultes, Dronningens Gade, 15, et dans les archives de l'Ecole supérieure militaire pour les années de 1826 à 1829 (ces deux années incluses.)

Je tiens à exprimer ici toute ma reconnaissance pour la bonne volonté qui m'a été témoignée de toutes parts pendant mes recherches.

L. SYLOW

LES ÉTUDES D'ABEL ET SES DÉCOUVERTES

LES ÉTUDES D'ABEL ET SES DÉCOUVERTES

PAR

L. SYLOW

Notre université possède, autant que je sache, outre un certain nombre de lettres d'Abel, tout ce qui est resté de ses manuscrits mathématiques. Parmi ceux-ci il n'y a pas d'originaux des mémoires qu'il a publiés lui-même, et ceux qui restent sont pour la plupart des travaux du commencement de sa vie d'étudiant, et pas précisément les plus remarquables. Mais Abel avait l'habitude d'écrire des ébauches et de faire des calculs dans des cahiers reliés, habitude qui donne aux papiers qu'il a laissés une valeur historique beaucoup plus grande qu'ils ne l'auraient eue sans cela. Car on doit présumer, en général, que tout se trouve en ordre chronologique, dès que l'époque relative des cahiers est déterminée de façon certaine.

C'est en rapprochant ces notes d'Abel de ses lettres et de ses mémoires publiés, que l'on obtient le tableau le plus précis de sa vie scientifique.

La partie la plus importante des manuscrits d'Abel, tant au point de vue du contenu que de l'étendue, forme six cahiers manuscrits. On n'y trouve rien qui ait une ressemblance même lointaine avec le „Notizenjournal" de Gauss. Les dates y sont au contraire très rares. Cependant on réussit assez bien à déterminer l'époque des cahiers. Je les mentionnerai dans leur ordre chronologique, avec leur numéro dans la collection des manuscrits de la bibliothèque, et j'indiquerai en même temps sur quoi repose la détermination de la date. Je les citerai ensuite par les numéros adoptés ici.

I. MS n° 829 in-4°, désigné dans les „Œuvres complètes, Nouv. éd." par la lettre E; c'est un cahier de 192 pages d'après la pagination même d'Abel; les

pages 164 et 165 manquent, mais cela tient simplement à une faute de pagination. Le feuillet 179—180, au contraire, est arraché. La cahier porte en titre: „*Exercices mathématiques par Niels Henrik Abel*“,* d'une écriture presque enfantine. Sur la couverture se trouve un titre semblable, écrit d'une main plus exercée. Il n'y a aucune indication de temps; la langue est le norvégien. On peut conclure l'époque de ce cahier de ce qui suit: Pages 139—141 se trouve un morceau intitulé „*Résolution des équations du troisième degré (par Cardan)*“* et pages 142—144 un autre intitulé „*Résolution des équations du quatrième degré (par Bombelli)*“.*

Comme on sait qu'Abel s'est occupé dès le commencement de l'année 1821 de la résolution des équations du cinquième degré, et même a cru un moment l'avoir trouvée, ces pages, tout au moins, et probablement le cahier tout entier ont dû être écrits au plus tard en 1820, par conséquent lorsqu'il était encore au lycée. Le reste du contenu s'accorde bien avec cela. Le premier morceau: „*Développement de quelques fonctions au moyen du calcul différentiel*“* forme environ la moitié du cahier. La méthode consiste en général à poser la fonction égale à une série de puissances; par différentiation des deux membres, on obtient des formules de récurrence pour déterminer les coefficients. D'une façon générale, c'est surtout de développements en série qu'il est question. Mais il s'y trouve aussi d'autres choses, par exemple le théorème de Taylor obtenu par intégration par parties, des propositions de géométrie élémentaire, la rectification de la parabole, l'application du calcul différentiel et intégral à la géométrie analytique, la courbe tautochrone. A un endroit, il se sert des indices de différentiation négatifs. Tout cela n'est évidemment que des extraits qu'il a faits, et des problèmes qu'il a résolus en étudiant les traités et les auteurs anciens.

II. MS n° 749 in-4°, ne fut retrouvé qu'en décembre 1883 parmi les livres de Holmboe, et par suite n'est pas mentionné dans les Œuvr. compl. C'est un cahier relié de 170 pages, paginé par Abel lui-même, mais les pages 17—22 sont coupées; deux feuillets sont enlevés entre les pages 130 et 131, certainement donc par Abel lui-même. Le cahier est écrit avec beaucoup de soin, et porte en titre: „*Mémoires mathématiques*“;* la langue est partout le

* En norvégien.

norvégien. Comme c'est la source de toute une série de mémoires insérés par Holmboe dans le second volume de son édition des Œuvres complètes, je vais donner ici la table des matières dont il est pourvu, avec l'indication du volume et de la page dans l'édition de Holmboe, et renvois entre parenthèses à la nouvelle édition, pour les mémoires qui y sont également insérés.

1. Sur les maxima et minima d'intégrales aux différences finies . . . Page 1
Œuvr. compl. II, p. 1.

2. Conditions pour qu'une fonction de plusieurs variables et de leurs différences soit une différence complète . . . . . - 10
Œuvr. compl. II, p. 9.

3. Détermination des limites que ne peuvent dépasser les quantités variables pour que l'integrale $\int U dx$, prise entre des limites données, ait une valeur déterminée . . . . . - 17

4. La fonction transcendante $\sum \frac{1}{x}$ . . . . . - 28
Œuvr. compl. II, p. 14.

5. Les fonctions transcendantes $\sum \frac{1}{a^2}$, $\sum \frac{1}{a^3}$, etc. . . . . - 53
Œuvr. compl. II, p. 30. (Nouv. éd. II, p. 1.)

6. Intégration de $\int \frac{M}{N} (lx)^\alpha \, dx$ . . . . . - 58

7. Valeur de $\int \frac{\left(l \frac{1}{x}\right)^\alpha dx}{(x+m)^r}$ de $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, etc. . . . . - 64
De ce mémoire, les p. 69—76 sont insérées dans les Œuvr. compl. II, p. 35. (Nouv. éd. II, p. 7.)

8. Sommation de la série $y = \varphi(0) + \varphi(1) . x + \ldots + \varphi(n) . x^n$, où φ désigne une fonction rationnelle . . . . . - 77
Œuvr. compl. II, p. 41. (Nouv. éd. II, p. 14.)

9. Sur l'équation différentielle $dy + (p + qy + ry^2) \, dx = 0$ . . . . . - 82
Œuvr. compl. II, p. 229. (Nouv. éd. II, p. 19.)

10. Sur l'équation différentielle $(y + s) \, dy + (p + qy + ry^2) \, dx = 0$ . . - 89
Œuvr. compl. II, p. 236. (Nouv. éd. II, p. 26.)

11. Sur un problème de géométrie . . . . . - 99

12. Détermination de fonctions par des propriétés données . . . . . - 102
Les pages 123—126 sont insérées dans Œuvr. compl. II, p. 246. (Nouv. éd II, p. 36.)

13. Réduction de l'intégrale $\int dx f(x, \sqrt{v})$ . . . . . Page 133
14. Sur des intégrales de la forme $\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{v}}$ . . . . . - 149
15. Sur les transcendantes elliptiques de troisième espèce . . . . . - 151
16. Equations fonctionnelles contenant des fonctions inconnues de deux variables . . . . . - 155
17. L'équation différentielle $dy + (p + y^2)\, dx = 0$ . . . . . - 161

Le cahier lui-même ne renferme aucune indication de temps. Holmboe dit, dans la préface de son second volume, que les deux premiers de ces morceaux ont été écrits aussitôt après qu'Abel eut lu pour la première fois le *Calcul des fonctions,* de Lagrange, ce qu'il a fait au plus tôt à l'automne de 1822, comme on peut le voir dans le registre des prêts de la bibliothèque de l'université. Mais Abel cite, p. 69, les *Exercices de calcul intégral,* de Legendre, qu'il commença à étudier à l'automne de 1823. Les numéros 12 et 16 ont pour objet une classe de problèmes qu'Abel a traités dans le *Magazin for Naturvidenskaberne* en 1823, et par suite n'ont pu être écrits plus tard. Le cahier date donc probablement des années 1822 et 1823.

III. MS n° 351. A. in-folio., désigné par la lettre A dans les Œuvr. compl., Nouv. éd. C'est un cahier relié qu'Abel acheta à Paris peu après son arrivée, et qu'il utilisa aussitôt. Il porte encore la marque du papetier collée à l'intérieur de la couverture, et la fausse couverture porte le titre en français: „*Mémoires de Mathématiques par N. H. Abel, Paris le 9 aout 1826.*“ On trouve en outre la date du 18 août 1826, écrite en marge au haut de la page 31; p. 35 il y a 19 août. La pagination à l'encre rouge que portent aujourd'hui les feuillets du cahier a été ajoutée à l'occasion de la nouvelle édition des Œuvres compl. Un feuillet était arraché, probablement par Abel lui-même au cours du travail, car il ne semble pas qu'il y ait de lacune. Les pages 117 et 118 traitent de l'élimination entre deux équations algébriques tout-à-fait de la même manière que le court mémoire qu'Abel fit imprimer dans les Annales de Gergonne, et doit par conséquent avoir été écrit auparavant, c'est-à-dire dès 1826 (lettre XXII). Les matières du cahier sont précisément les questions qui faisaient l'objet des travaux d'Abel pendant le séjour à Paris. Il semble donc avoir été achevé soit à Paris, soit du moins avant son retour en Norvège.

IV. MS n° 696 in-4°, désigné dans les Œuvr. compl., Nouv. éd. par la lettre D. C'est un cahier de 136 pages; une pagination a été ajoutée au crayon à l'occa-

sion des Œuvr. compl., Nouv. éd.; quelques feuillets étaient alors arrachés. Sur la couverture sont imprimés le nom et l'adresse du fabricant: „Neuhaldensleben bey A. Eyraud." ABEL y a mis un feuillet pour le titre où on lit en français: *„Remarques sur divers points de l'analyse par N. H. Abel, 1er Cahier, le 3 sept. 1827."* Si le cahier a été acheté en Allemagne, ABEL n'a doncc ependant écrit le titre qu'à Kristiania; mais probablement les papetiers de Kristiania importaient alors d'Allemagne les cahiers, ou peut-être les couvertures à images; ce que suggère d'ailleurs le fait qu'un prix en monnaie norvégienne de l'époque est écrit au crayon à l'intérieur de la couverture. La langue est le français, lorsqu'il y a du texte, mais c'est assez rare; la plus grande partie du cahier ne contient que formules et calculs, dont il faut deviner la signification; ce sont surtout des séries infinies ou des équations abéliennes. Il y a des parties qui rappellent le cahier III, d'autres le cahier V.

V. MS n° 435 in-folio, désigné par la lettre B dans les Œuvres compl., Nouv. éd. C'est un cahier relié. Lorsqu'on a fait la pagination, de même que pour les deux précédents, 5 feuillets avaient été coupés entre les pages 30 et 31, ainsi que le dernier feuillet. Il n'y a aucune indication de temps ni de lieu, mais le papier et certaines particularités ressemblent tellement à des registres de la douane des années 1826 et 1827, que l'on doit considérer comme certain qu'il a été fait et acheté à Kristiania. A cela s'ajoute que le prix en monnaie norvégienne ancienne, ici encore, est écrit au crayon à la fin du volume à l'intérieur de la couverture. Dans la première partie du cahier jusqu'à la page 84, il est écrit en français, ensuite en allemand; page 85 commence en effet une section qui s'étend jusqu'à la fin du cahier, et qui porte le titre de: *„Versuch einer Theorie der elliptischen Functionen."* A partir de la page 116, cependant, il y a très peu de texte. Un point de repère pour la détermination de la date est fourni par les pages 47—49, qui ont le même contenu que le mémoire d'ABEL dans le Journal de Crelle, t. III, sur une classe de critères de convergence des séries. Comme Olivier et son mémoire dans le t. II, deuxième fascicule du Journal, y sont mentionnés, ces pages ont été écrites après qu'ABEL eut vu ce fascicule, qui parut le 5 juillet 1827, et sans doute peu après, car ABEL était bien au fait de la question. En effet la série $\sum \frac{1}{n(\log n)^{\alpha}}$ se rencontre déjà dans le Cahier III. Le Cahier V a dû être acheté et commencé après le Cahier in-4° IV, mais avant que celui-ci fût terminé; ce dernier con-

venait moins en effet pour recevoir de grands articles étendus. Il a dû être terminé au plus tard au commencement de 1828, comme on le voit en le rapprochant du suivant.

VI. MS n° 351 C .in-folio, appelé C dans les Œuvr. compl., Nouv. éd. Ici encore la pagination (1—215) a été faite plus tard; entre les pages 49 et 50, 51 et 52, 187 et 188, un feuillet était arraché, ainsi qu'un bon nombre à la fin du cahier. Il porte la marque d'un relieur de Kristiania, mais ne porte aucune autre indication de temps que quelques dates de l'automne 1828 à la fin du volume à l'intérieur de la couverture. Qu'il soit postérieur au Cahier V, cela résulte de son contenu en général; quelques détails, surtout, le montrent d'une manière certaine. Par exemple, on rencontre, p. 34 et suivantes, des calculs assez longs sur la division par 7 des périodes d'une fonction elliptique singulière, dont il est question à la page 172 du Cahier V. Page 52, il y a une table du contenu des divers paragraphes du mémoire sur les équations abéliennes; les théorèmes, et même quelques-unes des équations y sont mentionnés avec leurs numéros. La page 52 a donc été écrite après la rédaction du mémoire, mais avant son envoi. Le mémoire est daté du 29 mars 1828; mais il semble que cette date ait été ajoutée par Crelle et doit dans ce cas être la date de la lettre d'envoi. La page 52 a donc dû être écrite ce jour-là ou peu avant. Enfin, la page 210 contient un brouillon de la deuxième lettre d'Abel à Legendre, datée du 25 novembre 1828. On peut donc admettre que le Cahier VI a été commencé au début de l'année 1828 et terminé vers la fin de l'année. Le Cahier V a donc dû être terminé au plus tard au commencement de 1828.

Ces quatre derniers cahiers diffèrent beaucoup des deux plus anciens. Ils ne contiennent la rédaction définitive d'aucun mémoire, mais seulement des préparations. Il semble qu'Abel, lorsqu'il croyait avoir dans l'esprit quelquechose d'achevé, ait pris son cahier et commencé à écrire son mémoire in extenso, souvent avec introduction. Au début il arrive que tout est parfaitement élaboré et complètement rédigé; mais plus loin le texte commence à devenir plus rare, et ce qu'il écrit finit par n'être plus qu'une collection de calculs. Sa critique s'est alors exercée sur lui-même, soit à l'égard du mode d'exposition, soit en ce qu'il ne trouve pas le travail encore assez mûr; parfois peut-être la cause en est qu'il a poursuivi son sujet plus loin qu'il ne l'avait projeté tout d'abord. Mais il est ainsi parvenu à une rédaction intelligible pour lui-même des résultats acquis à un moment donné. Plus tard il

revient parfois au même sujet, et fait une nouvelle tentative. Le mémoire définitif, lorsqu'il y en a eu un de publié, s'accorde dans ses parties essentielles avec la dernière ébauche faite dans le cahier, mais peut aussi avoir été complété. Tel est le cas, par exemple, pour le mémoire sur les équations abéliennes. Mais il n'est pas sans exemple que certaines choses soient plus nettement accentuées dans le cahier que dans le mémoire. Ainsi, dans le mémoire que je viens de citer, c'est dans une simple note au bas de la page, qu'il dit qu'on suppose un domaine de rationalité quelconque. Au contraire, au premier endroit où apparait ce thème, (Cahier III, p. 129), on lit:

„Soit $f(x, a, b, c, \ldots) = 0 = \varphi(x)$

une équation en x du degré μ, $f(x, a, b, c \ldots)$ étant une fonction rationnelle de $a, b, c, d \ldots$

Supposons que, x_0, x_1, étant deux racines, on ait

$$x_1 = \theta(x_0)$$

$\theta(x_0)$ étant une fonction rationnelle de $x_0, a, b, \ldots$ etc."

Ses cahiers lui servaient encore d'une autre manière; il y faisait des calculs et notait des résultats sur les questions qu'il était en train de traiter. Lorsqu'il s'est occupé assez longtemps d'un même sujet, on trouve de longues séries de pages qui consistent uniquement en formules et calculs, souvent sans le moindre texte. S'il y fait une faute de calcul, ou s'il a énoncé une proposition incorrectement, il ne se donne souvent plus la peine d'effacer ou de corriger la faute; tout au plus le résultat exact est-il mis en marge. En continuant, on trouve que la faute a disparu. Dans ces passages les désignations employées peuvent varier, et il n'y a souvent aucun lien visible entre ce qui se trouve sur une page et sur la suivante. Il arrive qu'il se soit servi plus tard de blancs pour y faire de menus calculs qui n'ont aucun rapport avec le sujet primitif. L'insouciance avec laquelle il a traité ces cahiers va si loin que, faute de papier, il s'en est parfois servi lorsqu'il donnait des leçons sur les parties les plus élémentaires des mathématiques.

Outre ces cahiers, il est possible que Holmboe en ait eu d'autres lors de la première édition des Œuvres complètes, mais il a eu certainement une foule de feuilles volantes, qui alors déjà étaient jetées pêle-mêle.* De ces papiers il y en a peu de conservés; on y trouve l'original du mémoire XIV des Œuv. compl., Nouv. éd. II

* Voir doc. XCIV et XCV.

(T. II n° XXII de l'éd. ancienne) et les fragments imprimés dans le T. II sur les fonctions elliptiques.

Depuis la publication de la nouvelle édition, l'Université est entrée en possession d'une partie des copies des originaux d'Abel, sur lesquelles ont été imprimés ses mémoires dans le Journal de Crelle. Elles appartenaient à l'Académie des Sciences de Berlin, et furent obligeamment prêtées aux éditeurs. Plus tard, afin que tout ce qui restait des manuscrits d'Abel pût être conservé au même endroit, l'Académie a fait à notre Université un don très bien-venu en lui cédant ces copies, qui ont donné de précieux renseignements pour établir l'édition.*

J'ai trouvé une source utile de renseignements sur les premières études d'Abel dans les registres de prêts des bibliothèques de l'école cathédrale (lycée) et de l'Université. Non seulement ils donnent un tableau de ce qui intéressait Abel, mais la certitude qu'Abel a lu un livre à un moment donné, ou la probabilité qu'il ne l'ait pas connu, a plusieurs fois présenté de l'intérêt. Il n'y avait guère pour Abel d'autre accès à la littérature mathématique; on peut donc admettre que ces registres renseignent complètement sur ce qu'il a lu avant son départ pour l'Allemagne, si l'on excepte seulement ce qu'il a pu lire à Copenhague en 1823; mais sur ceci il nous a lui-même renseignés dans sa seconde lettre à Holmboe.

Dans son enfance, Abel était très adonné à la lecture, et profitait assidûment de la bibliothèque du lycée. Le registre de prêts montre que pendant ses trois premières années d'école, il a lu des œuvres littéraires et des descriptions de voyage, mais qu'en 1818 survint un changement soudain; à partir de ce moment, il ne lut, pour ainsi dire, plus que des mathématiques. En cette année, ses dispositions s'étaient révélées à son professeur, Holmboe, et à lui-même. Il parut absurde de lui donner les mêmes devoirs qu'aux autres élèves; il se mit avec une rapidité merveilleuse au courant de ce qu'on enseignait au lycée en fait de mathématiques élémentaires, et il étudia ensuite sans la direction de Holmboe d'abord les éléments du calcul infinitésimal, puis l'„*Introductio*“ d'Euler, ses „*Institutiones calculi differentialis*“ et ses „*Institutiones calculi integralis*“. Ce fut certainement une heureuse inspiration de choisir ces ouvrages comme livres d'étude pour un pareil élève, et son étude d'Euler a été féconde; mais d'autre part il semble qu'il lui en

* Voir lettres LIII et LIV.

soit resté certaines idées peu rigoureuses, qui ont été longtemps tenaces, et dont il a eu de la peine à se débarrasser. Dès avant qu'il eût quitté l'école, la bibliothèque de celle-ci lui était déjà devenue insuffisante, et il s'adressa à la bibliothèque de l'Université. Le registre de prêts de celle-ci le montre alors lecteur assidu jusqu'à son voyage en Allemagne en 1825. Ce qu'il demanda fut avant tout les grands mathématiciens antérieurs, comme Newton, Euler, Lagrange, mais aussi quelques contemporains, comme Gauss; dès 1820 il a emprunté les „*Disquisitiones arithmeticæ*", plus tard on voit qu'il a lu une des démonstrations de Gauss pour le théorème fondamental de l'algèbre; en même temps il étudiait tel ou tel traité, comme le „*Cours de mathématiques*" de Lacroix. En outre, à partir de 1820, il chercha à se renseigner dans les publications des académies, ou dans des revues comme le „*Journal de l'Ecole Polytechnique*" et les „*Annales de Gergonne*". Certes, la mathématique pure était son étude principale, mais il s'est intéressé aussi aux applications. C'est ainsi qu'il a emprunté des ouvrages sur la mécanique d'Euler, de d'Alembert, de Lagrange, de Poisson, la „*Mécanique céleste*" et l'„*Exposition du système des mondes*" de Laplace, le „*Traité d'optique*" de Malus. Beaucoup de tout cela, notamment en ce qui concerne la mécanique, l'astronomie, etc., a dû être une sorte d'exploration du domaine immense de la science, on n'en peut guère douter. Il n'a certainement pas étudié les mathématiques appliquées avec la même ardeur que les mathématiques pures. Son travail de jeunesse mal réussi sur l'influence de l'attraction de la lune sur les corps à la surface de la terre, et un passage d'une lettre à Hansteen (lettre X) en témoignent; il semble en effet que Hansteen ait essayé de l'attirer vers l'application, et qu'Abel cherche alors à s'y soustraire.

Depuis le temps où il était au lycée, il mena de front ces lectures, dont il écrivait des extraits, et la rédaction de petits mémoires, qu'il a sans doute considérés comme des exercices. Neuf de ces travaux du commencement de son temps d'étudiant ont été insérés dans la première édition des Œuvres complètes, et six ont dû être insérés également dans la nouvelle édition, parcequ'ils avaient été cités souvent depuis. Il ne commença qu'en 1823 à publier des petits mémoires dans le „*Magazin for Naturvidenskaberne*", qui venait justement d'être fondé. Pendant tout ce temps jusqu'en 1825, Abel en resta, pour ce qui est de la rigueur et de la méthode, au point où en étaient les mathématiciens anciens. Pour en donner des exemples, il considérait l'expression

$$1+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}=L(x)$$

comme la définition d'une fonction $L(x)$ pour toute valeur de x; il employait des séries infinies sans se demander si elles étaient convergentes ou non, et attribuait un sens aux séries divergentes. Dans le cahier II (p. 79), il répète les égalités d'Euler:

$$1-1+1-1+\ldots=\tfrac{1}{2},$$
$$1-2+3-4+\ldots=\tfrac{1}{4},$$
$$1^2-2^2+3^2-4^2+\ldots=0, \text{ etc.}^*$$

Il lui arriva parfois aussi d'aller plus loin que ses prédécesseurs ne se le seraient permis, par exemple dans le mémoire „*Sur les fonctions génératrices et leurs déterminans*", où beaucoup de choses sont un jeu purement formel avec des expressions analytiques.

Mais malgré cela, une bonne partie des découvertes capitales d'Abel remontent à cette époque. La démonstration de l'impossibilité de résoudre l'équation générale du cinquième degré au moyen de radicaux fut trouvée. De même le théorème célèbre qui par excellence porte son nom. La conception des fonctions inverses des intégrales elliptiques et hyperelliptiques surgit, et en même temps l'idée que de telles fonctions devaient admettre plusieurs périodes.

La révolution dans les conceptions d'Abel se produisit pendant la première partie de son voyage. Cet éveil de sa critique est dû peut-être à plusieurs causes. Le voyage l'obligea à mettre de côté tous les livres, mais il n'arrêta certes pas sa réflexion mathématique. Ainsi fut favorisée l'éclosion d'idées nouvelles, ainsi qu'un regard en arrière sur ses efforts antérieurs, qui pouvait aisément conduire à une comparaison entre la clarté de l'algèbre proprement dite, et l'ancienne théorie vague sur les séries infinies. A Berlin il eut occasion de fréquenter plusieurs mathématiciens; il n'y rencontra, il est vrai, aucune des célébrités de l'époque, mais il rencontra Crelle, Steiner à ses débuts, et d'autres encore, parmi lesquels était au moins un élève de Gauss. Dans les discussions mathématiques qui eurent lieu, et auxquelles il prenait volontiers part, il a été certainement question de beaucoup de

* Ces lignes ont été omises dans la première édition des Œuv. compl. (T. II. p. 43), et ont par suite été omises aussi dans la seconde (T. II. p. 16), les éditeurs n'ayant pas connu l'original.

choses, et sans doute aussi de l'opinion de Gauss sur les séries divergentes. Gauss, dans ses lettres à Bessel du 18 décembre 1811 et du 5 mai 1812, avait déjà prévenu contre l'usage des séries divergentes; dans la derniére on lit, à propos de la série de Taylor: *„sobald sie aufhört convergent zu sein, hat ihre Summe, als Summe, keinen Sinn.“* Alors même qu'ABEL ne fût pas parvenu d'une autre manière à une conception plus rigoureuse, la littérature mathématique récente lui eût donné l'éveil. Il doit avoir lu à Berlin le *„Cours d'analyce“* de Cauchy, car il le cite avec un vif éloge dans son mémoire sur la formule du binôme, mais il ne l'a pas cité auparavant, et ne l'a pas emprunté à la bibliothèque de l'université de Kristiania. On trouve quelque part dans les manuscrits d'ABEL (cahier III) *„Bolzano est un habile homme“*,* phrase que je ne pouvais comprendre, parceque je ne connaissais Bolzano que comme nom de ville. Il fut d'autant plus intéressant de voir dans *l'Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften* citer un mathématicien Bolzano comme ayant, dès avant Cauchy, donné le critère fondamental de convergence bien connu. ABEL a lu sans nul doute aussi, au cours de son voyage, le livre de Bolzano, *„Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes“*, etc.

C'est dans la lettre à Holmboe du 16 janvier 1826 que l'on entend parler pour la première fois de cette phase dans la vie scientifique d'ABEL. Il dit des séries divergentes: „c'est une honte que l'on ose fonder sur elles la moindre démonstration. On peut en tirer tout ce qu'on veut quand on les emploie.“ „Peut-on penser quelque chose de plus affreux que de dire que $0 = 1 - 2^n + 3^n - 4^n +$ etc., où n est un nombre entier positif“ etc. C'est à des considérations humiliantes qu'il se livre ainsi, car il n'a pu éviter de penser à ses propres mémoires du début.

Un jugement tout aussi sévère et d'une portée plus grande est exprimé dans la lettre à Hansteen du 29 mars (lettre X). Il règne dans l'Analyse, dit-il, „une prodigieuse obscurité.“ „Elle manque à tel point de plan et d'ensemble.“ „Partout on trouve la malheureuse manière de conclure du particulier en général.“ Une phrase d'ABEL qu'il faut encore citer à ce propos, se trouve dans la lettre à Holmboe dont il vient d'être question, dans le passage où il parle d'un projet de mémoire sur la théorie des équations: „Au moins c'est quelque chose de général, et il y aura de la méthode, c'est là, je trouve, le plus important.“ Plus tard ABEL s'est exprimé plus complètement sur la nécessité de la méthode et de la généralité,

* En norvégien.

notamment dans l'introduction de son mémoire inachevé sur les équations algébriques (Œuvr. compl., Ed. nouv., T. II, p. 217 et 218). Il y insiste sur la nécessité d'une position logique du problème; c'est faute de cela que l'ancienne théorie des équations avait été stérile. Sur le calcul intégral, il dit qu'au lieu d'essayer d'intégrer une différentielle par tâtonnements et divination, il faut rechercher s'il est possible de l'intégrer de telle ou telle manière; la complication que semble comporter cette méthode n'est souvent, dit-il, qu'apparente, et s'évanouit dès le premier abord. Rigueur, méthode et généralité furent les exigences qu'Abel s'imposa dorénavant à lui-même. Le caractère méthodique et systématique des travaux ultérieurs d'Abel fut aussi reconnu par Legendre, quoique celui-ci ne pût pas s'accommoder tout-à-fait du nouveau mode de notation d'Abel. Voir la correspondance de Legendre avec Jacobi (Œuvres de Jacobi I p. 421, 427, 434).

Ce ne fut qu'après que ses idées eurent subi cette purification, qu'Abel devint le mathématicien pleinement développé. Je vais tâcher maintenant de suivre sa carrière dans les différents domaines où son génie s'est surtout affirmé.

Abel était avant tout algébriste. Il a dit lui-même que la théorie des équations était son sujet favori, ce qui d'ailleurs apparait clairement dans ses œuvres. Dans ses travaux sur les fonctions elliptiques, le traitement des diverses équations algébriques dont cette théorie abonde est mis fortement en évidence, et dans le premier de ces travaux, la résolution de ces équations est même indiquée comme étant le sujet principal. Qui plus est, la théorie des équations était entre ses mains l'instrument le plus efficace. Ce fut ainsi sans aucun doute la résolution de l'équation de division des fonctions elliptiques qui tout d'abord le conduisit à la théorie de la transformation. Elle joue encore un rôle capital dans sa démonstration du théorème dit Théorème d'Abel, et dans les recherches générales sur les intégrales des différentielles algébriques qui se trouvent dans son dernier mémoire, le *„Précis d'une théorie des fonctions elliptiques.“*

Avant même d'avoir quitté le lycée en 1820, il crut avoir trouvé la résolution de l'équation générale du cinquième degré. Un mémoire sur ce sujet fut adressé par l'intermédiaire du professeur Hansteen au prof. Degen pour être présenté à la Société royale des Sciences à Copenhague. Mais comme Degen (voir lettre XLV) imposa la condition qu'Abel appliquât d'abord sa méthode à un exemple numérique donné, Abel fut ainsi amené à découvrir sa faute. Le mémoire n'existe plus, ni

aucune tradition sur sa méthode ou sur la nature de la faute. ABEL s'imposa alors pour problème, soit de trouver la résolution au moyen de radicaux, soit d'en démontrer l'impossibilité. D'après cela, il faut croire que la problème avait reçu un traitement analytique, car c'est seulement ainsi que se seront posées comme alternatives nécessaires, soit, d'une part, sa résolution, soit d'autre part, la démonstration de son impossibilité. Le plus probable est peut-être qu'ABEL a simplement pris pour point de départ la possibilité de la résolution. Quoi qu'il en soit, ABEL avait ainsi inauguré ses recherches sur la théorie des équations, et il ne les abandonna jamais.

Lagrange avait discuté à priori les méthodes générales alors connues pour résoudre des équations algébriques au moyen de radicaux, et avait reconnu qu'aucune d'entre elles ne donnait aucun espoir de venir à bout des équations générales de degrés supérieurs au quatrième; depuis lors les mathématiciens les plus sagaces eurent des doutes sur la possibilité de cette résolution. Ainsi Gauss a dit et répété, en 1799 et 1801, qu'il n'y avait guère de doute qu'elle fût impossible, et même il a, une des deux fois (Gauss, *Werke* III p. 17), ajouté qu'il ne serait peut-être pas très difficile d'en démontrer l'impossibilité en ce qui concerne l'équation du cinquième degré, et qu'il exposerait ailleurs ses recherches à se sujet; Gauss n'y était cependant pas revenu. Le mathématicien italien Paolo Ruffini chercha, dans une série de mémoires publiés de 1799 à 1813, à donner cette démonstration. Ses travaux, qui sont souvent embrouillés et difficiles à comprendre, renferment certainement une idée juste, au fond, qui est essentielle pour la démonstration, mais ses conclusions souffrent de ce défaut, qu'il admet sans démonstration que tout radical qui se trouve dans l'expression de la racine doit être une fonction rationnelle des racines elles-même. Ses travaux étaient d'autant moins propres à provoquer autre chose que de nouveaux doutes sur la possibilité de la résolution, qu'il pensait pouvoir finalement conclure que l'emploi même de fonctions transcendantes ne permettrait pas de donner une expression des racines de l'équation du cinquième degré, affirmation vraiment absurde.

En 1824, ABEL avait atteint son but, et il fit imprimer à ses frais, à Kristiania, un mémoire tiré à peu d'exemplaires, qui se termine par la proposition: „Il est impossible de résoudre par des radicaux l'équation générale du cinquième degré.“ Sa pauvreté rendit nécessaire d'en réduire l'étendue autant que possible, en sorte que le mémoire ne renferma que les points principaux de la démonstration. Aussi

ne fut-il pas compris des mathématiciens contemporains, ce qu'Abel éprouva plus tard de plusieurs manières. Il en envoya pendant l'été de 1824 un exemplaire à Schumacher, afin que celui-ci pût le mettre sous les yeux de Gauss. Schumacher l'envoya à Brême à Olbers, Gauss étant attendu à Brême, où il vint en effet en août 1824. Une tradition, dans notre pays, rapporte que Gauss aurait dit de ce travail: „Es ist ja ein Gräuel so was zusammenzuschreiben"; d'après Hansteen, il aurait dit qu'il démontrerait peut-être lui-même plus tard la possibitité de la résolution. On ne peut pas voir par la correspondance entre Gauss, Schumacher et Hansteen, qu'aucune expression comme la première soit venue à la connaissance de Hansteen, mais il est possible qu'Abel lui-même l'ait tenue de Schumacher. Or il n'est guère croyable que Gauss eût changé d'opinion depuis 1801; il peut avoir voulu dire que la résolution peut être obtenue par les fonctions elliptiques, et ses paroles auraient été mal comprises par Olbers, Schumacher ou Hansteen; ou bien il peut avoir répété qu'il donnerait lui-même une démonstration plus complète de l'impossibilité. Il faut en outre observer qu'Abel s'est servi dans le titre même du mémoire de l'expression incorrecte: „l'impossibilité de la résolution de l'équation générale etc.". L'exclamation de Gauss visait peut-être ce titre. Que Gauss ait exprimé un blâme sur la rédaction du mémoire ou sur sa rigueur, cela est très vraisemblable, puisqu'Abel, en plusieurs endroits, s'est contenté d'affirmations, là où des démonstrations étaient nécessaires, et sans dire qu'elles avaient été omises faute de place. Il doit y avoir quelquechose de réel à la base de cette tradition. Le mot même „Gräuel" se retrouve dans les lettres d'Abel (lettre IV). On serait tenté de croire qu'Abel aurait rapporté l'expression à Crelle, et aurait ainsi provoqué le mot peu réfléchi de ce dernier.

Lorsqu'Abel fut à Berlin à la fin de 1825, la théorie des équations devint de nouveau l'objet de ses études. Son premier acte fut de donner une rédaction nouvelle et plus ample à son mémoire de 1824. Ce travail fut publié dans le premier fascicule du *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, qui commença justement alors, et dont l'éditeur était devenu l'ami intime d'Abel. Il contient une démonstration rigoureuse de la proposition; tout ce qu'on lui a reproché, c'est à un certain endroit une expression inexacte qui n'a d'ailleurs pas d'influence sur le résultat, ainsi que des longueurs inutiles, lorsqu'il s'agit de la forme d'une fonction rationnelle de cinq variables, qui prend exactement cinq valeurs différentes lorsqu'on les échange entre elles.

Par la proposition ainsi établie, la théorie des équations était entrée dans une phase nouvelle. ABEL se posa alors le problème de trouver toutes les équations qui peuvent être résolues algébriquement; il voulait le résoudre en déterminant la forme qu'il faut donner à une expression formée de radicaux pour qu'elle satisfasse à une équation irréductible d'un degré donné. Il fit aussi des progrès rapides dans cette direction nouvelle. Dès janvier 1826, avant de quitter Berlin, il écrit que la question n'est pas bien difficile, quand le degré est un nombre premier, mais très difficile au contraire, quand c'est un nombre composé, et qu'il a la solution complète en ce qui concerne le cinquième degré. Il communiqua cette solution à Crelle en mars de la même année dans une lettre de Freiberg, on ajoutant qu'il était en possession de propositions analogues pour les degrés 7, 11, 13, etc. (lettre IX). En octobre il informe Holmboe qu'il a l'espoir de résoudre le problème dans toute sa généralité. Le Cahier III renferme d'ailleurs un morceau de 13 pages, qui montre qu'ABEL s'en est occupé à Paris. Ici parait déjà la quantité auxiliaire que l'on appelle la résolvante de Galois. En décembre, il sait que si une équation irréductible dont le degré n'est pas une puissance d'un nombre premier, est résoluble par radicaux, elle doit être nécessairement ce que, depuis Galois, on appelle non-primitive.

En même temps il traita aussi des classes d'équations plus particulières, notamment les équations abéliennes, et celles qui peuvent aisément être ramenées à cette classe. Les fonctions elliptiques, qu'il étudiait en même temps, lui en fournirent une foule d'exemples. Il cite particulièrement dans ses lettres sa proposition bien connue sur la division de la lemniscate en parties égales (Cahier III, p. 133). Elle a dû être trouvée dès l'automne 1826, d'après la place qu'elle occupe dans le Cahier III. Elle est aussi mentionnée dans ses lettres de décembre 1826.

Les annotations faites par ABEL après son retour à Kristiania montrent qu'il a pensé de temps à autre à rédiger toutes ces découvertes. On trouve dans ses manuscrits un chapitre sur les équations abéliennes (Cahier V, p. 13—38), qui, d'après sa place, a probablement été écrit peu après son retour, c'est à dire dans l'été ou l'automne de 1827. Ce morceau a servi de base à la rédaction définitive de son célèbre mémoire sur ce sujet, car plusieurs parties ont été transcrites littéralement dans le mémoire. Il est revenu deux fois aux recherches générales sur les équations résolubles algébriquement, la première peu de temps avant d'envoyer son mémoire sur les équations abéliennes, c'est à dire dans les premiers mois de 1828, et la seconde, avec plus de développement, dans la seconde moitié de l'année. C'est

le morceau qui, dans les deux éditions des Œuvres d'Abel, est reproduit sous ce titre: „*Sur la résolution algébrique des équations.*“ En octobre 1828, Abel communiqua dans une lettre à Crelle le résultat suivant, le dernier dont il ait parlé: „Si trois racines d'une équation quelconque irréductible d'un degré marqué par un nombre premier, sont liées entre elles de la manière que l'on pourra exprimer l'une de ces racines rationellement en les deux autres, l'équation sera toujours résoluble à l'aide de radicaux.“ Dans cette lettre Abel s'est toutefois exprimé inexactement ou au moins peu clairement, et a voulu sans doute dire que toutes les racines devaient pouvoir s'exprimer rationnellement en fonction de deux d'entre elles, toujours les mêmes. Prise rigoureusement à la lettre, la proposition est inexacte, car il existe une classe d'équations à laquelle elle ne s'applique pas, tout au moins lorsque le degré est de la forme $2^p - 1$.

Abel ajourna la publication de ses théories algébriques jusqu'à son retour en Norvège. Dans la première partie des „*Recherches sur les fonctions elliptiques,* publiée en septembre 1827, est compris le problème de la division de l'intégrale elliptique en n parties; de même la proposition sur la non-primitivité de l'équation de la division des périodes, car il démontre qu'au moyen d'une équation auxiliaire de degré $n+1$, cette équation peut être décomposée en $n+1$ équations du degré $n-1$, lesquelles sont résolubles par radicaux. Il dit aussi que l'équation auxiliaire peut bien être résolue par radicaux dans un grand nombre de cas, mais que la résolution parait en général impossible. S'il s'exprime avec cette réserve, c'est qu'il n'a guère possédé de démonstration rigoureuse de cette impossibilité. La proposition particulière sur la division de la lemniscate fut aussi énoncée dans la première partie du mémoire, mais la démonstration ne parut que dans la seconde, en mai 1828.

Le célèbre „*Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement*“ a été le seul travail exclusivement consacré à la théorie des équations qu'Abel put encore publier. Il traite en général des équations irréductibles ayant cette propriété que l'une des racines peut être exprimée en fonction rationnelle d'une autre racine et des quantités qu'on suppose connues, particulièrement les équations que l'on appelle aujourd'hui abéliennes, sur la proposition de Kronecker et de Jordan. Abel a lui-même caractérisé sa théorie comme une généralisation de la théorie de la division du cercle; il désignait les équations abéliennes comme celles qui peuvent être résolues par la méthode de Gauss. D'après son

plan primitif, le mémoire, outre les cinq paragraphes qui le composent, devait en comprendre au moins deux autres, qui devaient renfermer des applications aux fonctions elliptiques, surtout celles qui permettent une multiplication complexe. Le sixième paragraphe aurait donné la solution de l'équation pour la division des périodes en un nombre impair de parties dans certains cas de multiplication complexe. Le septième aurait renfermé des formules de transformation des fonctions elliptiques; probablement plusieurs autres paragraphes encore ont été projetés, où il aurait fait l'application algébrique de ces formules. Le plus vraisemblable doit être qu'ABEL a eu l'idée de traiter les équations qui déterminent les modules singuliers eux-mêmes, ou tout moins certaines classes d'entre eux. De tout cela il n'est rien resté que quelques formules avec leurs numéros, sorte de table des matières qu'ABEL a faite dans le cahier IV, p. 52, et qui est reproduite dans les Œuvr. compl. Nouv. éd. T. II, p. 310—311. ABEL a donc changé d'idée, et ajourné la publication de ces choses; soit qu'il ait voulu les insérer dans son dernier mémoire sur les fonctions elliptiques, soit qu'il ait voulu attendre la publication de celui-ci, afin de pouvoir citer la théorie de la transformation qui devait y être contenue. Il est probable que c'est la rivalité entre ABEL et JACOBI sur le terrain des fonctions elliptiques qui a causé le retard. Crelle doit avoir attendu longtemps la continuation du mémoire, car celui-ci est daté du 29 mars 1828 (c'est sûrement la date de la lettre d'envoi que Crelle a notée), mais il n'a été publié que le 28 mars 1829, c'est à dire peu avant la mort d'ABEL.

Pour la clarté de ce qui va suivre, je vais indiquer le contenu principal du projet dont il a été question plus haut: „*Sur la résolution algébrique des équations.*" Dans une introduction étendue, dont il existe même deux brouillons, et qui contient les déclarations déjà citées sur la méthode mathématique, ABEL indique les propositions les plus importantes qu'il va démontrer, savoir*:

1. „Si une équation irréductible d'un degré premier μ est résoluble algébriquement, les racines auront la forme suivante:

$$y = A + \sqrt[\mu]{R_1} + \sqrt[\mu]{R_2} + \ldots + \sqrt[\mu]{R_{\mu-1}},$$

A étant une quantité rationnelle, et $R_1\ R_2 \ldots R_{\mu-1}$ les racines d'une équation de degré $\mu - 1$."

* Toutes les citations suivantes sont en français.

2. „Si une équation irréductible dont le degré est une *puissance d'un nombre premier*, μ^α, est résoluble algébriquement, il doit arriver de deux choses l'une: ou l'équation est décomposable en $\mu^{\alpha-\beta}$ équations, chacune du degré μ^β, et dont les coefficiens dépendront d'équations du degré $\mu^{\alpha-\beta}$; ou bien on pourra exprimer l'une quelconque des racines par la formule:

$$y = A + \sqrt[\mu]{R_1} + \sqrt[\mu]{R_2} + \ldots + \sqrt[\mu]{R_\nu},$$

où A est une quantité rationnelle et $R_1\ R_2 \ldots R_\nu$ des racines d'une même équation du degré ν, ce dernier nombre étant tout au plus égal à $\mu^\alpha - 1$."

3. „Si une équation irréductible de degré μ divisible par des nombres premiers différents entre eux, est résoluble algébriquement, on peut toujours décomposer μ en deux facteurs μ_1 et μ_2, de sorte que l'équation proposée soit décomposable en μ_1 équations, chacune du degré μ_2, et dont les coefficients dépendent d'équations du degré μ_1."

4. „Si une équation du degré μ^α, où μ est premier, est résoluble algébriquement, on pourra toujours exprimer une quelconque des racines par la formule:

$$y = f(\sqrt[\mu]{R_1}, \sqrt[\mu]{R_2}, \ldots \sqrt[\mu]{R_\alpha}),$$

où f désigne une fonction rationnelle et symétrique des radicaux entre les parenthèses, et $R_1, R_2, \ldots R_\alpha$, des racines d'une même équation dont le degré est tout au plus égal à $\mu^\alpha - 1$."

Outre ces propositions, où d'ailleurs manque, comme on voit, dans la dernière, la condition que l'équation doit être primitive, le mémoire devait comprendre une série de propriétés des racines des équations „résolubles"; en outre, il devait être montré que, pour de telles équations, les méthodes données par Lagrange conduisent à des équations auxiliaires ayant une racine rationnelle, et que notamment cette dernière condition est suffisante, lorsque le degré de l'équation donnée est un nombre premier. Dans le premier paragraphe du mémoire proprement dit sont posées des définitions, et il donne la forme générale sous laquelle peut être mise une expression formée avec des radicaux. Le second paragraphe contient une série de propositions qui ont pour but la détermination plus précise de cette forme, lorsque l'expression doit satisfaire à une équation algébrique d'un degré donné. Contre l'une de ces propositions il y a une objection fondée à faire, mais elle est telle

que les propositions seront à la fois exactes et suffisantes dans le développement qui suit, si l'on fait subir à l'expression donnée une réduction plus complète que celle obtenue dans le premier paragraphe. Dans le troisième paragraphe est traité particulièrement le cas où le degré est un nombre premier; la première partie de ce paragraphe est encore rédigée complétement, mais peu à peu il n'y a plus qu'une suite de formules avec fort peu de texte. En continuant son travail, Abel s'est certainement aperçu du défaut qui vient d'être indiqué, et par suite ne considère plus ce qu'il écrit comme la rédaction définitive du mémoire qu'il voulait publier. C'est là une particularité de sa manière de travailler que l'on peut encore observer ailleurs, et dont j'ai parlé plus haut.

Abel exprime d'abord la racine de l'équation sous forme de fonction symétrique de certains radicaux:

$$s^{\frac{1}{\mu}},\quad s_1^{\frac{1}{\mu}},\quad s_2^{\frac{1}{\mu}}\ \ldots\ s_{\nu-1}^{\frac{1}{\mu}},$$

où μ est le degré de l'équation, et s, s_1, s_2, ... $s_{\nu-1}$, les racines d'une équation abélienne, avec un cycle unique de racines et à coefficients connus, et dont le degré ν est un diviseur de $\mu-1$*. Il n'est pas dit dans le texte que l'équation auxiliaire est abélienne, le texte, ici déjà, étant devenu incomplet, mais cela est exprimé par une formule:

$$s_1 = (fs)^{\mu}.\, s^{m^{\alpha}};$$

Ce qui est encore plus significatif, c'est que les racines de l'équation auxiliaire sont aussi désignées par

$$s,\ \theta(s),\ \theta^2(s),\ \ldots\ \theta^{\nu-1}(s),$$

c'est-à-dire précisément par le même symbole θ qu'il avait employé dans le mémoire sur les équations abéliennes. Cette forme de la racine est cependant encore trop générale; pour qu'elle satisfasse vraiment à une équation de degré μ à coefficients connus, il faut que

$$s_1^{\frac{1}{\mu}},\quad s_2^{\frac{1}{\mu}},\ \ldots\ s_{\nu-1}^{\frac{1}{\mu}}$$

soient toutes des fonctions rationelles de $s^{\frac{1}{\mu}}$. Aussi l'expression est-elle encore transformée, et il trouve:

* Œuvr. compl. Nouv. éd. II. p. 239.

$$s_i^{\frac{1}{\mu}} = A_i\, a^{\frac{m^{i\alpha}}{\mu}}\, a_1^{\frac{m^{(i+1)\alpha}}{\mu}} \ldots a_{\nu-i-1}^{\frac{m^{(\nu-1)\alpha}}{\mu}}\, a_{\nu-i}^{\frac{1}{\mu}} \ldots a_{\nu-1}^{\frac{m^{(i-1)\alpha}}{\mu}}.$$

Ici, $\alpha\nu = \mu - 1$, m est une racine primitive du nombre μ; $a, a_1, \ldots a_{\nu-1}$ sont les racines d'une équation abélienne irréductible, mais d'ailleurs quelconque, du degré ν; elles sont, ainsi que les A_i, des fonctions rationnelles de s, de même que, inversement, s est fonction rationnelle de a. Cettre transformation est obtenue par la même analyse qui sert à montrer que l'équation en s est abélienne.

Ainsi le problème de déterminer quelles expressions peuvent être racines d'une équation irréductible de degré μ, se trouve ramené au problème plus simple de trouver les expressions qui peuvent être racines d'une équation *abélienne* irréductible dont le degré est diviseur de $\mu - 1$. Ce problème plus particulier n'a pas été traité dans ces notes. Il n'a été résolu que par Kronecker, à qui il fut ainsi réservé de couronner, pour ainsi dire, cette partie de la construction monumentale commencée par Abel.* Il n'y a cependant aucun doute qu'Abel a aussi travaillé ce problème. Il en avait dès 1826 communiqué la solution à Crelle pour le cas où $\mu = 5$, et où les coefficients de l'équation sont des nombres rationnels. Et il faut ajouter que dans le cas où ν est un nombre premier, cas auquel les autres peuvent être ramenés, on arrive au but juste par la même analyse que dans le problème général. Dans l'un des cahiers manuscrits d'Abel se trouve également une page qui traite ce point (Cahier IV p. 66).**

De ces formules Abel a probablement conclu directement que chacune des racines peut être exprimée rationnellement par deux quelconques d'entre elles, ce qui l'a ensuite amené à rechercher si cette circonstance était suffisante pour assurer la résolubilité de l'équation par des radicaux; c'est ainsi qu'est apparu le théorème communiqué à Crelle. La nécessité de la condition peut aussi sans peine être tirée des formules. Car si l'on écrit ainsi l'expression de la racine z:

$$z = \varphi\left(s_k^{\frac{1}{\mu}}\right),\ z_r = \varphi\left(\omega^r s_k^{\frac{1}{\mu}}\right),$$

où $\omega = \cos\frac{2\pi}{\mu} + \sqrt{-1}\sin\frac{2\pi}{\mu}$, et où φ ne contient pas l'indice k, on peut en tirer $s^{\frac{1}{\mu}}$ en fonction rationnelle de s et de z:

* „Monatsberichte der Königl. Akad. der Wissenschaften zu Berlin", 14 avril 1856.

** Voir fac-simile no. III.

$$\omega^r s_k^{\frac{1}{\mu}} = \psi(z_r, s_k).$$

On trouve alors

$$z_r = \varphi\left\{\frac{(\psi(z_1, s_k))^r}{(\psi(z, s_k))^{r-1}}\right\} = \frac{1}{\nu}\sum_{0}^{\nu-1}{}_k\, \varphi\left\{\frac{(\psi(z_1, s_k))^r}{(\psi(z, s_k))^{r-1}}\right\}$$

c'est-à-dire que z_r est fonction rationnelle de z, z_1 et des quantités connues. Pour démontrer la suffisance de la condition, il faudrait cependant des recherches d'un autre genre.

Outre le morceau de mémoire projeté, dont il vient d'être question, il se trouve encore quelques pages qui s'y rattachent directement, presque exclusivement composées de formules. Mais l'analogie avec ce qui précède et les quelques mots de texte qui sont ajoutés suffisent pourtant pour que l'on puisse comprendre la signification des lettres, et par suite reconnaître que ces pages contiennent une ébauche de démonstrations complètes des trois dernières propositions annoncées dans l'introduction, Les formules sont également remarquables en ceci, qu'il s'y trouve une quantité qui doit être interprêtée comme une résolvante de Galois pour l'équation auxiliaire déterminant la quantité sous le radical extérieur. La première des quatre propositions étant un cas particulier de la dernière, les formules offrent aussi une méthode un peu différente et meilleure pour traiter le cas où le degré est un nombre premier. Lorsqu'Abel quitta ce sujet, il fit un tableau des radicaux que l'on peut s'attendre, toutes réductions faites, à rencontrer dans une expression générale formée par des radicaux, comme s'il avait voulu se rappeler comment, en faisant plus tard une rédaction complète de ses recherches, il pourrait réduire l'expression de la manière la plus avantageuse. Dans sa rédaction définitive, son mémoire aurait ainsi revêtu certainement une forme aussi inattaquable que celui sur les équations abéliennes.

Mais Abel mourut sans avoir le temps de revenir à la théorie des équations; son dernier grand travail, le „*Précis d'une théorie des fonctions elliptiques*“ ne lui en laissa pas le temps pendant la demi-année environ qu'il avait encore à vivre, les trois derniers mois dans son lit. Il ne reste donc plus qu'à voir quels rapports avaient ses travaux avec les brillantes découvertes de Galois. Ce fut, d'après le témoignage d'Auguste Chevalier, l'année même de la mort d'Abel que Galois, âgé seulement de 17 ans, commencait à faire de grands progrès dans la théorie des équations, après avoir cru un instant, comme Abel, être en possession de la résolution

de l'équation du cinquième degré.* Lorsque Galois, en avril et juin 1830, donna ses résultats dans le „*Revue encyclopédique*", il n'existait d'imprimé parmi les travaux d'Abel sur la théorie des équations que la démonstration de l'impossibilité de résoudre l'équation du cinquième degré par des radicaux, et le mémoire sur les équations abéliennes. Tout au plus Galois pouvait-il avoir vu déjà la proposition communiquée à Crelle sur la condition pour qu'une équation irréductible dont le degré est un nombre premier soit résoluble par radicaux (lettre XXXIX); mais cette proposition était exprimée incomplètement, en ce qu'il n'était pas question de la nécessité de la condition, et aussi peu clairement, en ce qu'on ne pouvait voir que toutes les racines doivent être des fonctions rationnelles des deux mêmes, parmi elles. Galois a donc découvert indépendamment d'Abel les deux propositions les plus importantes sur les équations qui peuvent être résolues par radicaux, celle dont il vient d'être parlé et celle sur le non-primitivité des équations, lorsque le degré n'est pas une puissance d'un nombre premier. Abel n'avait exprimé cette dernière, dans ce qui était alors publié, qu'en passant, en ce qui concerne le 6me degré**; ses communications à Holmboe sur la proposition ne purent être connues qu'en 1839, par la première édition des œuvres d'Abel, plusieurs années après la mort de Galois. Mais le mérite de Galois ne consiste pas essentiellement dans ces propositions, mais dans la généralité de la méthode qu'il appliqua. C'est son admirable théorème fondamental qui a donné à la théorie des équations sa forme définitive, et d'où est sortie, en outre, le théorie des groupes généralisée, qui est d'une si grande importance, on peut le dire, pour toutes les branches des mathématiques, et qui déjà, entre les mains de Jordan, de Klein, de Lie, de Poincaré et d'autres, a enrichi la science d'une longue suite de découvertes importantes.

Il y a donc un intérêt historique à rechercher dans quelle mesure les travaux d'Abel ont contribué à rendre possible ce grand progrès. Outre le changement de direction que devait subir la théorie des équations par suite de la reconnaissance du fait que l'extraction des racines n'est pas suffisante pour la résolution de toutes les équations algébriques, il y avait deux choses surtout dans les mémoires d'Abel, qui devaient influencer une intelligence aussi vive que celle de Galois. L'une était l'application faite par Abel de l'irréductibilité d'une équation. Cette notion, autant

* Voyez A. Chevalier, dans la Revue encyclopédique, 1832, ou Dupuy dans les Annales de l'Ec. norm., 1896, p. 208.

** Œuvr. compl. Nouv. éd. T. I, p. 527.

que je sache, n'existe pas avant lui. Gauss dit, il est vrai, des équations auxquelles il ramène la détermination des racines de l'unité:

„omnique rigore demonstrare possumus, has equationes elevatas nullo modo nec evitari nec ad inferiores reduci posse."

et par là, sans aucun doute, il veut dire qu'elles sont irréductibles au sens moderne du mot, chacune dans son domaine. Mais il ne s'est pas servi de cette irréductibilité comme d'un moyen de raisonnement. Abel, qui ne s'occupait pas ici d'équations particulières, mais exposait une théorie générale, introduisit le concept d'irréductibilité comme principe, et aperçut ainsi à priori des propositions que Gauss, dans son cas particulier, avait reconnues à posteriori. Abel et Galois définissent tous deux cette conception et donnent une démonstration du théorème simple et bien connu sur l'équation irréductible, tout comme s'il eût été inconnu. Abel dit dans son mémoire de 1829:

„Une équation $\varphi(x) = 0$, dont les coefficiens sont des fonctions rationnelles d'un certain nombre de quantités connues $a, b, c \ldots$, s'appelle *irréductible*, lorsqu'il est impossible d'exprimer aucune de ses racines par une équation moins élevée, dont les coefficiens soient également des fonctions rationnelles de $a, b, c \ldots$"

Par cette définition, il donne à ses recherches, comme plus tard Galois, le plus haut degré de généralité, puisqu'il suppose ce que l'on appelle aujourd'hui un domaine de rationalité quelconque.

La seconde chose est la possibilité d'exprimer toutes les racines d'une équation ou d'un système d'équations au moyen d'une quantité unique, celle que l'on a plus tard appelée la résolvante de Galois. Abel l'applique dans son dernier mémoire sur les fonctions elliptiques, et même il suppose l'équation à laquelle satisfait la résolvante réduite par l'adjonction de certaines quantités irrationnelles.* Galois a cité ce passage d'Abel tant dans le mémoire *„Sur la théorie des nombres"* que dans le *„Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux,"* publié après sa mort. C'est précisément par l'application simultanée de ces principes, et par un raisonnement analogue à celui d'Abel dans le mémoire sur les équations abéliennes, que Galois démontre son célèbre théorème fondamental. Abel a bien donné une fois la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction rationnelle des racines d'une équation particulière puisse être exprimée

* Œuvr. compl. Nouv. éd. T. 1 p. 547.

rationnellement par les coefficients et une racine carrée adjointe, et cela d'une manière qui rappelle fortement la proposition fondamentale de Galois; c'est dans son mémoire „*Théorèmes sur les fonctions elliptiques*“. Mais il n'y a, ni dans ses mémoires, ni dans les papiers qu'il a laissés, rien de général à ce sujet.

Abel a donc certainement préparé d'une manière trés effective les découvertes de Galois, mais il n'y a rien dans ses mémoires ni dans ses papiers qui donne aucune indication certaine qu'il ait vu la théorie des équations d'un point de vue aussi général que Galois.

Cette théorie eut vraiment de 1824 à 1832 une période merveilleusement fertile; mais elle fut interrompue brusquement par la mort précoce des deux grands savants. Si tous deux eussent vécu, les contemporains auraient vu une seconde rivalité qui aurait amené de nouveau le développement rapide d'une théorie importante. Ce ne fut que vers le milieu du siècle dernier que l'on commença peu à peu à voir clair dans les nouvelles découvertes, et ce ne fut même à vrai dire qu'en 1870, par le Traité de Jordan, que la théorie des équations de Galois devint la pleine propriété du monde scientifique, et fit ses premiers et admirables progrès.

Après la théorie des équations, la partie des mathématiques sur laquelle se fixa d'abord l'attention d'Abel fut le *calcul intégral*. A partir de 1823 au moins, il s'en est constamment occupé, mais beaucoup de ce qu'il a trouvé ne se rencontre qu'occasionnellement dans les mémoires qu'il a publiés lui-même. La théorie des fonctions elliptiques n'était tout d'abord qu'un chapitre du calcul intégral, et si cette dépendance n'est pas d'une grande importance dans le premier mémoire d'Abel sur ce sujet, elle se manifeste d'autant plus fortement dans le dernier. Mais par suite de la grande étendue occupée par les fonctions elliptiques dans ses publications, et de la grande part qu'elles ont eue dans sa célébrité, je parlerai de ses découvertes sur ce terrain dans un chapitre à part, au risque de tracer une ligne de démarcation quelque peu arbitraire.

En mars 1823, Abel avait écrit un mémoire étendu sur le calcul intégral, qu'il présenta au conseil académique par l'intermédiaire de Hansteen, avec prière au conseil de lui attribuer une subvention pour le faire imprimer. Un rapport fut demandé à Rasmusen et à Hansteen, lequel ne fut déposé que le 19 décembre; ils déclarèrent que le mémoire méritait d'être répandu, mais ne voulurent pas conseiller de le publier à part, parcequ'on ne pourrait s'attendre à ce que la vente couvrît

les frais. Ils conseillèrent de donner à ABEL une subvention pour un voyage d'étude à l'étranger, et suggérèrent qu'il pourrait présenter le mémoire à l'Académie des Sciences de Paris. Ils ont donc hautement apprécié le mémoire.* Malgré des recherches répétées, on ne l'a pas retrouvé; on sait qu'il a été écrit en français, mais on n'en connait même pas le titre de façon certaine. Sur le contenu on a ce que dit le rapport: „il expose pour toutes les formes principales de formules différentielles la manière dont leur intégration peut être effectuée" et „cette exposition est différente de celle que l'on trouve dans les ouvrages de nous connus". Mais dans un rapport ultérieur,** Hansteen emploie une autre expression; il l'appelle: „un travail relatif à un perfectionnement de méthode dans le calcul intégral". Si l'on rapproche de cela ce qu'ABEL a dit plus tard de la vraie méthode du calcul intégral, on est conduit à voir dans ce mémoire perdu le premier germe des recherches qu'ABEL a insérées au second chapitre de son dernier travail sur les fonctions elliptiques, et dont il a en outre parlé dans sa lettre à Legendre (lettre XLII). Dans cette lettre il est précisément question d'„une méthode particulière". C'est peut-être par allusion à ce mémoire qu'on lit dans le Cahier II p. 60:

„J'ai démontré ailleurs que $\int \frac{(\log x)^\alpha \, dx}{c+x}$ ne peut être intégrée d'aucune manière par les fonctions admises jusqu'à présent, et que c'est par suite une classe particulière de fonctions transcendantes." ***

Ce passage remonte selon toute probabilité à l'année 1823. A la même année appartiennent également les morceaux 13, 14, 15 du même cahier. Dans le premier, l'intégrale hyperelliptique générale $\int dx\, f(x, \sqrt{v})$, où v désigne un polynôme du degré n, est réduite à des intégrales des formes $\int x^m \sqrt{v}\, dx$ et $\int \frac{\sqrt{v}}{x+a}\, dx$, ou $\int \frac{x^m\, dx}{\sqrt{v}}$ et $\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{v}}$, et cela de manière que m n'a que les valeurs $0, 1, 2, \ldots n-2$.

Le second est un commencement de généralisation de la proposition de Legendre sur la permutation du paramètre et de l'argument, de façon à comprendre aussi les intégrales hyperelliptiques. Dans le troisième morceau, il donne des exemples d'intégrales elliptiques de troisième espèce qui peuvent être réduites à des intégrales de

* Voir doc. IV et VI.

** Voir doc. XVIII.

*** En norvégien.

première espèce et à des logarithmes, et d'intégrales de troisième espèce qui peuvent être réduites les unes aux autres. Tout cela est manifestement occasionné par l'étude que fait Abel des *Exercices* de Legendre. Mais bientôt après il en sortit de véritables découvertes. Il avait remarqué que la démonstration par Legendre de sa proposition repose sur ce que la racine carrée placée sous le signe d'intégration satisfait à une équation différentielle linéaire et homogène du premier ordre, et il développa en conséquence une proposition plus générale, mais tout-à-fait analogue, où cette racine carrée est remplacée par une solution quelconque d'une équation différentielle de ce genre. Il écrivit à ce sujet un petit mémoire (Nouv. éd. II, n° VIII). Ce fut certainement peu après que, dans le mémoire qui a pour titre „*Extension de la théorie précédente*" (Nouv. éd. II, n° XIX), il généralisa considérablement son résultat, en partant d'une équation différentielle linéaire homogène d'un ordre quelconque, dont les coefficients sont rationnels par rapport à la variable indépendante. Il vaut la peine de remarquer que l'attention d'Abel, au moins en septembre 1827, fut fixée sur ce fait que toute fonction algébrique satisfait à une équation algébrique de ce genre, dont l'ordre est inférieur au degré de l'équation par laquelle la fonction est définie. Une observation à ce sujet se trouve en effet aux premières pages du Cahier IV. Ces deux mémoires, dont les originaux sont perdus, ont été écrits avant le mois de septembre 1825, et ils montrent quel haut degré de généralité Abel, déjà avant cette époque, savait donner à ses recherches. Ils ont également attiré l'attention de Jacobi, qui reprit cette étude dans le tome 32 du Journal de Crelle; plus tard M. Fuchs et M. Frobenius sont revenus sur le sujet, et ont précisé davantage le résultat. Abel semble avoir lui-même attaché de l'importance à cette découverte; il a continué à développer le sujet du mémoire n° VIII (Nouv. éd. II) dans un travail qui fut remis à la Société roy. des Sciences de Throndhjem en mars 1826. Ce travail contient d'ailleurs une faute de calcul, ce qui fait que toute une série de formules sont inexactes; il a probablement été rédigé hâtivement, soit au moment où Abel, en 1825, partit pour l'Allemagne, soit même pendant la première partie du voyage. Il est possible que ce soit précisément le mémoire dont il est question dans la lettre du 13 sept. 1825 (lettre III). Il fut envoyé à la Société par l'intermédiaire de Hansteen, mais indirectement. L'envoi fut retardé, et de plus, par suite d'un incendie à Trondhjem, il ne fut imprimé qu'en 1827.

Abel avait ainsi beaucoup dépassé ce qu'il avait appris dans l'ouvrage de Legendre. Mais il fit à la même époque une découverte incomparablement plus

importante dans le théoréme portant son nom par excellence. Car le mémoire „*Sur le comparaison des transcendantes*“ (Nouv. éd. II, n° X) a été, au témoignage de Holmboe, également écrit en 1825 avant son départ. Le célèbre théorème est exposé dans toute sa généralité, et est démontré à peu près de la même manière que dans les mémoires ultérieurs; il y est observé expressément que le nombre des intégrales indépendantes peut être aussi grand que l'on veut, le nombre des intégrales dépendantes restant fixe. En quelques endroits, il est question de formules „qui sont d'une grande utilité dans ces recherches“, et par là il est fait allusion à la détermination de la partie algébrique et logarithmique de l'équation; mais cette détermination n'est pas faite. Il semble donc que le mémoire soit en réalité ou un travail incomplet ou un fragment. Là-dessus on ne peut plus rien savoir; l'original est perdu, et Holmboe n'a donné aucun renseignement à son sujet.

A la fin de 1825, Abel était en possession de beaucoup de choses nouvelles relatives au calcul intégral. Il songeait alors à publier un livre là-dessus, et, comme il le raconte dans une lettre à Hansteen (lettre X), il avait l'espoir de trouver un éditeur à Berlin, avec l'aide de Crelle. J'ai cité plus haut deux sujets qui pouvaient fournir la matière de chapitres étendus dans un pareil ouvrage; mais je crois que quelquechose au moins de ce qu'il a plus tard inséré dans son dernier mémoire sur les fonctions elliptiques était déjà trouvé. Il semble en effet que c'est à cet ouvrage qu'Abel fait allusion dans une note de son dernier mémoire (Nouv. éd. I, p. 550), où il parle d'une nouvelle théorie pour l'intégration des différentielles algébriques, dont le but était de réaliser toutes les réductions qui sont possibles à l'aide de fonctions algébriques et logarithmiques. L'ouvrage aurait sans doute compris tout ce qu'il avait fait dans le calcul intégral. Lorsque, vers la même époque, à la fin de 1825 ou au commencement de 1826, il écrivit son mémoire sur les intégrales de forme hyperelliptique qui peuvent être exprimées par des logarithmes, il a voulu peut-être montrer qu'il était en mesure de faire quelque chose d'important dans le calcul intégral, et ménager au livre projeté un bon accueil auprès du monde mathématique.

Lorsqu' Abel, dans l'été de 1826, fut arrivé à Paris, il résolut de prendre la plus importante de ses découvertes, le théorème d'Abel, pour sujet d'un mémoire qu'il présenterait à l'Académie des Sciences, et qu'il espérait voir imprimer dans les mémoires des Savants étrangers. Il réalisait ainsi un vœu formulé par l'Université.*

* Voir doc. VI.

Ses travaux préparatoires immédiats pour ce mémoire sont conservés, et permettent de suivre le progrès du travail. Il était arrivé à Paris le 10 juillet et a dû prendre quelque temps pour s'orienter dans la grande ville et s'organiser de manière à commencer son travail. Il se procura le 9 août un cahier relié, et se mit à y écrire son mémoire; dès le 12 août il écrivit à Hansteen qu'il avait très bien réussi ce mémoire, mais cette expression n'a dû viser qu'un examen préalable de la matière. Il commence par une courte introduction, et démontre le théorème principal dans les 22 premières pages, et il détermine l'expression algébrico-logarithmique de la somme des intégrales; il trouve aussi dans quel cas la partie purement algébrique de cette expression disparait, et combien il y a d'intégrales différentes pour lesquelles l'expression toute entière est égale à zéro. Mais dans cette recherche, il a supposé que la courbe variable — j'emploie ici l'image géométrique connue — n'a pas de points d'intersection fixes avec la courbe principale. Il remarque ensuite que l'expression trouvée pour la somme des intégrales n'est valable que sous cette limitation, et en conséquence il reprend plusieurs fois son développement dans les pages suivantes, tantôt avec des notations variées pour les quantités auxiliaires qui interviennent, tantôt même dans différentes hypothèses. Il semble qu'il ait fini par faire ses calculs sur des feuilles volantes pour ne pas trop remplir le cahier de formules dont l'ensemble était difficile à saisir et qu'il ne devait d'ailleurs pas conserver. Il a dû prendre un court moment de repos; car à la page 30, il ne se trouve que 5 lignes de formules elliptiques. Mais à la page 31, qui porte en tête la date du 18 août 1826, se trouve un résultat définitif, qui, à la notation près, est la formule 37 du mémoire. Il passe ensuite à un nouveau chapitre, la détermination du nombre minimum des intégrales dépendantes; page 35 se trouve la date du 19 août, à un endroit où il est au milieu des développements qui sont compris dans le septième paragraphe du mémoire définitif. Abel pouvait donc bien se dire qu'il avait rempli la promesse faite à Hansteen dans la lettre X de rattrapper le temps qu'il pouvait avoir perdu par sa tournée en Italie et en Suisse. La rapidité avec laquelle le travail sur cette matière ardue avait avancé du 9 au 19 août montre que ce n'était pas la première fois qu'Abel approfondissait cette théorie. Le développement continue dans le cahier, et page 39 se trouve la formule qui dans le mémoire porte le numéro 88, et qui contient le premier essai de détermination du nombre que Riemann a désigné par p. Bientôt après Abel passe à l'exemple traité

dans le mémoire, où la fonction algébrique dont dépendent les intégrales est la racine d'un polynôme quelconque. Après avoir terminé cet exemple, je crois qu'ABEL s'est mis à rédiger le mémoire, composé de 10 paragraphes. De cette division en paragraphes il n'y a dans le cahier que des traces; il y a bien § 1 immédiatement après l'introduction, mais ensuite on ne rencontre aucune indication de paragraphes avant la page 53, où l'on trouve l'en-tête suivant.

„§ *11.*

Sur l'intégrale $\int \frac{dx}{x-a} e^{-\int \frac{\varphi(x)}{f(x)} dx} = y$,"

suivi de deux pages de formules concernant la généralisation de la proposition sur le paramètre et l'argument. Mais ABEL a bientôt renoncé à comprendre ces choses dans son mémoire. Car aux pages 55—56 on trouve notées presque toutes les formules principales du mémoire, cette fois avec la notation même du mémoire, comme s'il n'en avait pas pris copie, mais avait voulu ainsi se rappeler les résultats essentiels, ou garder les formules toutes prêtes pour la correction des épreuves.

Le mémoire fut présenté à l'Académie le 30 octobre, mais resta longtemps chez Cauchy, qui l'oublia, et il ne fut imprimé qu'en 1841. Ce ne fut donc que douze ans après la mort d'ABEL qu'il put être de quelque utilité pour le développement ultérieur de la science, tandis que le mémoire plus particulier écrit plus tard par ABEL sur le même sujet joua bien plus vite un rôle important. Le mémoire contient l'idée de genre qui domine toute la théorie des fonctions abéliennes, sous la forme du nombre minimum auquel on peut réduire un nombre quelconque d'intégrales. Il est vrai que ce nombre n'est pas ainsi complètement déterminé, mais un pas important est fait vers sa détermination définitive; en outre il résulte de l'analyse que ce nombre ne dépend que de l'ordre de la courbe représentant géométriquement la fonction algébrique, et des singularités de cette courbe. Il n'est pas précisément démontré que ce nombre est égal au nombre d'intégrales de première espèce, mais on voit que les deux nombres sont égaux dans les cas qui, du point de vue d'ABEL, sont les cas ordinaires. Quant au nombre des périodes, il n'en dit rien.

Plus de dix ans avant l'époque d'ABEL, la question de l'introduction des imaginaires dans les intégrales était soulevée parmi les plus grands mathématiciens. Poisson, en 1811, avait fait passer la variable par des valeurs imaginaires pour éviter la valeur qui rend infinie la fonction sous le signe d'intégration. La même année Gauss

avait aussi fait à Bessel une communication à ce sujet, et avait dit que la valeur de l'intégrale, sous certaines conditions, ne dépend que de ses limites. Abel ne pouvait connaître cette lettre de Gauss et le calcul de Poisson lui a peut-être échappé. Mais en 1825, Cauchy avait publié un mémoire sur des intégrales prises entre des limites imaginaires, et l'on sait par la lettre d'Abel à Holmboe du 24 oct. 1826 (lettre XVIII), qu'Abel étudiait avec ardeur les travaux de Cauchy; comme en outre il dit qu'il s'occupe des imaginaires „pour lesquelles il y a beaucoup à faire", et d'intégrales, il y a donc lieu de croire qu'il a lu le mémoire de Cauchy, et qu'il a fait de l'introduction des imaginaires dans le calcul intégral l'objet d'une étude plus serrée. On en trouve d'ailleurs des marques évidentes dans le cahier III. Comme je l'ai déjà dit, il y a repris la généralisation de la proposition sur le paramètre et l'argument; pour cela, il supposait ces quantités variables toutes deux imaginaires, et comme Cauchy, il fait varier la partie réelle et la partie purement imaginaire de chaque variable en fonction d'une seule et même variable réelle, en sorte que les intégrales sont prises le long de courbes déterminées par ces fonctions. Il remarque également, comme en passant, qu'il faut éviter les valeurs pour lesquelles la différentielle devient infinie. De même, il introduit plus loin les imaginaires dans des intégrales simples, comme $\int \frac{dx}{x}$, $\int \frac{dx}{1+x^2}$, et il semble qu'il se rende compte de la manière dont se produisent les périodes, en choisissant convenablement les fonctions arbitraires. La représentation géométrique des imaginaires n'apparait pas. Il y a aussi un passage où l'intégrale est traitée d'après les règles du calcul des variations. Je mentionne ces passages du cahier d'Abel, non seulement parcequ'il est intéressant d'être pour ainsi dire témoin de l'étude qu'un grand mathématicien fait des travaux d'un autre, — ils ne l'ont pas toujours fait autant qu'il l'aurait fallu, — mais surtout parcequ'il est bon de se les rappeler en parlant des travaux d'Abel sur les fonctions elliptiques.

Dans le Cahier V, donc certainement à la fin de 1827, Abel est revenu à la théorie sur les intégrales de différentielles algébriques, ayant dans un morceau étendu sur les fonctions elliptiques développé une grande partie des propositions générales qui se trouvent dans son „*Précis d'une théorie* etc.", chap. II. Il y est également énoncé, mais sans démonstration, que toutes les relations algébriques entre intégrales elliptiques et fonctions algébrico-logarithmiques peuvent être tirées de relations *linéaires* à coefficients constants entre les intégrales, une fonction

algébrique, et des logarithmes de fonctions algébriques. Le reste répond à peu près au théorème IV du „*Précis*". Le mode de démonstration est un peu différent, en ce qu'il n'applique pas de résolvante de Galois, mais considère les diverses irrationnelles qui interviennent comme définies par des équations irréductibles successives, en adjoignant à chacune de celles-ci non seulement les irrationnelles antérieures, mais aussi les racines carrées qui se présentent dans les intégrales elliptiques correspondantes.

Un peu plus tard, vraisemblablement au printemps de 1828, Abel écrivit un morceau dans le Cahier VI sur les intégrales de fonctions algébriques, qu'il a certainement considérées comme la base de son traitement ultérieur du calcul intégral. La partie qui se laisse lire, moyennant quelque réflexion, a été insérée dans la nouvelle édition sous le numéro XVII dans le tome II, mais n'est pas dans l'ancienne. Il y a démontré la proposition générale mentionnée plus haut, que si une équation algébrique irréductible a lieu entre plusieurs intégrales telles que

$$\int y_1\, x, \quad \int y_2\, dx, \; . \; . \; . \quad \int y_\mu\, dx,$$

et la variable indépendante, cette équation peut être déduite d'autres de la forme

$$c_1 \int y_1\, dx + c_2 \int y_2\, dx + \; . \; . \; . + c_\mu \int y_\mu\, dx = P,$$

où $y_1, y_2, \; . \; . \; . \; y_\mu$ sont des fonctions algébriques quelconques de x, tandis que $c_1, c_2, \; . \; . \; . \; c_\mu$ sont des constantes, et P une fonction rationnelle de $x, y_1, y_2, \; . \; . \; . \; y_\mu$. Supposant ensuite que certaines des intégrales sont des logarithmes, il démontre que les arguments de ces logarithmes peuvent aussi être supposés rationnels par rapport à x et aux irrationnelles comprises sous les signes d'intégration. Il ne poursuivit pas plus loin la question dans sa généralité, mais traita particulièrement le cas où les irrationnelles en question se réduisent à un seul radical, d'une manière analogue à ce qu'il avait déjà fait dans son travail présenté à l'Académie des Sciences. La relation qu'il obtient ainsi répond à la formule connue par laquelle une somme d'intégrales elliptiques de troisième espèce et de même module, mais de paramètres différents, s'exprime par des logarithmes et des intégrales de première espèce. Il détermina aussi le nombre des intégrales dont les paramètres dépendent de ceux des autres intégrales et trouva le même nombre que dans le passage correspondant du mémoire de Paris (le p de Riemann). Comme exemple, il voulait encore traiter le problème

beaucoup plus simple de trouver tous les cas où l'intégrale $\int x^{\frac{m}{n}}(1-x)^{\frac{\mu}{\nu}}\,dx$ peut être exprimée par des fonctions algébriques et des logarithmes, mais ne l'acheva pas. On voit qu'il avait pensé faire de son théorème principal comme la base de tout un chapitre du calcul intégral.

Cependant Abel ne se sentait pas sûr de l'impression de son grand travail sur les intégrales dans les Mémoires des Savants Etrangers. Il s'y prit d'une autre façon, qui se montra plus pratique. Il écrivit un mémoire qui ne traitait que du cas le plus simple, le cas hyperelliptique; il l'intitula: „*Remarque sur quelques propriétés générales d'une certaine sorte de fonctions transcendantes*", et indiqua dans une note qu'il avait présenté à l'Académie des sciences un mémoire beaucoup plus général. Il ne fut imprimé que le 3 déc. 1828, dans le Journal de Crelle, T. III. Il écrivit aussi à Legendre sur ses recherches à se sujet une lettre, qui malheureusement parait être perdue. Une fois imprimée dans son application à un cas relativement simple, sa découverte produisit grand effet, dégagée qu'elle était ainsi des recherches difficiles sur les notions nouvelles que comportait la théorie générale, recherches qui n'ont pu être achevées que plus tard. Dès le 9 février, Legendre attira l'attention de Jacobi sur cette découverte, et Jacobi répondit par des paroles d'admiration, mais demanda comment il se faisait que le premier mémoire d'Abel n'eût pas été remarqué par l'Académie des Sciences, et il fut ainsi probablement le premier qui contribua à le mettre en évidence et à le faire publier. Bessel écrit à Gauss le 2 janvier, qu'il croyait que la proposition d'Abel, qui découvre les propriétés des intégrales avant que l'intégration soit effectuée, avait montré un aspect tout nouveau du calcul intégral; il désirait vivement savoir si, à l'avis de Gauss, il s'exagérait peut-être l'importance de la nouvelle découverte. Mais Gauss, qui était alors occupé de sa Théorie des phénomènes de capillarité, et qui en outre approfondissait à nouveau les fondements de la géométrie, n'a donné aucune réponse à Bessel sur ce point.

Dans son dernier mémoire sur les fonctions elliptiques „*Précis d'une théorie etc.*" Abel est encore revenu au calcul intégral. Dans le premier chapitre il avait primitivement inséré la démonstration du théorème d'Abel dans toute sa généralité; mais il se ravisa, supprima cette partie, et en fit presque sans y changer un mot un petit mémoire distinct, qu'il réussit ainsi à faire imprimer avant sa mort. Il est daté du 6 janvier 1829, et c'est réellement le dernier travail qu'Abel a rédigé. Dans

le „*Précis*“ ABEL a enfin publié quelquechose de ses recherches générales sur le calcul intégral dont j'ai parlé plusieurs fois, en se posant le problème général de trouver tous les cas où une somme d'intégrales elliptiques peut être exprimée par des fonctions algébriques et logarithmiques. Dans le premier paragraphe du second chapitre, il supposa qu'une somme d'intégrales de fonctions algébriques peut être exprimée par une somme de fonctions algébriques, de logarithmes et d'intégrales elliptiques, et il démontra que même s'il y a plusieurs variables indépendantes, toutes les quantités algébriques qui interviennent dans l'équation peuvent, sans nuire à la généralité, être supposées des fonctions rationnelles des variables indépendantes et des irrationnelles dont dépendent les intégrales données.

Cette proposition, d'une portée jusqu'alors sans exemple, était le fruit de sa pénétration approfondie dans la théorie des équations; le moyen qu'il employa pour vaincre les difficultés fut l'introduction de la quantité auxiliaire que l'on appelle aujourd'hui la résolvante de Galois. Il a ajouté dans une note qu'il a fondé sur cette proposition une théorie nouvelle pour l'intégration des différentielles algébriques, dépassant de beaucoup les résultats connus, mais que les circonstances ne lui ont pas permis de publier. Il est aussi question de ceci dans sa dernière lettre à Legendre, et il y mentionne particulièrement le problème de décider quand une différentielle algébrique peut être intégrée au moyen de fonctions algébriques, de logarithmes et d'intégrales elliptiques, mais il dit qu'il n'a pas encore pu le résoudre, et qu'il croit que cela dépassera ses forces. WEIERSTRASS a repris ce problème, comme on peut le voir par son intéressante lettre à Lie, insérée plus haut (lettre LIV).

Au total, le calcul intégral a tenu dans la pensée d' ABEL une trés grande place, beaucoup plus grande que l'on ne pourrait croire d'après la place qu'il occupe dans ces mémoires. Comme on l'a vu plus haut, il a trouvé que le calcul intégral avait été auparavant traité et exposé d'une maniére dépourvue de méthode scientifique. Il semble qu'il n'ait pas renoncé à son ancien projet de consacrer au calcul intégral un ouvrage spécial, mais il est possible qu'il l'ait modifié de sorte qu'il se serait borné aux différentielles algébriques.

Il n'existe aucun renseignement certain sur l'époque où ABEL commença l'étude des *transcendantes elliptiques*, mais il est tout au moins vraisemblable que son attention a été attirée dans cette direction dès 1821 par la lettre mentionnée plus

haut du professeur Degen, de Copenhague, à Hansteen (lettre XLV). Il n'est guère probable que la prétendue découverte de Degen ait fait illusion à Hansteen, qui était d'un naturel assez sceptique; mais il y a lieu de croire qu'il a transmis à Abel l'invitation d'étudier les transcendantes elliptiques et supérieures.

Au plus tard dès la première moitié de 1823, Abel a considéré la limite d'une intégrale elliptique comme fonction de la valeur de l'intégrale; car en juin de cette année il emportait à Copenhague un petit mémoire qu'il avait écrit sur „*les fonctions inverses des transcendantes elliptiques*", où il était parvenu à un résultat qu'il trouvait impossible. Il demanda mais en vain, des éclaircissements à Degen. (lettre II). On n'en sait pas plus sur ce mémoire, et il n'y a rien dans les papiers laissés par Abel qui corresponde bien à ce récit. Sur la difficulté à laquelle Abel s'était heurté, on peut tout au moins faire une conjecture. L'équation qui donne la division de l'intégrale en n parties égales, l'équation de division des fonctions elliptiques, est du degré n^2 et elle est facilement accessible, au moins pour de petites valeurs de n. Pour celui qui ne connait que la période réelle, les n racines réelles sont certes compréhensibles, mais non les $n^2 - n$ racines imaginaires. Dirichlet, dans son Eloge de Jacobi, a attiré l'attention sur ce point, sans connaître cet ancien mémoire d'Abel, et il ajoute qu'en mathématiques comme ailleurs le fait de s'étonner d'un phénomène est souvent déjà une demi-découverte.

M. C. A. Bjerknes a proposé l'hypothèse que le mémoire en question serait celui qui montre que les intégrales hyperelliptiques ont en général plusieurs périodes (Nouv. éd. II, p. 7). Il semble sans doute invraisemblable qu'Abel ait employé le terme „transcendante elliptique" dans ce sens élargi; mais en tous cas ce mémoire montre encore qu'Abel a considéré la limite de l'intégrale comme fonction de sa valeur, et qu'il doit s'être représenté cette fonction comme doublement périodique, lorsqu'il s'agissait d'une intégrale elliptique. On sait par le témoignage de Holmboe qu'il a été écrit avant septembre 1825.

Il est vraisemblable que Degen a indiqué à Abel les „*Exercices de calcul intégral*" de Legendre, car aussitôt après son retour à Kristiania en septembre 1823, il emprunta ce livre à la bibliothèque de l'Université. Il a ensuite réuni les idées suggérées par cette lecture dans le travail „*Théorie des transcendantes elliptiques*", qui a été imprimé pour la première fois dans l'édition des Œuvres complètes par Holmboe en 1839. Il n'est pas ici question d'inversion; il ne s'agit que de la réduction d'intégrales elliptiques par des fonctions algébriques et logarith-

miques et de la relation entre des intégrales elliptiques dépendant d'un même radical. Une partie de cela a servi de base au mémoire sur l'intégration par logarithmes, publié dans le Journal de Crelle, T. I, en 1826; d'ailleurs cela n'a sans doute servi à Abel que comme orientation préalable. Avant son départ de Kristiania en septembre 1825, il a pourtant connu à coup sûr tout au moins les propriétés élémentaires des fonctions que l'on appelle aujourd'hui elliptiques; je donnerai plus loin les raisons de mon affirmation.

Les lettres d'Abel pendant son voyage fournissent relativement peu de renseignements sur les progrès de son travail sur les fonctions elliptiques. Le 16 avril 1826 il écrivit à Holmboe (lettre XI) qu'il voulait, après son arrivée à Paris, rédiger ses questions d'intégrales et sa „Théorie des fonctions elliptiques", ayant l'espoir de faire imprimer cela à Berlin. Les notes d'Abel à Paris montrent également qu'il s'est beaucoup occupé de fonctions elliptiques. Le premier point de la théorie qu'il touche est, chose significative, la transformation (Cahier III. p. 119). Le passage est reproduit dans Œuvr. compl. Nouv. éd. T. II, p. 285. S'il avait alors traité le problème pour la première fois, il aurait probablement développé complètement les formules de transformation des intégrales de première espèce. Mais son objet est précisément les transformations irrationnelles analogues à celle de Landen; il prend note, en ce qui concerne ces transformations, du résultat que Jacobi (Fund. nova, p. 6) appelle *„principium in Theoria Transformationum Functionum Ellipticarum fundamentale"*. Il n'y consacre qu'une demi-page, et passe au traitement des intégrales de seconde espèce, mais n'achève pas davantage. Il a seulement voulu se convaincre que cette sorte de transformations, pour tout ce qui est essentiel, est analogue aux transformations rationnelles, qu'il a dû connaitre antérieurement. C'est du moins la manière la plus simple d'expliquer le passage. Dans le même cahier viennent ensuite, après quelques pages avec des considérations sur la convergence des séries, ses premières notes sur les équations abéliennes, puis on trouve ses résultats sur la division de la lemniscate (Cahier III, p. 135), dans les termes suivants:

„Résolution des équations dont dépend la division de la circonférence de la lemniscate".

Par la belle théorie de la division du cercle donnée par M. Gauss on peut, comme on sait, toujours résoudre algébriquement les équations dont dépend cette

division. Je ferai voir que la même chose aura lieu par rapport à la lemniscate. Les principaux résultats auxquels je suis parvenu sont les suivans:

1. Lorsque n est un nombre premier de la forme $4m+1$ on peut effectuer la division de la lemniscate au moyen de α équations des degré a etc., si on suppose $n-1=a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$, entièrement comme dans le cas d'un cercle.
2. Lorsque n est un nombre premier de la forme $4m'+3$, on peut effectuer la division au moyen de α équations des degrés a etc. si on suppose:

$$(4m+2)(4m+4)=n^2-1=a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots"$$

Il n'ajoute pas expressément que les équations sont résolubles par radicaux, mais d'après le titre on ne peut douter que cela ait été son idée.

Abel informa ses amis Crelle et Holmboe de la découverte de la division de la lemniscate en décembre 1826 (lettres XXI, XXII); à ce dernier il raconte en outre qu'il enverra un grand mémoire sur les fonctions elliptiques aux annales de Gergonne. Il est possible que les lignes précédentes aient été écrites comme introduction à ce mémoire. Il n'a d'ailleurs pas été envoyé, et probablement pas davantage écrit. A quelques pages près, le reste du cahier II est rempli de calculs et de formules relatifs aux fonctions elliptiques, sans le moindre texte. Il s'agit de leur double périodicité, des valeurs qu'elles prennent lorsque l'argument est fait égal à une demi-période, ou quand on l'augmente d'une demi-période, du théorème d'addition, et d'une manière générale des formules elliptiques élémentaires qui ont été plus tard exposées dans les „*Recherches sur les fonctions elliptiques*". La fonction de la lemniscate revient souvent, surtout le problème de la division de la période. La division en 3 et en 5 parties est menée à bout; mais cela existait déjà de la main de Legendre. On y trouve aussi des calculs concernant la division en 7 et en 13. Abel fut amené par la division de la lemniscate à étudier l'arithmétique des nombres complexes, tout au moins jusqu'aux restes de puissances. Il trouve par exemple dans ces pages que $2+\sqrt{-1}$ est racine primitive du nombre premier 7. Mais comme Abel a énoncé sa proposition en toute généralité, il est clair qu'il savait que pour tout nombre premier appartenant au domaine des nombres entiers complexes il y a des racines primitives. Abel n'a jamais vu Gauss; ce que Gauss avait alors publié se réduit à une phrase dans son premier mémoire sur les restes biquadratiques en avril 1825: „*mox vero comperimus, principia Arithmeticæ hactenus usitata ad theoriam generalem stabiliendam neutiquam*

sufficere, quin potius hanc necessario postulare, ut campus Arithmeticæ Sublimioris infinities quasi promoveatur, quod quomodo intelligendum sit, in continuatione harum disquisitionum clarissime elucebit." L'explication de ces paroles mystérieuses ne vint que dans la „*Commentatio secunda*", après la mort d'Abel. Ce ne fut cependant pas Abel qui publia le premier cette nouveauté arithmétique. Car la division de la lemniscate ne parut qu'en 1828, dans la seconde partie des „*Recherches sur les fonctions elliptiques*". Mais dès le 5 juillet 1827, Jacobi avait publié un mémoire sur les restes cubiques, où il est question des nombres de la forme $a + b\sqrt{-3}$ et en outre de l'existence de racines primitives.

Dans le même cahier, il parle encore d'autres fonctions elliptiques singulières, par exemple de celle qui dépend de l'intégrale $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}}$, et celle dont le module est $\left(\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\right)^2$. Mais comme il a aussi noté l'égalité

$$\omega' = m\,\omega + n\sqrt{a}\,.\,\omega i\,,$$

dont le sens est bien évident, il a déjà observé à Paris que la multiplication complexe a lieu pour une infinité de modules particuliers.

Mais ce qui constitue la matière principale de la première partie des „*Recherches sur les fonctions elliptiqes*", insérée dans le Journal de Crelle, T. II, 2me fascicule, c'est-à-dire les formules de multiplication, les problèmes sur la division de l'argument, sur la division des périodes pour des modules quelconques, sur les développements en séries et en produits infinis, est ici complètement absent. La notation employée n'est pas celle dont il s'est servi dans les *Recherches* L'intégrale est mise le plus souvent sous la forme

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-c^2x^2)(1-c'^2x^2)}},$$

et il y considère trois fonctions elliptiques; mais le choix de celles-ci n'est pas toujours le même, non plus que leur symbole. On ne peut voir par le contenu du Cahier III où Abel en était de la théorie, lorsqu'il l'acheva, ni comment progressèrent ses connaissances sur cette théorie pendant qu'il écrivait ce cahier. Qu'il en sût déjà beaucoup, cela résulte des deux morceaux sur la transformation et sur la lemniscate, et de ce fait qu'il s'occupe de questions aussi particulières et aussi difficiles que celle des modules singuliers.

Dans ses lettres à Hansteen et à Holmboe, il n'a rien dit de la découverte même des fonctions elliptiques; qu'il ne soit pas entré dans le détail de théorèmes particuliers, cela se comprend, car cela aurait vite dépassé les limites d'une lettre. Mais qu'il n'ait pas même dit qu'il possédait, dans la fonction inverse de l'intégrale elliptique, une classe étendue de transcendantes, comprenant les fonctions trigonométriques comme cas limite, et présentant avec elles une analogie complète alors qu'en même temps il raconte avec une joie évidente ses découvertes dans la théorie des équations, j'en conclus que dès avant son départ de Kristiania, il doit avoir informé ses amis qu'il travaillait à une théorie toute nouvelle des fonctions elliptiques. Car sans cela il lui aurait été agréable, et en même temps utile de leur montrer aussi, par cette découverte, qu'il avait bien employé son temps, bien qu'il n'eût pas suivi rigoureusement le plan arrêté pour son voyage.

Quoi qu'il en soit, Abel, pendant son séjour à Paris, a achevé de découvrir les principes sur lesquels reposent ses travaux ultérieurs sur les fonctions elliptiques; il l'a déclaré lui même à Holmboe.* Le projet d'adresser un mémoire aux Annales de Gergonne fut abandonné. Revenu à Berlin au commencement de 1827, il a probablement décidé de rédiger à la place un grand travail pour le Journal de Crelle. On en a peut-être la trace dans l'une des dernières pages du Cahier III, intitulée: *„Sur les fonctions elliptiques inverses de la 1ère espèce“*. Il est possible qu'Abel ait commencé dès les premiers mois de l'année, à Berlin, la rédaction de ses *„Recherches“*, mais je doute qu'il ait achevé à Berlin même la première partie du travail. Car alors il y en aurait eu tout au moins quelquechose dans le premier cahier du tome II du Journal; en outre Abel se plaint dans ses lettres de ne pouvoir parvenir à rien „mettre en ordre et rédiger“ tant qu'il est à l'étranger. Ce qui me parait probable est qu'il s'est entendu avec Crelle pour être prêt pour le second fascicule; la première et la plus grande partie des *„Recherches“* y fut insérée, et parut donc le 20 septembre 1827; la seconde, où sont traitées la division de la lemniscate et la transformation, ne parut que dans le Tome III, 2me fascicule, le 26 mai 1828.

Les notes d'Abel à Paris et ses lettres de l'étranger ne donnent donc pas de renseignements bien précis sur l'évolution de ses idées relativement aux fonctions elliptiques. Il n'y a donc rien de mieux à faire qu'à se reporter précisément à son

* Voyez la première édition des Œuvr. compl. p. VII.

premier mémoire. Par contre, le tableau que donne celui-ci est si clair qu'il y a grande probabilité pour qu'il soit exact dans ses grandes lignes. Il a de bonne heure considéré la limite de l'intégrale comme fonction de sa valeur, et reconnu que cette fonction était doublement périodique. Le théorème d'addition était en réalité connu par les travaux d'Euler et de Legendre; le théorème de multiplication en est une conséquence presque immédiate. Dans ces propositions et dans celle sur la périodicité se manifeste un haut degré d'analogie avec les fonctions trigonométriques; l'idée que les fonctions nouvelles devaient être traitées d'après cette analogie s'imposait nécessairement à lui. Il lui était facile de trouver les racines de l'équation de multiplication, c'est-à-dire leurs expressions transcendantes, et de donner ainsi une expression complète pour $\varphi(n\,\alpha)$ an moyen de $\varphi(\alpha)$, analogue à l'expression de $\sin(n\alpha)$ an moyen de $\sin\alpha$. Il se servit de ce résultat de deux manières. Sa préférence pour la théorie des équations l'a probablement conduit à traiter d'abord le problème de division. Il trouva la solution de l'équation algébrique qui exprime $\varphi(\alpha)$ en fonction de $\varphi(n\alpha)$. Cette solution contient encore des constantes inconnues, les racines de l'équation de division des périodes. Il trouva que celle-ci était non-primitive, mais il ne put pas résoudre l'équation par laquelle s'effectue la décomposition de la première. L'équation générale de division le conduisit ensuite à la théorie de la transformation. La nouvelle fonction elliptique est en effet, à une constante près, la même que la quantité auxiliaire qu'il employait pour décomposer la première équation, dont le degré est n^2, en n équations de degré n. D'après la forme de cette quantité auxiliaire, sa double périodicité est évidente: elle a une période commune avec la première fonction, la seconde est $\frac{1}{n}$ de la seconde période de celle-ci. Elle est d'ailleurs désignée d'une manière qui indique que c'est une fonction elliptique, elle est appelée en effet $\varphi_1(\alpha)$, tandis que la première fonction elliptique est appelée $\varphi(\alpha)$. Dans la deuxième partie du mémoire, cette quantité auxiliaire est reprise avec la même notation $\varphi_1(\alpha)$, à cela près que la période divisée peut être quelconque, et il est démontré qu'elle est une fonction elliptique avec un autre module. Cela n'a pas échappé à Jacobi, mais il n'avait certainement pas raison lorsque, un instant du moins, il crut qu'Abel n'avait pas alors remarqué que la multiplication peut être composée de deux transformations.* Il est même vraisemblable que c'est précisément cette liaison entre le problème de la

* Lettre de Jacobi à Legendre du 18 janvier 1829.

division et la transformation qui a fait préférer à Abel la résolution de l'équation de division exposée dans le *Recherches*, à l'autre que Jacobi publia d'abord,* et qui est plus simple dans un certain sens.

La seconde application de la formule de multiplication, c'est-à-dire le passage au développement des nouvelles fonctions en séries et produits infinis, dut aussi nécessairement s'imposer à lui à cause de l'analogie avec les fonctions trigonométriques; il est vrai que cela était beaucoup plus difficile à réaliser avec rigueur; on ne peut pas dire que le raisonnement d'Abel soit au-dessus de toute objection, bien qu'il se soit efforcé d'être rigoureux, et bien que les résultats se soient montrés exacts. Sur un autre point encore du mémoire, il peut y avoir quelque chose à critiquer; on ne peut pas dire qu'Abel ait démontré que sa fonction $\varphi(\alpha)$ est uniforme. Sur ces deux points les mêmes reproches peuvent être faits au raisonnement de Jacobi dans les *Fundamenta nova.*

Il est facile de comprendre comment Abel a été conduit à traiter la division de la lemniscate. L'indication donnée par Gauss dans les *Disquis. Arithm.*, si connue par la mention qu'en a fait Dirichlet dans son magnifique Éloge de Jacobi, n'en a peut-être pas été la cause véritable, bien qu'il l'ait connue, mais plutôt le fait signalé par Legendre que l'arc de lemniscate s'exprime par une intégrale elliptique et son étude de la division en trois et en cinq parties. Abel doit avoir remarqué tout de suite que dans le cas de la lemniscate, toutes les racines de l'équation de division particulière peuvent s'exprimer rationnellement en l'une d'elles et que les symboles des fonctions peuvent être échangés. Dans le Cahier III, d'ailleurs, la lemniscate se rencontre pour la première fois immediatement après un chapitre sur les équations abéliennes; il y a dessiné une lemniscate, et écrit à côté:

$$\boxed{\varphi(fx) = f\{\varphi(x)\}}$$

Cependant Abel n'avait pas abandonné son projet de publier un ouvrage systématique sur les fonctions elliptiques. Pendant le temps qui s'écoula entre l'envoi des deux parties des *Recherches*, il écrivit dans le Cahier V une ébauche qui est évidemment une préparation à un pareil ouvrage. Contre l'habitude d'Abel, cette ébauche est en allemand: il espérait sans doute encore trouver un éditeur à Berlin. Il est vrai qu'Abel emploie quelque part le mot *Abhandlung* en parlant

* Journal de Crelle T. III p. 85, ou Jacobi, Werke T. I. p. 243.

de ce travail, mais l'existence d'un chapitre comme le chap. V montre qu'il a pensé à une exposition complète de la théorie. En voici la première page*:

„*Versuch einer Theorie der elliptischen Functionen.*

Def. Elliptische Function heisst jede Function von der Form:

$$(1) \qquad \Pi(x) = \int \frac{M dx}{\sqrt{\alpha + \beta x^2 + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}},$$

wo M eine rationale Function von x ist. Die Grösse x heisst die Variable, die Grössen $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ heissen Modulen, und die in M enthaltenen Grössen heissen Parameter.

Zweck dieser Abhandlung. Wenn

$$y_1, y_2, y_3, \ldots y_m$$

$$v_1, v_2, v_3, \ldots v_\mu$$

mehrere algebraische Functionen von einer gewissen Anzahl unabhängiger Variablen sind, so sucht man die allgemeinste Relation von der Form

$$(2) \quad 0 = f(x_1, x_2, \ldots x_n, \log v_1, \log v_2, \ldots \log v_\mu, \Pi_1(y_1), \Pi_2(y_2), \ldots \Pi_m(y_m))$$

f bezeichnet eine algebraische Function der in den Klammern sich befindenden Grössen.

I. *Erste Reduction der Formel* (2).

Man beweiset dass diese Relation immer auf folgende Form gebracht werden kann:

$$(3) \qquad \begin{cases} A_1 \Pi_1(y_1) + A_2 \Pi_2(y_2) + \ldots + A_m \Pi_m(y_m) \\ = B_1 \log(v_1) + B_2 \log(v_2) + \ldots + B_\mu \log(v_\mu) + S \end{cases}$$

wo $A_1, A_2, \ldots B_1, B_2 \ldots$ constante Grössen bezeichnen, und S eine algebraische Function von $x_1, x_2 \ldots x_n$.

II. *Fundamental-Eigenschaft der elliptischen Functionen.*

Wenn $x_1, x_2 \ldots x_n$ eine *beliebige* Anzahl unabhängiger Grössen sind, so kann man immer *eine* algebraische Function y finden so dass

* Voir le cahier V, p. 85 et aussi le fac-simile nº IV.

$$(4) \qquad a_1 \Pi(x_1) + a_2 \Pi(x_2) + a_3 \Pi(x_3) + \ldots + a_n \Pi(x_n) = \Pi(y_1) + v$$

wo v *eine algebraische logarithmische* Function ist, und $a_1, a_2, \ldots a_n$, beliebige *rationale* Zahlen."

Cette dernière proposition est ensuite démontrée dans les pages suivantes. Les chapitres suivants sont:

„III. *Reduction der Formel* (3)."

qui répond au chap. II du „*Précis d'une théorie des fonctions elliptiques*", mais qui est traité d'une manière un peu moins générale.

„IV. *Die Formel* $\frac{dz}{\sqrt{Fz}} = \frac{P\,dx}{\sqrt{R}}$."

qui répond à très peu près au: „*Precis*" chap. IV, § 3.

„V. *Reduction der elliplischen Functionen auf die Form*

$$\int \frac{f(x^2)\,dx}{\sqrt{\alpha + \beta x^2 + \gamma x^4}}$$

VI. *Comparation dieser Functionen.*"

Il y a encore quelques en-tête:

„*Sur les fonctions elliptiques de la 1ère espèce*",

„*Sur la fonction elliptique inverse de la 1ère espèce*",

„*Mehrere Eigenschaften der Functionen* λ $\lambda_{,}$ λ''";

mais ces morceaux ne sont pas numérotés, le texte devient plus rare et finit par manquer tout-à-fait. Dans le dernier morceau, λ, λ', λ'' sont les 3 fonctions elliptiques et ce morceau traite principalement de la théorie de la transformation, même d'une manière assez développée; il y comprend, par exemple, des tranformations de degré pair; on y rencontre aussi de temps en temps des résultats plus généraux et plus particuliers relatifs à la multiplication complexe. En réalité cette partie du Cahier V est devenue un travail préparatoire au „*Précis d'une théorie etc.*"; on y trouve des formules qui ont été plus tard mises en marge avec la même notation que dans le „*Précis*".

Cependant Abel avait aussi pensé continuer ses mémoires sur les fonctions elliptiques sans attendre le moment où il pourrait publier une théorie complète. Il

y a en effet parmi les papiers laissés par ABEL des fragments d'un ou plusieurs travaux sur ce sujet, qui ont dû être écrits après les „*Recherches*“ mais avant son mémoire „*Solution d'un problème général concernant la transformation des fonctions elliptiques*“. Le contenu en témoigne, ainsi que le mode de notation, qui est celui employé dans les „*Recherches*“, tandis que dans le mémoire „*Solution etc.*“ il s'est servi d'une notation qui se rapprochait davantage de celle de Legendre. L'un de ces fragments forme le début d'un mémoire dont le titre est

„*Recherches sur les fonctions elliptiques.*
Second mémoire“.

Ce morceau traite de la résolution algébrique de l'équation de transformation. D'autres morceaux renferment les relations entre les racines de l'équation de division et les racines de l'unité, qui peuvent être déduites de cette résolution. Ce sont les fragments qui sont imprimés dans l'Edition nouvelle des Œuvres d'ABEL sous ce titre: „*Fragmens sur les fonctions elliptiques.*“ Un autre contient encore la démonstration du Théorème d'ABEL pour le cas des fonctions elliptiques, démonstration qui est insérée dans le tome II de chacune des deux éditions sous le titre de: „*Démonstration de quelques formules elliptiques.*“ On trouve enfin des morceaux relatifs à la théorie de transformation, qui traitent des transformations où les deux périodes sont divisées par des nombres différents, en sorte que la formule de multiplication apparaitrait comme une transformation particulière. Tous ces morceaux sont écrits avec soin sur papier à lettres et absolument prêts pour l'impression. Il est probable qu'ils ont tous fait partie d'un mémoire qui était destiné au Journal de Crelle, mais qui n'a pas été envoyé.

L'époque comprise entre le retour d'ABEL (mai 1827) et le mois d'avril 1828 fut une époque de travail assidu. Il a, dans cet espace de temps, rédigé les „*Recherches*“, tout au moins en partie; ébauché le „*Versuch einer Theorie der elliptischen Functionen*“; probablement aussi rédigé les „*Recherches, etc. Second mémoire*“ qui sont perdues; le lecteur se rappellera qu'il avait en outre rédigé et envoyé son célèbre mémoire sur les équations abéliennes, enfin il s'est occupé pendant un certain temps de la théorie des séries infinies et écrit sur ce sujet un article bien connu. Lorsque l'on se rappelle combien sa vie a été courte et malheureuse, on voit avec une véritable satisfaction que ses mérites commençaient enfin à être appréciés par les mathématiciens les plus compétents. Le 18 mai 1828, Crelle lui

rapporte ce que lui a dit Gauss,* lorsqu'il le pressait de publier ses travaux sur les fonctions elliptiques:

„D'autres occupations m'empêchent pour le moment de rédiger ces recherches. M. Abel m'a devancé, au moins pour le tiers de ces travaux. Il vient justement de s'engager dans la voie où j'ai abouti en 1798. Je n'ai donc pu m'étonner que, pour la majeure partie, il soit arrivé aux mêmes résultats. Et comme d'autre part son exposition témoigne de tant de pénétration et d'élégance, je me vois par ça même dispensé d'exposer les mêmes questions."

Des expressions analogues se rencontrent aussi dans des lettres de Gauss à Bessel et à Schumacher; la première surtout fait fortement ressortir l'égalité entre les travaux des deux mathématiciens.** La date de ces lettres montre que Gauss vise la première partie des „*Recherches*".

Cependant Abel avait reçu un peu auparavant une nouvelle qui eut une grande influence sur le plan de ses futurs travaux; Hansteen lui avait en effet montré le n° 127 des „*Astronomische Nachrichten*" de Schumacher, où Jacobi démontre les formules constituant ce qu'il a plus tard appelé la première transformation réelle. Que Jacobi, dès le mois de septembre, eût sans démonstration publié dans les „*Astronomische Nachrichten*" l'existence des deux transformations réelles, et même la formule de la première, cela amena simplement Abel à donner aux „*Recherches*" un post-scriptum où il montre que la formule de Jacobi était un cas particulier de la sienne. Mais lorsque Jacobi eut alors aussi donné sa démonstration, cela fit une impression plus forte. Abel ne pouvait savoir combien de choses Jacobi pouvait avoir déjà terminées, car la poste à cette époque allait très lentement et les envois de livres à Kristiania n'arrivaient qu'à longs intervalles. Il devait en outre se dire que son propre mémoire faciliterait dans une grande mesure le travail de Jacobi pour pénétrer à fond la théorie de la transformation. On voit d'ailleurs aussi par la lettre de Jacobi à Legendre*** qu'il lui semblait naturel de se tenir au mémoire d'Abel, si bien qu'il dut même dans une lettre postérieure**** expliquer a Legendre comment il avait en réalité démontré la transformation dite supplémentaire, sans se servir du théorème de multiplication d'Abel.

---

* Voir lettre XXXI.

** Lettre à Bessel du 30 mars, et lettre à Schumacher du 30 mai de la même année.

*** C. G. J. Jacobi: „*Gesammelte Werke*", T. I. p. 409.

**** l. c. p. 422.

ABEL résolut alors de garder les „*Recherches etc., Second mémoire*“ et d'envoyer à la place aux „*Astronomische Nachrichten*“ une théorie complète des transformations rationnelles. Il s'adressait ainsi au même public que Jacobi, et parvint en même temps à une publication beaucoup plus rapide que par le Journal de Crelle. Le mémoire „*Solution d'un problème général etc.*“ fut daté du 27 mai, et inséré dans le n° 138 du journal de Schumacher, qui parut en juin 1828. Il contient la solution complète du problème consistant à trouver toutes les transformations rationnelles, quoique la recherche, en ce qui concerne les degrés pairs, ne soit pas poursuivie dans tout son détail. Par contre, quelques propositions générales de la théorie de la transformation, entre autres sur la multiplication complexe, sont ajoutées sans démonstration; ABEL énonce ici pour la première fois que tous les modules singuliers peuvent être exprimés par des radicaux. La manière dont il attaque le problème caractérise bien la sagacité pénétrante d'ABEL. Il suppose que la variable y de l'intégrale nouvelle est une fonction rationnelle de la variable x de l'intégrale primitive; il existe alors une équation algébrique entre les deux variables. Il trouve par une déduction étonnamment simple la relation entre deux racines quelconques de cette équation; si une racine, x, est égale à $\lambda\ (\theta)$, où λ désigne la fonction elliptique primitive, toute autre racine est donnée par $\lambda\ (\theta + \text{const.})$; il se sert ensuite de la périodicité comme moyen de déterminer la constante. Il trouve ainsi la fonction rationnelle y, à quatre constantes près, et tout revient ensuite simplement à montrer qu'elles peuvent être choisies de manière à réaliser la transformation. C'était la première fois que la double périodicité apparaissait comme le moyen de recherche fondamental, ainsi qu'on l'a plus tard appliquée.

On peut voir par les lettres d'ABEL qu'il était satisfait de son travail, qui d'ailleurs a provoqué une exclamation d'admiration sincère de la part de Jacobi.* Bessel aussi, dans une lettre à Gauss,** appelle ce mémoire un chef-d'œuvre. Mais dès le 24 septembre il adressa aux *Nachrichten* de Schumacher un nouveau mémoire sur le même sujet, qui fut inséré au n° 147 en novembre 1828. Dans celui-ci le problème est généralisé de manière à comprendre toutes les transformations *algébriques*, le module étant toujours supposé réel. La double périodicité est appliquée ici pour établir les conditions nécessaires relatives aux *rapports des*

* C. G. J. Jacobi: „*Gesammelte Werke*“, T. I. p. 422, 423.

** Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel, p. 481.

périodes, après quoi il est démontré par le développement en produits infinis que ces conditions sont suffisantes. En même temps ABEL affirmait que les résultats du premier mémoire sont encore valables lorsque le module est imaginaire. Par ces deux mémoires, la théorie de la transformation de l'intégrale de 1ère espèce atteignit un si haut degré de perfection qu'on n'y a guère ajouté depuis, en dehors des recherches plus particulières sur la multiplication complexe. Sur le même sujet parut encore une courte note dans le Journal de Crelle, où ABEL déclare que la transformation des intégrales de deuxième et de troisième espèce est une conséquence de la transformation des intégrales correspondantes de première espèce; ceci fut publié le 3 décembre.

Dans la seconde moitié de 1828, le travail d'ABEL sur les fonctions elliptiques a principalement été consacré à son dernier mémoire sur ce sujet: „*Précis d'une théorie des fonctions elliptiques*". Il écrivit cependant encore quelques courts articles dans le Journal de Crelle. L'un de ceux-ci avait été provoqué par une question de Legendre, qui demandait pourquoi ABEL indiquait un nombre de modules transformés six fois plus grand que Jacobi. Dans un autre il donna des formules par lesquelles on peut passer des trois fonctions φ, f, F, qu'il avait traitées dans les „*Recherches*", aux trois fonctions qui se rattachent à la forme de Legendre pour l'intégrale elliptique, les sin am, cos am, Δ am de Jacobi, qu'ABEL désigne ici par $\lambda, \lambda', \lambda''$.

Un troisième mémoire, „*Théorèmes sur les fonctions elliptiques*", fut occasionné par la solution de l'équation générale de la division, exposée entre temps par Jacobi; il fut écrit entre les deux mémoires insérés dans les *Astr. Nachr.*, car il est daté du 28 août. ABEL y donne le groupe de monodromie de l'équation de division, ce qui répond exactement au commencement des „*Recherches etc. Second mémoire*", maintenant perdu. Il est daté du 27 août 1828, mais ne parut que le 28 mars 1829. Sur ce mémoire on a eu récemment ce renseignement inattendu qu'il n'est qu'une partie d'un travail primitif plus étendu. Celui-ci a été retrouvé par M. MITTAG-LEFFLER, qui le fait imprimer dans les volumes des *Acta mathematica* publiés à l'occasion du centenaire d'ABEL, et qui a eu l'obligeance de nous l'envoyer en épreuves. Ce travail est intitulé *Recherches sur les fonctions elliptiques. Second mémoire*, ABEL ayant renoncé à publier le mémoire primitif portant ce titre. Il porte précisément la même date, 27 août 1828, que les *Théorèmes sur les fonctions elliptiques*, mémoire qui est identique avec le premier paragraphes de l'autre. Je présume que la raison pour laquelle il n'a pas été inséré en entier dans le Journal

de Crelle a été simplement qu'Abel lui-même, avant l'impression, a changé d'idée, pour ne pas empiéter par une publication partielle de ses résultats sur son grand mémoire, le *Précis*, auquel il travaillait alors.

Ce ne fut qu'après la mort d'Abel, en juin et juillet 1829, que parut le *Précis d'une théorie des fonctions elliptiques*, ou plus exactement la partie de ce précis qu'Abel avait eu le temps de rédiger. D'après l'introduction, le mémoire devait être un résumé de l'ouvrage qu'il se proposait d'écrire pour montrer la méthode qu'il comptait appliquer. Il devait se composer de deux parties: dans la première, les fonctions elliptiques seraient considérées comme intégrales indéfinies sans aucune hypothèse sur la réalité des quantités. Avec les quelques pages qui ont été retrouvées en 1874 et qui ont été reproduites dans la nouvelle édition des Œuvres d'Abel, on a certainement presque toute la première partie. Je décrirai en peu de mots la suite des idées dans cet ouvrage célèbre. Le problème principal qu'il fallait résoudre était de trouver tous les cas où une somme d'intégrales elliptiques peut être exprimée par des fonctions algébriques et logarithmiques, lorsqu'il n'existe que des relations algébriques entre les variables des intégrales et les arguments des fonctions.

Le premier pas est l'exposé de ce qu'on appelle par excellence le théorème d'Abel: il l'avait récemment présenté d'une manière plus générale, mais il reprend la démonstration en ce qui concerne les intégrales elliptiques, supposées mises sous la forme normale de Legendre; puis il applique son théorème à l'établissement des formules d'addition et de multiplication. Ensuite vient l'exposition des propositions générales sur les intégrales, dont j'ai parlé plus haut. Il réduit par là le problème primitif à d'autres beaucoup plus simples, savoir, la transformation d'une seule intégrale elliptique de première espèce, et la relation la plus générale entre des intégrales de même variable et de même module. Ces deux problèmes sont résolus complètement, ce qui l'amène à répéter en partie des choses qui avaient déjà été exposées auparavant par lui-même et par Jacobi. C'était la première fois qu'un problème d'une généralité aussi énorme était complètement résolu. Mais ce qui est le plus caractéristique, c'est encore la manière dont Abel pose le problème, en ce qu'il s'attache à obtenir *toutes les relations possibles* de la forme donnée, exactement comme en algèbre on s'attache à obtenir toutes les racines d'une équation donnée.

Dans la seconde section du „*Précis*“ le module devait être supposé réel, et le sujet traité devait être la fonction inverse de l'intégrale de première espèce et son

application. Rien n'en a été retrouvé; il est vraisenblable que cette rédaction n'a pas été commencée. Il n'y a rien non plus dans le dernier des cahiers d'Abel qui puisse y être rattaché de façon certaine. Sur son contenu on ne peut que s'en rapporter à l'introduction. On y voit qu'il devait renfermer tout ce qui, avec d'autres notations, avait été exposé dans les „*Recherches*". On y aurait donc trouvé, sans nul doute, l'établissement absolument rigoureux des points sur lesquels son premier travail laisse à désirer: la démonstration de l'uniformité de la fonction elliptique et le passage de la formule de multiplication aux divers développements en séries et produits infinis. En fait de résultats nouveaux, il devait s'y trouver des propositions sur la multiplication complexe et sur les fonctions que Weierstrass a depuis appelées fonctions σ, et qu'Abel désigne ici par les lettres φ et f. Ce qu'il y a de plus remarquable est qu'à la fin il est dit expressément des résultats trouvés, qu'avec quelques restrictions ils sont encore valables lorsque le module est imaginaire. On ne sait absolument pas comment Abel comptait introduire les imaginaires dans ces recherches. Comme il a connu le mémoire de Cauchy sur les intégrales prises entre des limites imaginaires, et qu'il a vu, comme je l'ai signalé plus haut, la façon dont s'introduisent alors les périodes des intégrales, il est possible qu'il ait pensé procéder comme on le fait aujourd'hui, en partant de l'intégrale. Mais il est possible aussi qu'il ait voulu, comme Jacobi le fit plus tard dans ses leçons, appliquer les développements en séries, et surtout ses fonctions φ et f.

Lorsqu'Abel mourut, Jacobi avait déjà publié ses „*Fundamenta*"; le travail de Jacobi sur les fonctions elliptiques ne fut plus dès lors aussi intense qu'auparavant, et il se consacra en partie à leur application. Il semble qu'un instant Galois ait été sur le point de continuer le travail d'Abel; il avait du moins certainement la démonstration du fait que les équations modulaires ne sont pas résolubles par radicaux, et que celles des degrés 6, 8, 12 peuvent être réduites aux degrés 5, 7, 11. Si l'on excepte l'étude directe par Jacobi des fonctions θ, la théorie des fonctions elliptiques ne fit de longtemps aucun progrès considérable avant que ne fût fondée la nouvelle théorie des fonctions, où Hermite et Kronecker traitèrent de la multiplication complexe, et où Weierstrass introduisit ses notations perfectionnées.

Il n'existe absolument rien qui puisse nous éclairer sur la manière dont Abel aurait traité les transcendantes supérieures qui portent aujourd'hui son nom. Il savait dès 1824 qu'elles devaient avoir plusieurs périodes. Sur ce point encore,

Galois était prêt à continuer l'oeuvre d'ABEL; son testament scientifique contient des preuves étonnantes de la manière dont il traitait déjà les intégrales abéliennes en toute généralité. L'année même où mourut Galois, en 1832, la découverte fondamentale de Jacobi mit cette nouvelle théorie dans le bon chemin; mais il fallut longtemps pour que des résultats généraux fussent acquis.

La première fois qu'ABEL exprima sa critique de l'ancienne doctrine *des séries infinies* se trouve, le lecteur s'en souviendra, dans une lettre à Holmboe datée de Berlin, le 16 janvier 1826 (lettre VI). Il y raconte qu'il a étudié les séries

$$\cos mx + m \cos (m-2)x + \ldots$$
$$\sin mx + m \sin (m-2)x + \ldots$$

qui avaient été traitées auparavant par de nombreux mathématiciens. Un seul d'entre eux, Poinsot, en avait trouvé la somme exacte; mais ses déductions n'étaient pas tenables. ABEL donne la somme dans le cas où m est réel et plus grand que -1, mais ajoute que si m est inférieur à -1, les séries sont divergentes, et par suite n'ont *aucune somme.*" ABEL, qui jusqu'alors avait manié les séries de la manière la plus naïve et la plus intrépide, sans se soucier de leur convergence, et avait poursuivi ses formules jusqu'à leurs dernières conséquences, qui par exemple, avait voulu développer le $n^{\text{ième}}$ dérivée d'une fonction quelconque suivant les puissances de n, ce même ABEL se montre maintenant le critique le plus sévère: „On en peut tirer tout ce qu'on veut quand on les emploie" [savoir les séries divergentes]. Mes yeux se sont singulièrement ouverts; car si l'on excepte les cas de la plus extrême simplicité, par exemple: les séries géométriques, il n'y a presque pas, dans toutes les mathématiques, une seule série infinie dont la somme est déterminée d'une manière rigoureuse: en d'autres termes, ce qu'il y a de plus important dans les mathématiques est sans fondement." Il est sûrement conscient que rien peut-être n'est plus rudement atteint par ce jugement que plusieurs de ses propres travaux anciens, ou plutôt de ses exercices antérieurs, que Holmboe a malheureusement insérés plus tard dans son édition des Œuvr. compl. I, II. ABEL ne se contente pas de critiquer; il lance la question: Lorsqu'on raisonne si mal, comment se fait-il que la plupart des résultats soient exacts? Il veut en trouver la raison, „Problème excessivement intéressant". En même temps on apprend qu il a traité la série du binôme, et déterminé *tous* les cas où elle est convergente, qu'il a remarqué qu'une série convergente dont les termes sont des fonctions continues d'une

variable n'est pas nécessairement continue elle-même. Il se propose d'étudier les diverses opérations de calcul avec des séries convergentes pour décider dans quelle mesure il est permis de les traiter comme des sommes ordinaires. „Cela va très bien et m'intéresse extrêmement."

On a ensuite un supplément du plus haut intérêt à cette information dans la lettre à Hansteen du 29 mars 1826 (lettre X). La critique est ici plus générale et dirigée contre „la malheureuse manière de conclure du particulier au général", c'est-à-dire, contre l'idée des anciens mathématiciens sur la généralité des résultats de l'analyse. La conclusion de sa recherche de la raison pour laquelle on n'est pas arrivé à un plus grand nombre de paradoxes est exprimée dans la phrase suivante: „A mon avis cela provient de ce que les fonctions dont l'analyse s'est occupée jusqu'ici peuvent, la plupart, être exprimées au moyen de *puissances*. Aussitôt que d'autres interviennent, ce qui, il est vrai, n'arrive pas souvent, alors ça ne va plus . . . ." Que faut-il entendre par fonctions qui peuvent être exprimées par des puissances? Il ne peut s'agir uniquement de fonctions rationnelles, ni de fonctions algébriques. Il n'y a pas, je pense, d'autre explication raisonnable de sa phrase, sinon qu'il veut parler des fonctions définies par des séries de puissances. Ceci est d'ailleurs confirmé dans une certaine mesure par ce qui nous reste des études d'Abel sur les séries, puisque, en dehors de la question même de la convergence, il s'est principalement occupé de séries de puissances. C'est donc de ce qu'on appelle aujourdhui *fonctions analytiques* qu'Abel a voulu parler. Pour elles, en effet, certaines conclusions du particulier au général sont en réalité permises. Mais cette indication d'Abel a été perdue pour la science; car la lettre a été publiée pour la première fois dans la nouvelle édition des Œuvres complètes, en 1881, alors que Weierstrass enseignait depuis longtemps sa théorie à l'université de Berlin.

Abel avait l'intention de faire imprimer de petits mémoires critiques dans le Journal de Crelle. Il n'en a rien fait, je ne sais pourquoi, mais il écrivit un grand mémoire sur la série du binôme. Il doit avoir été rédigé pendant le séjour d'Abel à Berlin, dans l'hiver de 1825—1826, ou au plus tard au cours de ses voyages, car il est resté quelque temps dans certaines villes, un mois à Freiberg, par exemple. Mais il ne parut qu'en février ou mars 1827. Le but du mémoire était de trouver la somme de la série pour toutes les valeurs, réelles ou imaginaires, des deux variables pour lesquelles elle est convergente. Dans un premier paragraphe il expri-

mait, mais en termes plus modérés, les mêmes idées que dans la lettre à Holmboe. Dans le second, qui est le plus intéressant au point de vue historique, il expose les propositions préalables dont il se servira dans les parties suivantes, et il commence par ces mots: „L'excellent ouvrage de M. Cauchy, „*Cours d'analyse de l'école polytechnique*", qui doit être lu par tout analyste qui aime la rigueur dans les recherches mathématiques, nous servira de guide." Mais en réalité sa critique va plus loin que celle de Cauchy, surtout dans la question de la continuité. Le paragraphe contient six théorèmes; les deux premiers sont les critères fondamentaux de convergence, le troisième est l'utile transformation bien connue d'un nombre fini de produits. Le quatrième théorème est en réalité une démonstration rigoureuse du fait qu'une série de puissances est une fonction continue de la variable suivant laquelle elle est développée, pour toutes les valeurs de la variable comprises dans le domaine de convergence, ainsi que sur la limite même, si la série y est convergente; la variable et les coefficients sont supposés réels. Mais malheureusement, Abel a conservé le mode d'expression de Cauchy, en parlant de quantités infiniment petites, et il les désigne même toutes par la même lettre; il en résulte que la notation elle même n'indique pas de quelles autres quantités dépendent ces infiniment petits. La démonstration a par suite été critiquée, et Dirichlet, sur l'invitation de Liouville, en a fourni une plus développée. Le cinquième théorème énonce que si les coefficients de la série de puissances sont des fonctions continues d'une variable, la somme de la série est aussi continue. Mais ici la démonstration n'est pas à l'abri de toute objection. Si en effet la série $v_0 + v_1 \alpha + v_2 \alpha^2 + \ldots$, est supposée convergente pour $\alpha < \delta$ (il aurait fallu dire $\alpha \leqq \delta$), v_0, v_1, $v_2 \ldots$ étant des fonctions continues de x, il y est question de la plus grande des quantités $v_m \delta^m$, $v_m \delta^m + v_{m+1} \delta^{m+1}, \ldots$; il est donc sous-entendu que ces dernières quantités ont, pour toutes les valeurs de x dont il s'agit, une limite supérieure commune, et que celle-ci converge vers 0 en même temps que $\frac{1}{m}$. Pour l'usage qu'Abel avait à faire de cette proposition, cela était suffisant; mais il y a quelque raison de croire que plus tard il n'en a pas été complètement satisfait. Le sixième théorème consiste en ce que la règle de Cauchy pour la multiplication des séries convergentes est applicable dans tous les cas où la nouvelle série est elle-même convergente.

Dans le troisième paragraphe, il détermine d'abord le cercle de convergence: cependant, pas plus ici qu'ailleurs, il n'emploie cette image géométrique. On a parfois

attribué à Abel l'honneur d'avoir provoqué l'introduction de l'idée du cercle de convergence; cet honneur revient plutôt à Cauchy. Abel détermine ensuite la somme de la série. Le résultat était nouveau, car il supposait l'exposant même imaginaire, mais la méthode était analogue à celle employée avant lui. Le quatrième paragraphe caractérise bien Abel; il y détermine avec soin pour quelles valeurs sur la circonférence même du cercle de convergence la série est convergente. Enfin dans le dernier paragraphe il déduit de son résultat la somme des séries dont il avait parlé dans sa lettre à Holmboe. Par cet important mémoire, Abel s'était posé à côté de Cauchy en réformateur de la doctrine des séries infinies, et il a fortement contribué à préparer la théorie moderne des fonctions.

Plus tard Abel n'a publié qu'une courte note sur les séries, mais il ne cessa pas de s'intéresser au sujet. Dans ses lettres de Paris, il cite encore la doctrine des séries infinies comme une des questions dont il était occupé. Dans le Cahier III, dont il se servait à Paris, on lit aussi sur ce sujet quelques pages où il dit entre autres choses, que la série $\sum \frac{1}{n(\log n)^\alpha}$ est convergente lorsque α est plus grand que 1, et sinon, divergente. Dans la lettre de décembre 1826 (lettre XII), il raconte qu'il voulait envoyer aux Annales de Gergonne un mémoire sur les séries de Fourier; il n'était pas satisfait de l'ancienne manière de démontrer la formule connue. C'est probablement le même mémoire dont il a parlé de Berlin; mais on n'en voit aucune trace. Il est possible qu'il ne l'ait pas rédigé, et qu'il en ait seulement conçu le plan. Le sujet est en relation de deux manières avec les autres travaux d'Abel, tant par la propriété particulière à ces séries, de pouvoir exprimer des fonctions discontinues, que parcequ'elles se rencontrent dans la théorie des fonctions elliptiques.

Dans cette dernière théorie, Abel se heurta à de grandes difficultés pour le passage des propositions sur la multiplication aux divers développements en séries et en produits. La manière dont il a réalisé ce passage dans les „*Recherches*“ ne peut pas, comme démonstration, supporter l'examen de la critique moderne. On peut seulement dire qu'il s'est avancé avec une telle prudence, qu'il a évité les résultats erronés, de même qu'Euler avant lui en traitant des fonctions exponentielles. Lorsqu'il en vint aux séries doubles, il déclara expressément que l'ordre des termes était indifférent, lorsqu'il en était vraiment ainsi; il ne l'a pas fait, il est vrai, dans le texte, mais seulement dans les formules.

Les Cahiers IV et V renferment plusieurs morceaux sur les séries, qui appartien-

nent donc à l'époque allant de septembre 1827 au printemps de 1828. Ainsi dans le Cahier IV, dans un morceau intitulé:

„*Sur les séries de la forme:*

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_{m-1} x^{m-1} + a_m x^m + \ldots“$$

est signalé un point essentiel de la théorie de ces séries:

„On peut toujours faire en sorte que

$$(a_0) > (a_1) x + (a_2) x^2 + (a_3) x^3 + \ldots“$$

Le résultat est donné par ces mots:

„Donc $(a_0) > (a_1 x + a_2 x^2 + \ldots)$, quand

$$x \leqq \frac{(a_0)\,\alpha}{(a_0) + (a_n)\,\alpha^n}.“$$

On voit que les parenthèses indiquent qu'il faut prendre la valeur absolue; α est évidemment une valeur positive de x pour laquelle la série est convergente, $(a_n)\,\alpha^n$ est le terme le plus grand de la série pour $x = \alpha$.

Dans le Cahier V, pages 3—11, se trouve le commencement d'un mémoire pareil à celui dont Abel a parlé dans sa lettre plusieurs fois citée, adressée de Berlin à Holmboe (lettre VI). En voici le début:

„L'objet de ce mémoire est de trouver la somme des séries connues:

$$\cos mx + m \cos (m-2)\,x + \frac{m(m-1)}{2} \cos (m-4)\,x + \ldots$$

$$\sin mx + m \sin (m-2)\,x + \frac{m(m-1)}{2} \sin (m-4)\,x + \ldots$$

sans aucune considération des quantités imaginaires. m et x sont supposés d'être des quantités réelles.

Comme une série n'a pas de somme que quand elle est convergente, nous allons d'abord déterminer les valeurs de m et x pour lesquelles cela aura lieu.“

Probablement Abel a commencé à Berlin un mémoire sur ce sujet, et il a commencé à le transcrire dans son cahier à Kristiania; il a sans doute pensé aussi un moment à le faire imprimer, mais y a finalement renoncé. Le mémoire en effet n'est pas terminé. Comme d'ailleurs la méthode est la même que celle

appliquée dans le mémoire sur la série du binôme, le morceau n'a été inséré dans aucune des éditions des Œuvres complètes.

A la page 47 du même cahier commence un morceau qui avec une courte interruption, va jusqu'à la page 81. Il a été motivé par le fait qu'un certain mathématicien Olivier ayant, dans le Journal de Crelle, T. II., fascicule 1, prétendu qu'une série infinie à termes positifs Σa_n était convergente ou divergente selon que $\lim\limits_{n=\infty} (na_n)$ est nulle ou non. L'inexactitude de cette proposition devait sauter de suite aux yeux d'Abel, car il avait trouvé et noté à Paris que la série $\sum \frac{1}{n \log n}$ est divergente. L'élégante petite note qu'Abel fit imprimer dans le Journal, T. III., fascicule 1, peut être considérée comme représentant la matière des trois premières pages. Abel y démontrait qu'il ne peut pas y avoir de fonction $\varphi(n)$ telle que Σa_n soit convergente ou divergente, suivant que $\lim (\varphi(n) . a^n)$ est ou non égale à zéro. Le reste est, dans ses parties essentielles, reproduit dans la nouvelle édition des Œuvres compl., où toutes les parties qui renferment les résultats définitifs sont insérées, et tout le surplus omis. Abel fait d'abord une observation supplémentaire à son mémoire, et démontre ensuite les critères de convergence logarithmiques connus, qui ont été publiés pour la première fois par Bertrand dans le Journal de Liouville T. VII (année 1839). Le reste de ces notes traite des séries de puissances. La proposition qu'une telle série est une fonction continue de la variable suivant laquelle elle est développée ne s'y trouve pas; Abel a considéré comme définitive la démonstration qu'il avait déjà donnée. Au contraire la proposition que la série est aussi une fonction continue d'une variable qui se trouve dans les coefficients, lorsque ceux-ci sont eux-mêmes continus, se trouve traitée à plusieurs reprises; mais la démonstration n'est pas devenue essentiellement différente de l'ancienne. Je crois devoir en conclure qu'Abel n'a pas été satisfait de son ancienne démonstration, et n'est pas parvenu non plus à un résultat définitif sur la question; à moins que l'on ne veuille voir dans les mots: la plus grande des quantités $v_m \delta^m, v_m \delta^m + v_{m+1} \delta^{m+1}, \ldots$, la supposition d'une limite supérieure des valeurs de ces quantités, c'est-à-dire que la convergence est ce qu'on appelle maintenant uniforme. Mais c'est *peut-être* mettre trop de choses dans le dire d'Abel.

Abel ajoute aussi des exemples dans lesquels la continuité n'a pas lieu à la limite du cercle de convergence. Pour montrer qu'une série $\Sigma x^n \varphi_n(y)$ peut être convergente pour $x < \alpha, y < \beta$, tandis que la série des valeurs limites $\Sigma x^n \lim\limits_{y=\beta} \varphi(y)$

ne l'est pas, il mentionne la série $\sum \frac{\sin(a^n y)}{y} \cdot x^n$, qui est divergente pour $y = 0$, lorsque $a x > 1$. ABEL a donc remarqué que la série connue de Weierstrass, $\sum \sin(a^n y) \cdot x^n$ ne peut pas toujours être différentiée terme à terme pour la valeur $y = 0$; il n'y a pas loin de là à dire qu'on ne peut pas toujours le faire non plus pour d'autres valeurs. On n'y trouve cependant rien sur l'existence d'une dérivée, mais il est bon de remarquer que cette série n'a pas échappé à son attention.

Toutefois la remarque la plus intéressante est celle-ci, qu'une série de puissances peut, pour toute valeur à l'intérieur du cercle de convergence, être développée selon le théorème de Taylor; la démonstration en est esquissée d'une manière parfaitement claire.

L'intérêt qu'ABEL a montré pour les séries de puissances est très-certainement en rapport avec l'opinion qu'il exprimait dans sa lettre à Hansteen en 1826. Il a vu dans les fonctions „qui peuvent être exprimées par des puissances" une classe particulièrement facile à traiter, et qui comprend en outre la plupart des fonctions étudiées jusqu'alors. Ce qu'il disait naguère à Hansteen des petits mémoires qu'il voulait écrire sur la théorie des séries, ainsi que la fréquence de titres comme: „Sur les séries", „Sur les séries de la forme $a_0 + a_1 x + \ldots$", qui reviennent souvent dans ses cahiers, laisse supposer qu'il comptait bien y revenir.

Dans le Cahier VI, dont se servit ABEL dans la dernière année de sa vie, il n'y a rien de suivi sur les séries infinies. Il ne les a pourtant pas tout-à-fait perdues de vue; car à quelques endroits se trouvent des calculs prouvant que telle ou telle question de ce genre l'a occupé. Mais il est clair qu'il ne s'y est intéressé que par moments; il était à cette époque trop absorbé par d'autres questions.

Il y a, comme on a vu, plusieurs points de la vie scientifique d'ABEL qui ne sont pas aussi bien connus qu'on pourrait le désirer; en somme pourtant, on peut voir dans ce qui précède le progrès de son développement comme grand mathématicien. Les traits principaux de ce développement ont dû être d'ailleurs les mêmes dans la plupart des cas pour les grands génies mathématiques. Enfant, il a montré une étonnante réceptivité et un goût passionné pour ces études spéciales, d'où sont résultés des progrès merveilleusement rapides. En même temps il a montré une vive disposition et une aptitude puissante à résoudre des problèmes et généralement

à travailler par lui-même. Jeune homme, il s'occupa de grandes questions non résolues par la science; c'étaient les futures découvertes qui commençaient à germer. L'esprit critique n'arriva qu'un peu plus tard, mais avec d'autant plus de vigueur et d'autorité. Sa grande époque comme mathématicien était des lors inaugurée.

Le second de ces trois stades de son développement est extrêmement intéressant, mais ici les renseignements sont maigres, et font défaut justement sur les points les plus importants. Il serait très précieux pour comprendre sa personnalité de mathématicien débutant de connaître la résolution erronée de l'équation du cinquième degré et son lien avec les découvertes ultérieures. De même on doit regretter vivement de n'avoir pas de renseignements plus précis sur son premier mémoire sur le calcul intégral; il eût été déjà d'un grand intérêt de connaître sa démonstration de l'impossibilité d'exprimer l'intégrale $\int \frac{(\log x)^\alpha \, dx}{x+c}$ par les fonctions élémentaires, qu'il a mentionnée en 1823, et de voir le rapport entre cette démonstration et ses recherches ultérieures de même nature. On ne sait pas davantage l'époque exacte de la découverte du Théorème d'Abel, ni quand il commença à voir clair dans la Théorie des fonctions elliptiques; on sait seulement que les deux découvertes ont dû avoir lieu avant son départ pour l'Allemagne et la France.

A son époque de véritable production — trois ans seulement environ — il traita à fond tous ses sujets à la fois. Il les relia entre eux et s'occupa pendant de courtes périodes tantôt de l'un, tantôt de l'autre; il semble que c'est la Théorie si riche des fonctions elliptiques qui lui a demandé le plus de temps. Sa faculté de travail était extraordinaire; outre qu'en ces trois ans il a publié toutes ses grandes découvertes, il a aussi préparé des travaux qu'il n'a pas eu le temps d'achever, et il n'est nullement certain que nous connaissions tous ses projets d'avenir. La rédaction définitive de ses travaux n'est souvent venue que des années après la découverte des résultats nouveaux qu'ils renfermaient, et le mémoire une fois terminé a dû souvent attendre assez longtemps son tour d'impression.

Ce qui surtout est la marque d'Abel, outre sa richesse d'idées, c'est son effort vers la rigueur absolue, la grande généralité avec laquelle il pose les problèmes, et sa manière de les épuiser. Une autre particularité encore, c'est qu'il ne se sert dans son exposition que de moyens si simples; il semble que tout sorte aisément du bon choix de la position du problème. Les deux mémoires sur la transformation et celui sur les équations abéliennes me paraissent typiques à cet égard. Il n'a

pourtant pas obtenu ses résultats nouveaux sans se servir de nouveaux instruments, comme, par exemple, l'irréductibilité des équations algébriques et la résolvante de Galois. Mais il n'y consacre que peu de mots et n'insiste pas sur leur grande valeur pour l'analyse en général. Il en est de même dans ses lettres; lorsqu'il entretenait Crelle et Holmboe de la division de la lemniscate, il leur dit bien que c'étaient la théorie des équations et la théorie des nombres qui l'avaient conduit à ce résultat, mais il ne semble pas même remarquer que la théorie des nombres a du même coup reçu une extension. Il montre en tout cela la même simplicité et la même modestie que dans toute sa vie; et pourtant il était et devait être conscient de sa propre valeur.

Dans sa dernière année, il lui fut donné de savoir son nom célèbre. Les paroles de Gauss et de Jacobi, que Crelle lui a communiquées, les lettres de Legendre, et le fait même qu'il était question de l'appeler à Berlin, tout cela était plus que suffisant pour l'en convaincre. Malheureusement, sa patrie comprit alors trop peu sa grandeur. Après sa mort, l'éclat de son nom n'a fait que s'accroître. Chacune des théories dont il s'est occupé dans ses dernières années porte en effet la marque durable de sa main. Son nom est devenu populaire parmi les mathématiciens; il n'y a aucun nom dont on se soit servi si volontiers que celui d'Abel, toutes les fois qu'il s'est agi de désigner des théories ou des idées nouvelles. Cela est caractéristique; car l'adjectif *abélien* n'a été employé que pour des idées et des théories, créées pas Abel lui-même, ou basées sur ses découvertes. Il a ouvert à la postérité des champs de recherche si vastes, que ce fut longtemps encore pour les plus grands géomètrés une tâche principale d'achever ce qu'Abel avait si brillamment commencé.

NOTE EXPLICATIVE SUR LES FAC-SIMILE

NOTE EXPLICATIVE SUR LES FAC-SIMILE

I. Première page de la lettre II.

II. Première page de la lettre III.

III. Page 66 du Cahier IV. (Voir Sylow: „*Etudes et découvertes*“, p. 6 et 22.)

IV. Page 85 du Cahier V. (Voir Sylow: „*Etudes et découvertes*“, p. 7 et 43.)

V. Première page du fragment: „*Recherches sur les fonctions elliptiques. Second Mémoire*“. (Voir Sylow: „*Etudes et découvertes*“, p. 45.)

VI. Première page de la lettre XLII.

Gode Ven!

Kjøbenhavn [redacted]

Aar $\sqrt[3]{6064321219}$

(Tag Decimal brøkenmærk)

1823,567 = 24de Juli 1823

Du har vel faaet mit Brev som jeg skrev Dig til strax jeg var kommen. Jeg vil nu videre mælde Dig hvad Observationer jeg har gjort. Mathematiken floreret just ikke her. Jeg har endnu ikke faaet og juuset nogen blant Studenterne som er noget skive, og langt mindre nogen som er professor dyrker Math. Den eneste som kan Math. her er Degen, men han er ogsaa en Djævels Karl. Han har visst mig flere af sine Smaaarbeider og de røbe en stor Kineße. Jeg har ogsaa visst ham nogle af mine han sigtes godt om dem især blev han gansk medtagen i en Formel som angav hvormange ulige Factorer et Tal har, hvilken han ikke kunne begribe hvorledes jeg havde fundet. Den lille Afhandling som Du erindrer handlede om de omvendte Functioner af Transcendantes elliptiques, og hvori jeg havde beviist noget Umuligt har jeg bedt ham læse igjennem, men han kunde ikke og dage nogen Feilslutning, eller begribe hvori Feilen skal; Gud vind hvor leds jeg skal komme ud deraf.—

Jeg har i denne Tid studeret to vigtige Værker nemlig Application de l'analyse à la Geometrie par Monge og Essai sur la Theorie des nombres par Legendre. Det sidste er umaadeligt interessant og det er stor Skade at det ikke skal findes i Kristiania. Følgende Theorem som findes der og som vistnok er det mærkværdigste i hele Mathematiken kan jeg afholde mig fra at afskrive:

Theorem: Hvis y betegner det Antal Primtal som findes mellem 1 og z saa er

$$y = \frac{z}{\log z - 1{,}08366}$$

Logarithmen er naturligviis hyperbolisk.—

Kjøbenhavn den 13de Sept: 1825

Gode Ven!

Alled at jeg skriver dig til i en Haste for at belyde dig med Korrekninger. Dig om er denne: Hr Prof: Thune er bleven sendt til Christiania 4 Pakker med Catalogen over Degens Bøger til mig, for at udkeles til Folk i Landet. Nu er jeg for og jeg maa derfor bede dig at faae fat paa hannem Pakker der enten maa være paa Postkontoiret eller hos min Broder, der bor hos Fru Tode i Voldgaden. Portoen for disse Pakker er betalt, hvilket du nærmere vil kunne faae ved at aabne det medfølgende Brev. Du vil maaske og saa være saa god at og skylde Prof: Thunes Vaskeg angaaende disse Pakker ved at henvende dig til Professor Sverdrup angaaende deres Uddeling. Du maa ikke bleve vred for at jeg paalegrede dig disse Commissioner, det er mig saa over maade magtpaaliggende for Thunes Skylde. Gjør det saa saa snart du kan thi Auctionen skal være den 5te October. Den 13 reiser jeg til Soröe for at besøge Fru Hansteens Mandeling – Søsser, og der bleiver jeg et Par Dage.

$$\sqrt[n]{v_k} = s_k \left(\sqrt[n]{v_1}\right)^k \qquad \sqrt[n]{v_k} = \frac{s_k}{\left(\sqrt[n]{v_1}\right)^{n-k}}$$

$$v_k = f(\alpha^k), \qquad s_k = \varphi(\alpha)$$

$$f(\alpha^k) = (f(\alpha))^k \cdot (\varphi(\alpha))^n$$

$$f(\alpha^{k^2}) = (f(\alpha^k))^k \cdot (\varphi(\alpha^k))^n$$

$$\cdots\cdots \qquad \alpha^{k^{\mu-1}} = \left(\sqrt[n]{\beta}\right)$$

$$f(\alpha^{k^\mu}) = (f\alpha^{k^{\mu-1}})^k \cdot (\varphi(\alpha^{k^{\mu-1}}))^n \qquad \left(\alpha^{k^{\mu-1}}\right)^{n/k} \quad \left(\sqrt[n]{\beta}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$f(\alpha^{k^\mu}) = \left\{\varphi(\alpha^{k^{\mu-1}})\right\}^n \cdot \left\{\varphi(\alpha^{k^{\mu-2}})\right\}^{nk} \cdot \left\{\varphi(\alpha^{k^{\mu-3}})\right\}^{nk^2} \cdots \left\{\varphi(\alpha)\right\}^{nk^{\mu-1}} \cdot \left\{f(\alpha)\right\}^{k^\mu}$$

$$\alpha^{k^\mu} = \alpha; \qquad \alpha^{(k^\mu - 1)} = 1 \qquad k^\mu - 1 = n$$

$$(f\alpha)^{\frac{m}{n}} = (\varphi\alpha)^{k^{\mu-1}} \cdot (\varphi\alpha^k)^{k^{\mu-2}} \cdot (\varphi\alpha^{k^2})^{k^{\mu-3}} \cdots (\varphi\alpha^{k^{\mu-2}})^k \cdot (\varphi\alpha^{k^{\mu-1}}).$$

$$A_4^\mu \cdot A_3^{\mu'} \cdot A_2^{\mu''} A_1^{\mu'''} v_1 \cdot A_1^{2\mu}.$$

$$3-4-3$$

$$\frac{A_4^4 A_2^2}{A_3^3 A_1} \cdot \frac{A_1^8 A_3^4}{A_4^6 A_2^2} \quad A_2^{12}$$

$$\frac{A_4^\mu A_3^{\mu'}}{A_3^{\mu''} A_2^{\mu'''}} \cdot \frac{A_1^{2\mu} \cdot A_2^{2\mu'}}{A_3^{2\mu''} A_2^{2\mu'''}} \cdot \frac{A_2^{4\mu} A_3^{4\mu'}}{A_4^{4\mu''} A_3^{4\mu'''}} \cdot \frac{A_3^{3\mu} A_4^{3\mu'}}{A_1^{3\mu''} A_4^{3\mu'''}}.$$

$$4+6 \quad (3.2+4)$$

Abriss einer Theorie der elliptischen Functionen

~~Es wenn R eine rationale Function~~

Die elliptische Function heißt jede Function von der Form:

$$\Pi(x) = \int \frac{R \cdot dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}} \quad \ldots (1)$$

wo R eine rationale Function von x ist. — Die Größe x heißt die Variable, die Größen $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ heißen Moduln und die in R enthaltenen Größen heißen Parameter. —

Zweck dieser Abhandlung. Wenn $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ und $v_1, v_2, v_3, \ldots v_\mu$ mehrere algebraische Functionen von einer gewissen Anzahl unabhängiger Variable sind so heißt man die allgemeinste Relation von der Form

$$(2) \ldots \quad 0 = f(x_1, x_2, \ldots x_n, \log v_1, \log v_2, \ldots \log v_\mu, \Pi_1(y_1), \Pi_2(y_2) \ldots \Pi_m(y_m))$$

f bezeichnet eine algebraische Function der in den Klammern sich befindenden Größen. —

I. Erste Reduction der Formel (2)

Man beweist daß diese Relation immer auf folgende Form gebracht werden kann:

$$\left.\begin{aligned} & A_1 \Pi_1(y_1) + A_2 \Pi_2(y_2) + \ldots + A_m \Pi_m(y_m) \\ = \; & B_1 \log(v_1) + B_2 \log(v_2) + \ldots + B_\mu \log(v_\mu) + \varphi \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

wo $A_1, A_2, \ldots B_1, B_2 \ldots$ constante Größen bedeuten und φ eine algebraische Function von $x_1, x_2, \ldots x_n$. —

II. Fundamental Eigenschaft der elliptischen Functionen. —

Wenn $x_1, x_2, \ldots x_n$ eine beliebige Anzahl unabhängiger Größen sind so kann man immer eine algebraische Function y finden so daß

$$a_1 \Pi(x_1) + a_2 \Pi(x_2) + a_3 \Pi(x_3) + \ldots + a_n \Pi(x_n) = \Pi(y) + v \quad \ldots (4)$$

wo v eine algebraische Logarithmische Function ist, und $a_1, a_2, \ldots a_n$ beliebige Rationale Zahlen.

Recherches sur les fonctions elliptiques
(par M. H. A. Abel)

Deuxième Mémoire

Dans le mémoire sur les fonctions elliptiques inséré dans le tome II et III de ce journal j'ai développé plusieurs propriétés de ces fonctions et la considération des fonctions inverses fut amenée en présence dans ce second mémoire.

§ 1.

Soit

$$(1) \qquad x = \frac{(m+p)\theta + (m-p)\theta'}{m+n}$$

où m, n, p sont des nombres entiers tels que $m+p$, $m-p$ aussi ne soient divisibles par le même facteur, et résolue de l'équation (31) du mémoire cité j'ai trouvé

$$(2) \qquad \varphi(\theta + (m+n)\alpha) = \varphi\theta$$

et que toutes les quantités $\varphi\theta$, $\varphi(\theta+\alpha)$, $\varphi(\theta+2\alpha)$, ... $\varphi(\theta+m\alpha)$ seront différentes entre elles, en représentant par θ une quantité indéterminée.

Il est passé pareil

$$(3) \qquad \varphi_1\theta = \varphi\theta \quad \varphi(\alpha+\theta)\,\varphi(2\alpha+\theta)\ldots\varphi(m\alpha+\theta) \quad \varphi(\alpha-\theta)\,\varphi(2\alpha-\theta)\ldots\varphi(m\alpha-\theta)$$

il est clair qu'on a en outre

$$(4) \qquad \varphi_1(\theta+\alpha) = \varphi_1(\theta\pm\alpha)$$

En vertu des formules (9) (10) page 107

$$(5) \qquad \varphi(\theta+\beta)\,\varphi(\theta-\beta) = \frac{\varphi^2\theta - \varphi^2\beta}{1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\beta}$$

on pourra exprimer l'expression de $\varphi_1\theta$ comme il suit,

$$\varphi_1\theta = \varphi\theta\,\frac{\varphi^2\theta - \varphi^2\theta_1}{1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_1}\,\frac{\varphi^2\theta - \varphi^2\theta_2}{1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_2}\ldots\frac{\varphi^2\theta - \varphi^2\theta_m}{1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_m}$$

$\varphi_1\theta$ sera donc une fonction rationnelle de $\varphi\theta$. Cherchons $\varphi\theta$ à aussi l'équation

$$(6) \qquad 0 = x(\varphi x - \varphi\theta)(\varphi x - \varphi\theta')\ldots(\varphi x - \varphi\theta^{(m-1)}) - \varphi_1\theta(1+\varepsilon^2\varphi^2 x\,\varphi^2\theta)(1+\varepsilon^2\varphi^2 x\,\varphi^2\theta')\ldots(1+\varepsilon^2\varphi^2 x\,\varphi^2\theta^{(m-1)})$$

qui est du degré m par rapport à x. — L'une des racines de cette équation est $x = \varphi\theta$ et puisque (4) $\varphi_1\theta$ ne change pas de valeur en mettant $\theta+\alpha$ ou $\theta-\alpha$ on voit que $\varphi\theta$ ne changera pas de valeur en mettant $\theta+\alpha$ ou $\theta-\alpha$ ou $\theta+2\alpha$ ou $\theta-2\alpha$ ... ou $\theta+m\alpha$ ou $\theta-m\alpha$ ainsi que $\varphi(\theta+\alpha)$ sera encore une racine. Donc puisque les $m+1$ quantités

$$\varphi\theta,\ \varphi(\theta+\alpha),\ \varphi(\theta+2\alpha),\ \ldots\ \varphi(\theta+m\alpha)$$

sont différentes entre elles, ces quantités seront les racines de l'équation (6) ainsi

Ayant trouvé une équation remarquable, la théorème suivant :

Toutes fonctions rationnelles des quantités

$$\varphi\theta,\ \varphi(\theta+\alpha),\ \ldots\ \varphi(\theta+m\alpha)$$

peuvent être exprimées par $\varphi\theta$ en mettant $\theta+\alpha$ ou $\theta-\alpha$ ou $\theta+2\alpha$ ... ou $\theta+m\alpha$ ainsi exprimée par

$$\varphi\theta = \frac{\{(\varphi\theta - \varphi\theta_1)(\varphi\theta - \varphi\theta_2)\ldots(\varphi\theta - \varphi\theta_m)\}}{\{(1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_1)(1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_2)\ldots(1+\varepsilon^2\varphi^2\theta\,\varphi^2\theta_m)\}}$$

où θ_1, θ_2, ... θ_m sont des fonctions rationnelles de $\varphi\theta$.

Il est à remarquer que il suffit de mettre $\theta+\alpha$ pour avoir

$$\varphi(\theta+\alpha) = \psi\theta.$$

Ainsi on a en vertu de la formule (10) Tome II page 108

Reçue le 10 décembre

Christiania le 25 Décembre 1828.

Monsieur, la lettre que vous avez bien voulu m'adresser en date du 21 Octobre m'a causé la plus vive joie. Je compte parmi les moments les plus heureux de ma vie celui où j'ai vu mes essais mériter l'attention de l'un des plus grands géomètres de notre siècle. Cela a porté au plus haut degré mon zèle pour mes études. Je les continuerai avec ardeur, mais je serai assez heureux pour faire quelques découvertes, je les attribuerai à vous plutôt qu'à moi, car certainement je n'aurai rien fait sans avoir été guidé par vos lumières. —

J'accepte avec reconnaissance l'exemplaire de votre traité des fonctions elliptiques que vous voulez bien m'offrir. Je vous prie de me bien passer sur l'adresse suivante

— MM les libraires Mesfel, Keyser & Cie à Christiania

L'exemplaire doit être remis à MM Schubart et Heidelloff, Quai malaquais N° 1 à Paris

Je m'empresserai de vous donner les éclaircissements que vous m'avez l'honneur de me demander. Lorsque je dis que le nombre de transformations différentes correspondantes à un nombre premier n est $6(n+1)$ j'entends par cela qu'on peut trouver $6(n+1)$ valeurs différentes pour le module c' en supposant l'équation différentielle.... $\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c^2y^2)}} = \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}$ en mettant pour y une fonction rationnelle de la forme $y = \frac{A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots + A_n x^n}{B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \dots + B_n x^n}$. C'est cela qui a en effet bien mais parmi les valeurs de c' il y en aura un nombre de $n+1$ qui répondra à la forme suivante de y : $y' = \frac{A_1 x + A_3 x^3 + A_5 x^5 + \dots + A_n x^n}{1 + B_1 x^2 + B_2 x^4 + \dots + B_{n-1} x^{n-1}}$

Ce sont ces nouveaux modules dont parle M. Jacobi. Ils sont en effet comprises d'une même équation du degré $n+1$. Les nouveaux valeurs étant supposées connues il est facile d'avoir les $5(n+1)$ autres. En effet en effet en désignant par c' un quelconque des modules on aura encore ceux-ci :

$$\frac{1}{c'} = \left(\frac{1-\sqrt{c'}}{1+\sqrt{c'}}\right)^2, \quad \left(\frac{1+\sqrt{c'}}{1-\sqrt{c'}}\right)^2, \quad \left(\frac{1-\sqrt{-c'}}{1+\sqrt{-c'}}\right)^2, \quad \left(\frac{1+\sqrt{-c'}}{1-\sqrt{-c'}}\right)^2$$

auxquelles répondent les valeurs suivantes

y : $\frac{y'}{c'}$; $\frac{1+\sqrt{c'}}{1-\sqrt{c'}} \cdot \frac{1 \pm y'\sqrt{c'}}{1 \mp y'\sqrt{c'}}$; $\frac{1-\sqrt{c'}}{1+\sqrt{c'}} \cdot \frac{1 \pm y'\sqrt{c'}}{1 \mp y'\sqrt{c'}}$; $\frac{1-\sqrt{-c'}}{1+\sqrt{-c'}} \cdot \frac{1 \pm y'\sqrt{-c'}}{1 \mp y'\sqrt{-c'}}$; $\frac{1+\sqrt{-c'}}{1-\sqrt{-c'}} \cdot \frac{1 \pm y'\sqrt{-c'}}{1 \mp y'\sqrt{-c'}}$.

ce qui est facile de vérifier en faisant la substitution dans l'équation différentielle. — Toutes les $6(n+1)$ valeurs des modules c' seront différentes entre elles, excepté pour quelques valeurs particulières de c. — Dans ce qui précède n est supposé impaire et plus grand que l'unité. Si n est égal à deux c' aura encore $6(n+1) = 18$ valeurs différentes. De ces 18 valeurs il y aura six qui répondent à une valeur de y de la forme $y = \frac{a + bx^2}{a' + b'x^2}$ ce sont :

$c' = \frac{1 \pm c}{1 \mp c}$; $\frac{1 \pm \sqrt{1-c^2}}{1 \mp \sqrt{1-c^2}}$; $\frac{c \pm \sqrt{c^2-1}}{c \mp \sqrt{c^2-1}}$. Il y en aura ~~deux~~ quatre qui répondent à une valeur de y de la forme $y = \frac{ax}{1+bx^2}$ savoir $c' = \frac{2\sqrt{\pm c}}{1 \pm c}$, $\frac{1 \pm c}{2\sqrt{\pm c}}$; $y = (1 \pm c)\frac{x}{1 \pm c'x^2}$, ~~etc~~. Enfin pour les huit autres modules y aura la forme $a \cdot \frac{A + Bx + Cx^2}{A - Bx + Cx^2}$. Les huit modules sont $c' = \left\{\frac{1 \pm c \pm \sqrt{2\sqrt{\pm c}}}{1 \pm c \mp \sqrt{2\sqrt{\pm c}}}\right\}^2$. —

J'ai donné des développements plus étendus sur cet objet dans un mémoire imprimé dans le cahier 4e Tome II du journal de M. Crelle. Peut-être vous en avez déjà connaissance.

Les fonctions elliptiques jouissent d'une certaine propriété bien remarquable et que je crois nouvelle. savoir si l'on fait pour abréger $\Delta x = \pm\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}$; $\Pi(x) = \int \frac{dx}{(1-\frac{x^2}{\alpha^2})\Delta x}$, $\varpi(x) = \int \frac{dx}{\Delta x}$, $\varpi_0(x) = \int \frac{x^2 dx}{\Delta x}$ ~~et qu'on~~ on aura toujours:

$$\varpi(x_1) + \varpi(x_2) + \dots + \varpi(x_\mu) = C \quad ; \quad \varpi_0(x_1) + \varpi_0(x_2) + \dots + \varpi_0(x_\mu) = C + p \text{ qui est algébrique}$$

$$\Pi(x_1) + \Pi(x_2) + \dots + \Pi(x_\mu) = C - \frac{\alpha}{2\Delta\alpha} \cdot \log\left\{\frac{f\alpha + \varphi\alpha \cdot \Delta\alpha}{f\alpha - \varphi\alpha \cdot \Delta\alpha}\right\}$$

si l'on suppose les ~~valeurs~~ variables $x_1, x_2, \dots x_\mu$ liées entre elles de la manière à satisfaire à une équation de la forme : $(fx)^2 - (\varphi x)^2 \cdot (1-x^2)(1-c^2x^2) = A \cdot (x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2) \dots (x^2 - x_\mu^2)$; fx et φx étant deux fonctions

1067-3
T.B.

Date Due

OC 29 '79			

BOSTON COLLEGE
3 9031 01546673 3

BOSTON COLLEGE SCIENCE LIBRARY

QA 29
.A207

N.H. ABEL MEMORIAL

ISSUED TO

QA29 160119
.A207

~~For Reference~~

~~Not to be taken from this room~~

Books may be kept for two weeks unless a shorter time is specified.

Two cents a day is charged for each 2-week book kept overtime; 25 cents a day for each overnight book.

If you cannot find what you want, inquire at the delivery desk for assisstance.

9-48